

文章编号:1001-4888(2005)02-

# PMMA 低、中应变率单向拉伸 力学性能的实验研究<sup>\*</sup>

吴衡毅, 马 钢, 夏源明

(中国科学技术大学 力学和机械工程系, 中国科学院材料力学行为和设计重点实验室, 安徽合肥 230027)

**摘要:** 利用 MTS810 试验机和自行研制的中应变率材料试验机对有机玻璃(PMMA)准静态(应变率为  $2.00 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ,  $2.01 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  和  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ )和中应变率(应变率为  $18.6 \text{ s}^{-1}$ ,  $2.81 \text{ s}^{-1}$ ,  $6.54 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  和  $2.92 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ )单向拉伸力学性能进行了实验研究。应变率为  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  时, 应力-应变曲线中存在软化段。结果显示, 在上述应变率范围内, PMMA 的力学性能具有明显的应变率相关性, 表现为应变率强化、应变率硬化和高速脆性。PMMA 的拉伸力学性能在应变率达到  $18.6 \text{ s}^{-1}$  时出现了更大的应变率敏感性。采用包含一个非线性弹簧和六个松弛模式的粘弹性模型分析 PMMA 力学性能的应变率相关性, 得到 PMMA 在低、中应变率下单向拉伸的本构方程, 理论结果与实验结果符合较好。

**关键词:** 有机玻璃; 中应变率; 本构方程

**中图分类号:** O347      **文献标识码:** A

## 1 引言

有机玻璃(聚甲基丙烯酸甲酯, PMMA)作为一种成本低廉却具有优良的物理、光学性能的材料, 在工程中得到了广泛的应用。有机玻璃在如挤压、吹塑等加工过程中往往要承受动态载荷的作用, 从而发生较高应变率的变形; 由有机玻璃制成的飞机、汽车等的一些构件有时也要承受动态载荷的作用。有机玻璃是玻璃态高聚物的典型代表, 具有粘弹性质, 其应力-应变行为明显地受到外界条件(试验温度和应变率)的影响。研究有机玻璃在动态载荷作用下的力学性能有助于加深对有机玻璃承载能力的认识, 从而在应用中减少损失。

长期以来, 对有机玻璃的研究一直颇受重视, 对准静态(应变率低于  $10^{-1} \text{ s}^{-1}$ )和高应变率下(应变率高于  $101 \text{ s}^{-1}$ )PMMA 的拉伸和压缩力学性能<sup>[1, 2]</sup>及本构关系<sup>[3, 4]</sup>的研究已经有了不少报道。但在工程应用中, 在动态载荷作用下的有机玻璃其变形往往处在中应变率范围, 而有机玻璃的力学性能具有明显的应变率相关性, 其准静态和高应变率下的力学性能不能代替其中应变率力学性能, 所以应开展有机玻璃中应变率力学性能的实验和理论研究。然而, 由于实验技术的限制, 中应变率下 PMMA 的力学性能却不为人所知, 因此也无法验证已提出的本构理论模型是否适用于中应变率下的情况。

本文利用自行研制的中应变率材料试验机<sup>[5]</sup>对 PMMA 进行中应变率(应变率分别为  $18.6 \text{ s}^{-1}$ ,  $2.81 \text{ s}^{-1}$ ,  $6.54 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$  和  $2.92 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ )单向拉伸试验, 并在 MTS810 材料试验机上对有机玻璃进行准静态(应变率分别为  $2.00 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ,  $2.01 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$  和  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ )拉伸实验, 对试验结果进

\* 收稿日期: 2004-03-11; 修订日期: 2004-10-09

基金项目: 国家自然科学基金(编号:10202021)资助

通讯作者: 夏源明(1942-), 男, 教授, 博士生导师。E-mail: ymxia@ustc.edu.cn

行总结分析,以给出有机玻璃在低、中应变率下单向拉伸的本构关系。

## 2 实验

本文所采用的中应变率材料试验机<sup>[5]</sup>系自行研制的。该设备采用了液压驱动、缓冲撞击技术,其原理如图1所示:由液压泵站(hydraulic power unit)驱动活塞杆5加速至预定速率后,使撞击活塞8与连接器7撞击,连接器带动夹头12对试件实施拉伸或压缩加载。在每次试验前,都要给撞击活塞8预留出一段空行程,以保证有足够的距离将活塞杆5加速到所需速率,这样做可以克服在液压系统加速过程中应变率不稳定的弱点。为降低撞击带来的振荡,在撞击活塞撞击端嵌入由软材料(聚四氟乙烯、硅橡胶)制成的缓冲块,故称缓冲撞击。

