

文章编号:1001-4888(2007)03&-04-0379-06

## 应用数字图像相关方法测量 含缺陷试样的全场变形<sup>\*</sup>

潘 兵<sup>1</sup>, 谢惠民<sup>1</sup>, 续伯钦<sup>2</sup>, 戴福隆<sup>1</sup>

(1. 清华大学 工程力学系破坏力学教育部重点实验室, 北京 100084; 2. 中国科学技术大学 力学与机械工程系, 合肥 230027)

**摘要:** 利用数字图像相关方法测量表面带孔洞、裂纹、缺口等缺陷试样的全场变形是许多实际测量任务中经常遇到的问题。就此问题, 本文阐述了一种先对要避免计算的缺陷区域进行标记, 在随后进行的相关计算中直接避免这些标记区域的方法。在已计算得到全场位移的情况下, 文中提出了基于局部位移场最小二乘拟合的方法来计算区域边界、孔洞、裂纹或缺口附近等区域应变。最后对单侧边带半圆缺口试样的单向疲劳拉伸实验的计算结果充分显示本文方法的有效性和可靠性。

**关键词:** 数字图像相关; 最小二乘拟合; 应变

**中图分类号:** O348      **文献标识码:** A

### 0 引言

数字图像相关方法(Digital Image Correlation — DIC)最早出现在上世纪 80 年代初, 由美国 University of South Carolina 的 W. H. Peters 和 W. F. Ranson<sup>[1]</sup>等人提出。经过 20 多年的发展, 该方法日趋成熟, 并已成为实验固体力学领域中一种广为人知并有众多应用的非接触全场光学测量方法。

基于现代数字图像处理技术和数值计算方法, 数字图像相关方法能自动处理被测物体变形前后的两幅数字图像并计算得到全场位移分布, 经过进一步的数值计算可得到全场应变信息。作为一种非接触、无损光学测量方法, 数字图像相关方法还具有如下突出优点<sup>[2]</sup>: 1) 试样准备简单, 只需被测试样表面具有随机的灰度变化; 2) 白光照明, 对振动不敏感, 对测试环境的要求较低; 3) 避免干涉测量技术中繁琐的后续条纹分析, 数据计算可完全自动进行; 4) 适用测量范围广, 与不同放大倍数的显微成像设备结合, 可对宏观、细观、微观甚至纳观尺度的变形进行有效的测量, 适用测量范围从小变形到大变形。

在断裂力学实验、岩土工程相似材料的模拟试验以及其它诸多实际应用中, 常常需要对带裂纹、孔洞等缺陷的试样在载荷作用下的全场变形进行检测。为了使数字图像相关方法能适用于带缺陷试样的全场变形测量, 本文对数字图像相关方法进行了改进。文中首先介绍了对无效区域进行标记的思想; 随后介绍数字图像相关方法的原理; 接着阐述了基于局部最小二乘拟合的全场应变求解方法, 并讨论了缺陷附近区域的应变计算方法; 基于上述原理编制了数字图像相关方法自动分析软件; 最后对单侧边带半圆缺口的低碳钢试样的单向拉伸实验图片进行了计算, 结果充分显示本文方法能可靠有效地计算含缺陷试样的全场变形。

\* 收稿日期: 2007-02-01

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(2004CB619304); 国家自然科学基金资助项目(10625209, 10472050, 1012120); 北京市自然科学基金资助项目(3072007) 及教育部新世纪优秀人才支持计划

通讯作者: 潘兵(1978—), 男, 清华大学工程力学系博士研究生, 主要研究方向: 光测力学。E-mail: panb04@mails.tsinghua.edu.cn

## 1 方法

### 1.1 无效区域标记

如前所述,在许多实际测量任务中被测试样表面可能会具有不连续的缺陷区域(如孔洞、裂纹等)。图1显示的是两个包含不连续的缺陷区域的典型试样。其中,图1(a)为一带单边裂纹的试样,图2(b)为中心带圆孔的试样。在载荷作用下试样表面的散斑会随着试样一起变形并记录了试样表面的变形信息,但由于表面缺陷区域并没有随着试样一起变形的散斑标记,如对该区域直接进行相关计算显然会得到错误的计算结果,这也是我们所不希望看到的。因此需要另外采取措施来避免对其计算,在本文我们将采用一种对这些无效区域进行标记的方法来避免对这些区域进行计算。实际程序中可以通过绘制一个封闭区域来近似该无效区域,以实现在正式的相关计算之前先对该区域进行标记。例如图1(a)的裂纹可用一矩形区域来标记,而图1(b)中的中心孔可用一圆或椭圆来标记。