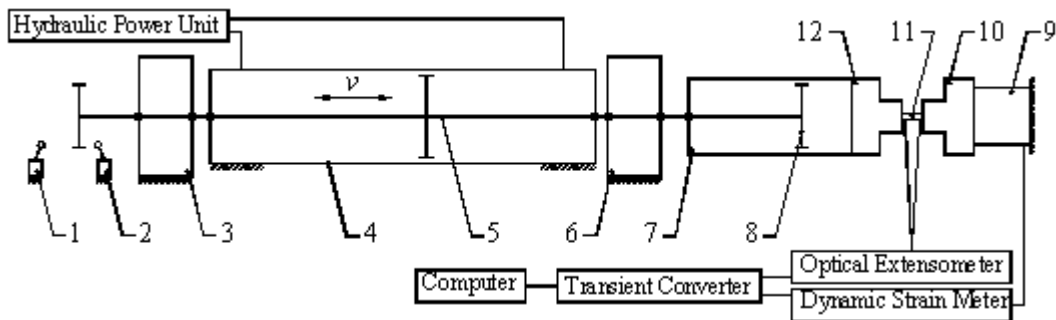


图1 中应变率材料试验机原理图

Fig. 1 Schematic diagram of the intermediate strain rate materials testing apparatus

1 前行程开关 2 后行程开关 3 前定位器 4 液压缸 5 活塞杆 6 后定位器  
7 连接器 8 撞块与缓冲块 9 力传感器 10 后夹具 11 试件 12 前夹具

1 front travel switch 2 rear travel switch 3 front retainer 4 hydraulic cylinder 5 piston-rod 6 rear retainer  
7 connector 8 impact hammer 9 load cell 10 rear grip 11 specimen 12 front grip

本文实验中采用的 PMMA 是安庆曙光化工有限公司生产的板材,厚度为 3mm。用于中应变率试验的试件如图 2(a)所示,试件总长为 150~160 mm;准静态试件如图 2(b)所示,试件总长为 200~210 mm。对于中应变率试验,为了使变形测量精度不至于过低,试验段不能过短,但是为了达到较高的应变率,试验段又不能过长,所以选择了如图 2(a)所示的长度。对于这两种试件,试验段宽度均为 9mm,夹持部宽度均为 15mm。

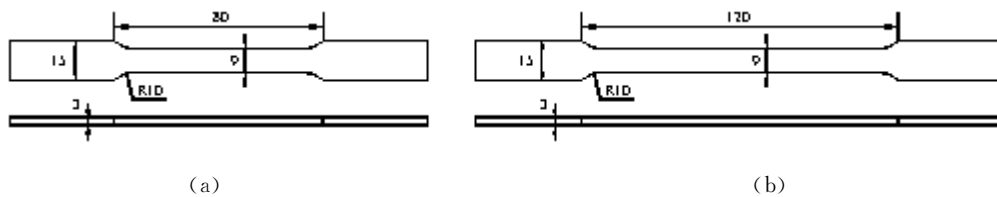


图2 试件(单位 mm)

Fig. 2 Specimen (dimension mm)

本文实验中变形测量采用的是自行研制的基于光电位置传感器(position sensitive detector, PSD)的光学引伸仪(optical extensometer),测量原理为:在试件上相距  $L$  的位置平行地粘贴两根光纤(这里  $L$  即为试件的标距段长度),激光器发出的激光经光纤照射在 PSD 器件光敏面上,经信号处理器转换成与光点位置相关的电压信号;当试件发生变形时,光纤随试件移动,信号处理器输出与相对位移成线性关系的电压;波形存储器(transient converter)又可以输出与电压变化量成正比的数字信号变化量。在每次试验前,通过标定可以确定波形存储器中数字信号变化量与位移的关系,那么根据试验中测得的数字信号可以计算出试件的变形,与标距段长度相比较即可得到试件的拉伸应变。光学引伸仪的响应为 0~200 kHz。

载荷由实验机端部的电阻力传感器(图1中的9)和自行研制的高动态应变仪(dynamic strain me-

ter)测量(在放大倍数为200倍时,频响为0~100 kHz)。试验过程中,试件受载会引起力传感器的变形,传感器内电桥中的各个电阻的阻值会发生变化,由此而产生的总体电阻变化经过高动态应变仪,以电压的形式输出。在力传感器的量程内,可以认为电桥的总体电阻变化与载荷成正比,而高动态应变仪的输出电压与电桥的总体电阻变化成正比,经过波形存储器可以得到与电压变化成正比的数字变化量。与变形测量相同,经过标定,可以确定波形存储器数字变化量与载荷的关系;那么根据试验中测得的数字信号可以计算出试件承受的载荷,由横截面尺寸可以得到试件中的应力。

通过波形存储器将变形和载荷信号存储在计算机中,然后利用自行编制的程序对数据进行分析计算。对应变-时间曲线进行线性拟合,其斜率即为试验的平均应变率;将应力-时间、应变-时间曲线中的时间坐标对应起来即可得到相应平均应变率下的应力-应变曲线。

### 3 应力-应变关系

#### 3.1 试验结果

试验所得到的各应变率下的应力-应变曲线如图3中的点所示。为了比较不同应变率下力学性能的差别,本文还给出了强度、失稳应变、断裂起始应变和初始模量与对数应变率的关系(图4)、以及不同应变率下应力与对数应变率的关系(图5)。在应力-应变曲线(图3)中,将最大应力 $\sigma_0$ 称为强度;与 $\sigma_0$ 对应的应变 $\epsilon_0$ 称为失稳应变;最大应变 $\epsilon_f$ 称为断裂起始应变。

从图3可以看出,应变率为 $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 时,有机玻璃应力-应变关系中存在软化现象,此时失稳点和断裂起始点分离,即应力达到强度之后会下降,材料继续变形直至发生断裂;在其他应变率时,未出现软化现象,失稳点和断裂起始点重合。一般认为有机玻璃的力学性能同时包含了弹性、粘性和塑性效应<sup>[6]</sup>,在应力-应变曲线达到局部极大值时,开始产生塑性变形。根据这一看法,并依据本文的试验结果,当应变率为 $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ 时,试件断裂时,塑性变形已有所发展;在其他的应变率下,应力-应变曲线正处在上升阶段试件即发生断裂,且随着应变率的提高,断裂起始应变不断减小,塑性变形无法得到发展。

从图3到图5均可以看出PMMA拉伸力学性能存在明显的应变率相关性,随着应变率的增加,强度和初始模量都不断提高,且强度和初始模量与对数应变率近似成线性关系,表现出应变率强化和应变率硬化的特点;随着应变率的增加,失稳应变呈现先增加后减小的特点,而断裂起始应变却随着应变率的增加不断降低,表现出高速脆性,显然PMMA不适合于制成抗冲击的构件。

在图5中,除了应变率为 $18.6 \text{ s}^{-1}$ 的各点,可以将各应变率下应力与对数应变率的关系近似看成线性的。在每个应变率下,针对除了应变率为 $18.6 \text{ s}^{-1}$ 的其余各点进行线性拟合,拟合直线也画在图5中。从图5中拟合直线与试验结果比较看,当应变较小时应变率为 $18.6 \text{ s}^{-1}$ 的点基本上也在拟合直线上;随着应变的增大,应变率为 $18.6 \text{ s}^{-1}$ 的点的应力增加较快,逐步偏离拟合直线。这说明当应变率达到 $18.6 \text{ s}^{-1}$ 附近时PMMA拉伸力学性能出现了更大的应变率敏感性。