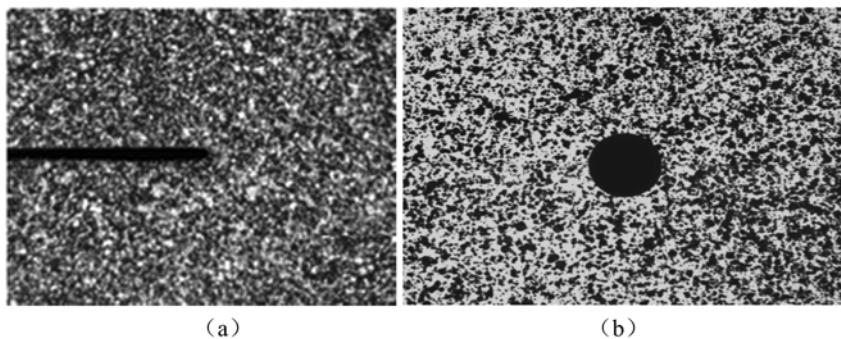


图1 带缺陷的两个试样

Fig. 1 Two specimens with discontinuity

### 1.2 数字图像相关计算

数字图像相关方法通过处理变形前后被测对象表面的数字图像直接获得位移和应变信息<sup>[3]</sup>。通常将变形前的数字图像称为“参考图像(Reference Image)”,变形后的数字图像称为“变形后图像(Deformed Image)”。在参考图像中取以某待求点( $x, y$ )为中心的 $(2M+1) \times (2M+1)$  pixels 大小的矩形参考图像子区(reference subset),在变形后图像中通过一定的搜索方法按预先定义的互相关函数来进行相关计算,以寻找与参考图像子区的相关系数为最大值或最小值(取决于所选择的相关函数)的以( $x', y'$ )为中心的目标图像子区(target subset)以确定该点的位移分量 $u, v$ 。在利用数字图像进行实际计算时通常将参考图像中间的待计算区域划分成虚拟网格形式,通过计算每个网格节点的位移以得到全场位移信息。相邻网格点之间的距离为计算步长(step size),为提高位移测量的空间分辨率,相邻网格节点间距离通常取在2~10pixels之间。

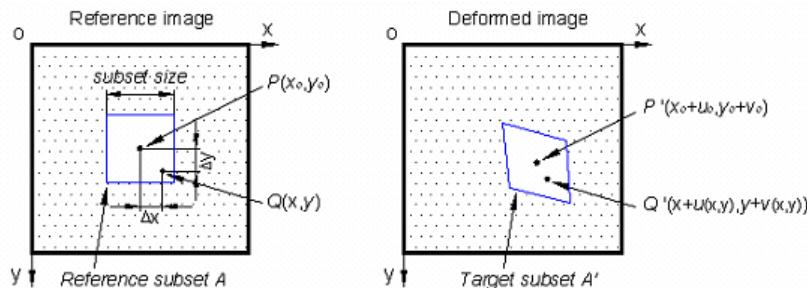


图2 变形前后图像子区示意图

Fig. 2 Schematic diagram of reference and target (or deformed) subsets

如图2所示,根据变形的连续性,变形前参考图像子区中心点P附近点Q在变形后仍在P'点附近。因此,参考图像子区中的各点( $x, y$ )与变形后的目标图像子区中各点( $x', y'$ )可按公式(1)的函数关系一一对应:

$$\begin{aligned}x' &= x_0 + \Delta x + u + \frac{\partial u}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial u}{\partial y} \Delta y \\y' &= y_0 + \Delta y + v + \frac{\partial v}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial v}{\partial y} \Delta y\end{aligned}\quad (1)$$

式中,  $u, v$  是参考图像子区中心在  $x, y$  方向的位移;  $\Delta x, \Delta y$  为点  $(x, y)$  到计算窗口中心  $(x_0, y_0)$  的距离;  $u_x, u_y, v_x, v_y$  为图像子区的位移梯度。

相关函数是评价参考图像子区  $f(x, y)$  和目标图像子区  $g(x', y')$  相似程度的函数,有近十种可供选择。根据 Wei Tong<sup>[4]</sup>的研究,本文使用下面的归一化最小平方距离相关函数:

$$G_{f,g}(\vec{p}) = \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left[ \frac{f(x, y) - f_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - f_m]^2}} - \frac{g(x', y') - g_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2}} \right]^2 \quad (2)$$

这里  $f_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y)]^2$ ,  $g_m = \frac{1}{(2M+1)^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y')]^2$  分别为参考图像子区和目标图像子区的灰度平均值。事实上该相关函数实际上可从最常用的标准协方差互相关函数推导得到,与其它互相关函数相比,该互相关函数的相关峰是全场唯一且尖锐,因而能更准确地寻找到整个搜索区域的相关系数极值。并且该相关函数的抗干扰性强于其它相关函数,它对目标图像子区灰度的线性变换不敏感,比如对目标子区的灰度做线性变换  $g'(x', y') = a \times g(x', y') + b$ ,则按(2)式计算的相关系数值维持不变。