#### 3.2 本构方程

由于在本文所涉及到的应变率范围内,在大部分应变率下塑性变形尚未得到发展,因此在本文的本

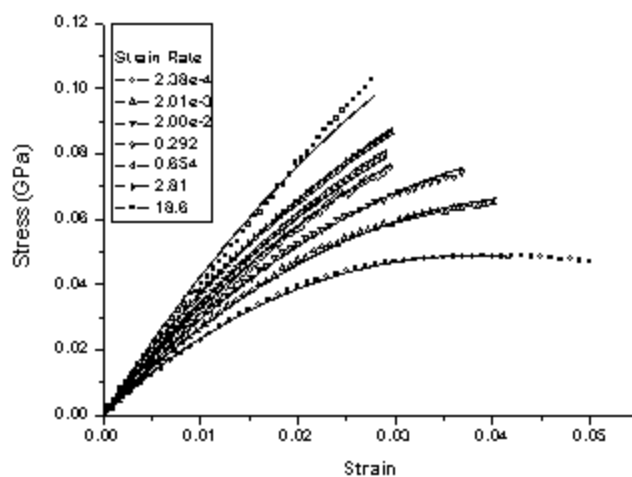


图3 各应变率下的应力-应变曲线

Fig. 3 Stress-strain curves of PMMA at different strain rates

构关系分析中不考虑塑性效应,仅仅将材料视为粘弹性材料。由于应变率为  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  时,应力-应变关系中塑性变形已经有所发展,所以在曲线拟合中,该应变率下的应力-应变曲线只采用强度点之前的部分。

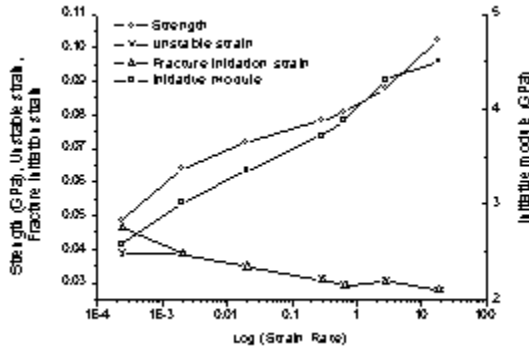


图4 强度、失稳应变、断裂起始应变和初始模量与对数应变率的关系

Fig. 4 The variations of strength, unstable strain, fracture initiation strain, and initiative module with respect to  $\lg \dot{\epsilon}$

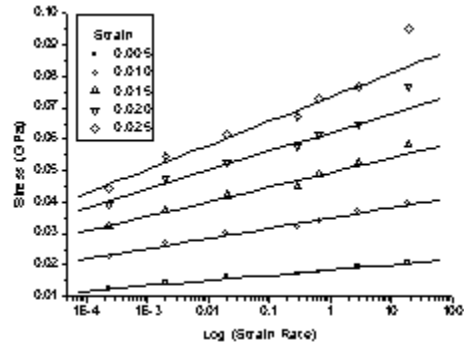


图5 各应变下应力与对数应变率的关系

Fig. 5 The relations between stress and  $\lg \dot{\epsilon}$  at different strains

为了描述高分子材料力学性能的应变率相关性,唐志平<sup>[7]</sup>提出了一个包含两个 Maxwell 体的非线性粘弹性本构方程,两个 Maxwell 体分别对应于准静态和高应变率下的力学性能,当准静态下的应变率范围不超过两个数量级、高应变率试验的应变率范围也不超过两个数量级时,这一本构方程可以比较好地描述高分子材料的力学性能。但在本文的实验研究中,应变率跨度达到连续的 5 个量级,仅包含两个 Maxwell 体的粘弹性模型不足以描述这么大的应变率范围内材料的力学性能,为此本文采用多 Maxwell 体粘弹性模型<sup>[8]</sup>来得到有机玻璃的本构方程,这种多松弛模式粘弹性模型如图 6 所示,其中  $E_i$  和  $\theta_i (i = 1, \dots, n)$  分别为第  $i$  个松弛模式的弹簧模量和松弛时间。这时,在应变率为常数的情况下,材料的本构方程为

$$\sigma = \sigma_e = \sum_{i=1}^n E_i \theta_i \dot{\epsilon} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{\epsilon}{\theta_i \dot{\epsilon}} \right) \right] \quad (1)$$

本构方程右边的第一项为弹簧对应力的贡献,在本文后面的拟合中,发现线性弹簧不足以用来描述材料的力学性质,故本文将采用非线性弹簧模型;右边第二项即为各个松弛模式对应力的贡献,这样做相当于用离散松弛谱来代替材料的连续松弛谱。

对于一个确定的松弛模式(即松弛时间  $\theta$  确定),在应变一定的情况下,应力与应变率的关系为

$$\sigma_{\theta, \epsilon} = \theta \dot{\epsilon} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{\epsilon}{\theta \dot{\epsilon}} \right) \right] \quad (2)$$

图 7 给出了当应变  $\epsilon = 0.005$ , 分别取松弛时间  $\theta$  的自然对数为 2、1、0.5、0、-1 和 -2 情况下的应力与对数应变率的关系曲线。图 5 显示在应变确定的情况下,有机玻璃中的应力与对数应变率近似成线性关系,为此将图 7 中的曲线从左到右分别命名为 1 到 6,将 1、4、6 三条曲线相加,将 1、3、5 相加,将 1、2、4 相加,共得到如图 8 所示从右到左的三条曲线,

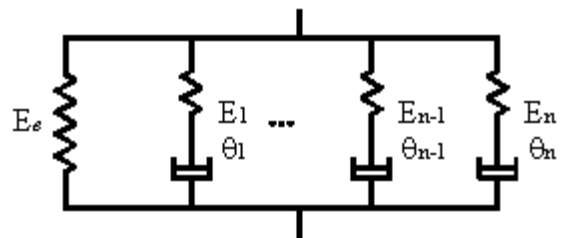


图6 多 Maxwell 体粘弹性模型

Fig. 6 Viscoelastic model including many Maxwell units

分别命名为 1 到 3,每条曲线各自包含了三个松弛模式,其松弛时间自然对数的差分别为 2、1.5 和 1。可以看出,曲线 1 抖动较大,不足以反映应力与对数应变率的线性关系;曲线 3 在相当大的范围内,近似成线性,可以较好地反映应力与对数应变率的线性关系;曲线 2 抖动较小,特点介于另外两条曲线之间。

由此,我们决定在利用包含多个松弛模式的模型分析较大应变率范围内材料的粘弹性时,将各个松弛模式松弛时间的自然对数的差取为 1,这与文献[8]的取法是相同的。

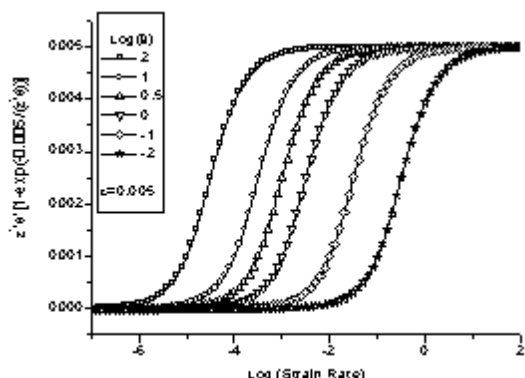


图 7 相同应变、不同松弛时间下  
应力—对数应变率的关系

Fig. 7 Relations between stress and  $\lg \dot{\epsilon}$  under same strain and different relaxation times

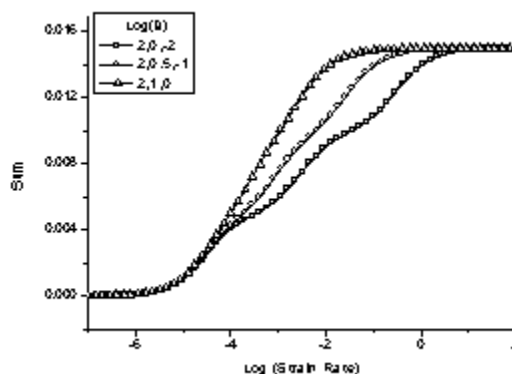


图 8 几个松弛模式的叠加

Fig. 8 Superposition of some relaxation modules

从图 7 可见应力—对数应变率的关系曲线呈“S”形。在某一个应变率范围内,应力随应变率显著变化,并近似为线性。对于确定的松弛模式,可以找到曲线近似成线性的部分所对应的应变率范围;相反,根据所关心的应变率范围,也应该能求出相应的松弛时间。我们对每条应力—对数应变率曲线求出斜率最大的点,从而得到在确定应变的条件下松弛时间与斜率最大点应变率之间的关系。为此对  $\sigma_{\theta, \epsilon}$  求关于对数应变率的两次导数,并令其为零,即

$$\frac{\partial}{\partial(\log \dot{\epsilon})} \left[ \frac{\partial \sigma_{\theta, \epsilon}}{\partial(\log \dot{\epsilon})} \right] = 0 \tag{3}$$

从而得到

$$\theta \dot{\epsilon} \left[ 1 - \exp \left\{ -\frac{\epsilon}{\theta \dot{\epsilon}} \right\} \right] - \left( \epsilon + \frac{\epsilon^2}{\theta \dot{\epsilon}} \right) \exp \left\{ -\frac{\epsilon}{\theta \dot{\epsilon}} \right\} = 0 \tag{4}$$

图 9 给出不同应变时,松弛时间与应力—对数应变率曲线中斜率最大点处的应变率的关系。在本文的试验结果中,各个应变率下的应力—应变曲线的最大应变都不小于 0.025,为了使拟合结果在高应力区与试验结果符合较好,针对图 9 中应变为 0.025 的情况进行线性拟合,得到如下的结果

$$\log \theta = -1.856 - \log \dot{\epsilon} \tag{5}$$

以此式为依据来选择松弛模式的松弛时间。将试验中的最大应变率  $18.6 \text{ s}^{-1}$  和最小应变率  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  代入式(5),分别得到与之对应的松弛时间为 0.00075 s 和 58.5 s。本文选择最小的松弛时间为 0.001 s,最大的松弛时间为 100 s,各松弛模式的松弛时间相差一个量级,共有六个松弛模式。

本文用多项式表征非线性弹性性质,并假设材料的拉压性能相同,则此多项式必仅含奇次项(不含偶次项)。若最高次项取为 3 次时,则多项式的形式为  $a\epsilon + b\epsilon^3$ 。

将各松弛时间代入计算程序中,可以得到模型中各参数的值,非线性弹性部分的参数  $a$  和  $b$  分别为 1.94 GPa 和  $-27.6 \text{ GPa}$ ;各松弛模式的弹性模量如表 1 所示。

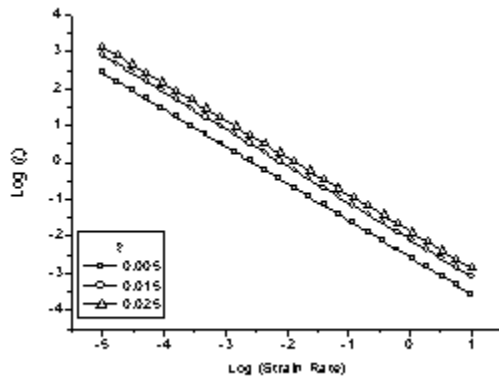


图9 不同应变下,松弛时间与应力-对数应变率曲线中斜率最大点处的应变率的关系

Fig.9 Relations of relaxation time and strain rate at maximum slope point in stress- $\lg \dot{\epsilon}$  curves under different strains

表1 各松弛模式的松弛模量

Tab.1 Relaxation moduli of relaxation modules

松弛时间 $\theta_i$ (s)	松弛模量 $E_i$ (GPa)
100	0.754
10	0.278
1	0.251
0.1	0.240
0.01	0.393
0.001	0.875

于是本文所得到的 PMMA 在中、低应变率下单向拉伸的本构方程为

$$\sigma = 1.94\epsilon - 27.6\epsilon^3 + \sum_{i=1}^6 E_i \int_0^t \exp\left[-\frac{t-\tau}{\theta_i}\right] \dot{\epsilon} d\tau \quad (6)$$

在应变率为常数的情况下,本构方程为

$$\sigma = 1.94\epsilon - 27.6\epsilon^3 + \dot{\epsilon} \sum_{i=1}^6 E_i \theta_i \left[1 - \exp\left[-\frac{\epsilon}{\theta_i \dot{\epsilon}}\right]\right] \quad (7)$$

利用此本构方程,可以计算得到各应变率下的应力-应变曲线,如图3中实线所示。对于应变率为  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  时情况,图中给出的理论曲线的应变范围与拟合时所采用曲线的应变范围相同。与实验结果相比,可以看出最高应变率的理论结果与实验结果相差较大,这是因为当应变率达到  $18.6 \text{ s}^{-1}$  附近时有机玻璃力学性能出现了更大的应变率敏感性(图5),现在所采用的松弛时间的取法无法反映出这样的变化。其他各应变率下的理论结果与实验结果符合较好,这说明本文采用的力学模型是合理的。

PMMA 力学性能的应变率效应的机理、在高应变率区出现的更高应变率敏感性以及低应变率情况下塑性变形对应力-应变关系的影响(应变率为  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  时应力-应变曲线中的软化现象)有待进一步的研究。

## 4 结论

1) 利用 MTS810 试验机和自行研制的中应变率材料试验机对有机玻璃(PMMA)准静态和中应变率单向拉伸力学性能进行了实验研究。结果显示,应变率为  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  时,有机玻璃应力-应变关系中出现软化现象;在应变率大于  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  时,未出现软化现象。PMMA 拉伸力学性能存在明显的应变率相关性,表现为应变率强化、应变率硬化和高速脆性。各个应变下应力与对数应变率的关系显示,当应变率达到  $18.6 \text{ s}^{-1}$  附近时 PMMA 拉伸力学性能出现了更大的应变率敏感性。

2) 采用包含一个非线性弹簧和六个松弛模式的粘弹性模型分析 PMMA 力学性能的应变率相关性,得到 PMMA 在低、中应变率下(应变率为  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$  到  $18.6 \text{ s}^{-1}$ )单向拉伸的本构方程。由于当应变率达到  $18.6 \text{ s}^{-1}$  附近时 PMMA 拉伸力学性能出现了更大的应变率敏感性,理论结果与试验结果有一定的差别;在其他应变率情况下,理论结果与试验结果符合良好,这说明本文采用的力学模型是合理的。

## 参考文献:

- [1] Arruda E M, Boyce M C, Jayachandran R. Effects of strain rate, temperature and thermomechanical coupling on

- the finite strain deformation of glassy polymers [J]. *Mechanics of Materials*, 1995,19:193~212
- [2] LI Zhouhua, John LAMBROS. Strain rate effects on the thermomechanical behavior of polymers [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2001,38:3549~3562
- [3] CHEN W, LU F, CHENG M. Tension and compression tests of two polymers under quasi-static and dynamic loading [J]. *Polymer Testing*, 2002,21:113~121
- [4] Lee O S, Kim M S. Dynamic material property characterization by using split Hopkinson pressure bar (SHPB) technique [J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2003,226:119~125
- [5] 张学峰,夏源明. 中应变率材料试验机的研制 [J]. *实验力学*, 2001,16:13~18 (ZHANG Xuefeng, XIA Yuanming. Development of Material Testing Apparatus for Intermediate Strain Rate Test. *Journal of Experimental Mechanics*, 2001,16:13~18 (in Chinese))
- [6] Boyce M C, Montagut E L, Argon A S. The effects of thermomechanical coupling on the cold drawing process of glassy polymers [J]. *Polymer Engineering and Science*, 1992,32:1073~1085
- [7] 唐志平. 中国科学技术大学硕士学位论文 [C], 1981 (TANG Zhiping. Master Degree Thesis, The University of Science and Technology of China, 1981 (in Chinese))
- [8] Park S W, Schapery R A. Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part I - a numerical method based on Prony series [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 1999,36:1653~1675

## Experimental Study on Mechanical Properties of PMMA under Unidirectional Tensile at Low and Intermediate Strain Rates

WU Heng-yi, MA Gang, XIA Yuan-ming

(Department of Mechanics and Mechanical Engineering, Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Materials of CAS, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui, 230027, P. R. China)

**Abstract:** Unidirectional tensile tests of PMMA at quasi-static loading conditions (at strain rates  $2.00 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ ,  $2.01 \times 10^{-3} \text{ s}^{-1}$ , and  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ ) and at intermediate strain rates (at strain rates  $18.6 \text{ s}^{-1}$ ,  $2.81 \text{ s}^{-1}$ ,  $6.54 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ,  $2.92 \times 10^{-1} \text{ s}^{-1}$ ) were performed on MTS810 and on a self-developed intermediate strain rate materials testing apparatus respectively. Softening process exists in the stress-strain curve of strain rate  $2.38 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ . Results show that in the above mentioned range of strain rates, PMMA has rate-dependent mechanical properties, including strain rate strengthening, strain rate stiffening, and high-speed brittleness. Tensile properties of PMMA show greater strain rate sensitivity when strain rate reaches about  $18.6 \text{ s}^{-1}$ . A visco-elastic model containing a nonlinear spring and six Maxwell units was adopted to study the rate-dependent mechanical behavior of PMMA. A constitutive equation of PMMA under unidirectional tensile at low and intermediate strain rates was obtained. The stress-strain relations of PMMA at different strain rates from the above model are in good agreement with the experiment results.

**Key words:** PMMA (Polymethylmethacrylate); intermediate strain rate; constitutive equation