从公式(2)可知相关函数  $C_{f,g}(\vec{p})$  是关于  $\vec{p} = (u, u_x, u_y, v, v_x, v_y)^T$  6 个参数的函数,其取值范围是  $[0, 4]$ 。当变形前后的图像子区最为相似的时候,相关系数  $C_{f,g}(\vec{p})$  应取最小值,亦即相关系数  $C_{f,g}(\vec{p})$  的梯度趋近于 0,因此有:

$$\begin{aligned}\nabla C_{f,g}(\vec{p}) &= \left[ \frac{\partial C}{\partial p_i} \right]_{i=1, \dots, 6} = -2 \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left\{ \left[ \frac{f(x, y) - f_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [f(x, y) - f_m]^2}} \right. \right. \\&\quad \left. \left. - \frac{g(x', y') - g_m}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2}} \right] \frac{1}{\sqrt{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2}} \cdot \frac{\partial g(x', y')}{\partial p_i} \right\}_{i=1, \dots, 6} = 0\end{aligned}\quad (3)$$

上式可用 Newton-Raphson 迭代法或其它优化方法求解,并以整像素位移搜索结果为迭代的初始值。经整理可得:

$$\nabla C(\vec{p}) = \nabla C(\vec{p}_0) + \nabla \nabla C(\vec{p}_0)(\vec{p} - \vec{p}_0) = 0 \quad (4)$$

$$\text{因此: } \vec{p} = \vec{p}_0 - \frac{\nabla C(\vec{p}_0)}{\nabla \nabla C(\vec{p}_0)} \quad (5)$$

这里  $\vec{p}_0$  为初值估计,  $\vec{p}$  为迭代后的近似值,  $\nabla C(\vec{p}_0)$  为相关函数的梯度,  $\nabla \nabla C(\vec{p}_0)$  是相关函数的二次偏导,通常被称为 Hessian 矩阵。根据 G. Vendroux 和 W. G. Knauss 的研究<sup>[9]</sup>,我们可对 Hessian 矩阵做近似处理,在不影响精度的情况下简化计算,简化后的 Hessian 矩阵为:

$$\nabla \nabla C_{f,g}(\vec{p}) = \left[ \frac{\partial^2 C}{\partial p_i \partial p_j} \right]_{i=1, \dots, 6, j=1, \dots, 6} \cong \frac{2}{\sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M [g(x', y') - g_m]^2} \sum_{x=-M}^M \sum_{y=-M}^M \left( \frac{\partial^2 g(x', y')}{\partial p_i \partial p_j} \right)_{i=1, \dots, 6, j=1, \dots, 6} \quad (6)$$

需要提到的是,N-R 方法在实现过程中需要亚像素位置的灰度和灰度梯度值,所以插值方法的选择是 N-R 方法的关键,直接影响计算的精度和收敛特性。本文用在自然边界条件下的双三次样条插值来计算亚像素位置的灰度和灰度偏导,具体计算是通过两个方向的一维样条插值得到。N-R 方法的收敛条件为相邻两次迭代结果的位移波动小于  $10^{-4}$  pixel,应变波动小于  $5 \times 10^{-6}$  (即  $5 \mu\epsilon$ )。

### 1.3 基于位移场逐点局部最小二乘拟合的应变估计

考虑到原始离散位移数据中不可避免地包含噪声,本文对原始的离散位移数据用逐点最小二乘拟

合的方法来求解位移的导数(应变),由于拟合的过程包含了噪声的去除,因此所得到的应变精度较直接差分会有显著提高。该方法的基本思想就是用完全二维多项式对离散位移数据的一个局部子域(下面称之为应变计算窗口,假设其中包含 $(2M+1) \times (2M+1)$ 个均匀分布的数据点,如图3所示)进行分片逐点拟合,利用最小二乘法得到拟合多项式的系数,由拟合多项式的系数就很容易得到拟合区域中间点的对应值和各阶导数,作为该点的平滑和差分结果。接着,局部子域移动到下一个数据点,计算新的数据子集的中心点平滑和差分结果。

	$x = -M$	...	$x = 0$	...	$x = M$
$y = -M$	$u(-M, -M)$	...	$u(0, -M)$	...	$u(M, -M)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$y = 0$	$u(-M, 0)$	...	$u(0, 0)$	...	$u(M, 0)$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$y = M$	$u(-M, M)$	...	$u(0, M)$	...	$u(M, M)$

图3 包含 $(2M+1) \times (2M+1)$ 个数据点的局部位移场示意图

Fig. 3 Schematic diagram of local displacement region containing  $(2M+1) \times (2M+1)$  data points

为了更好地滤除离散位移数据中的噪声和得到较好的平滑效果,本文仅考虑拟合函数为二维一次多项式。具体的做法是,如对于位移场局部子域中的离散数据用二维一次多项式来拟合  $u, v$  场位移,则有:

$$\begin{aligned} u(x, y) &= a_0 + a_1 x + a_2 y \\ v(x, y) &= b_0 + b_1 x + b_2 y \end{aligned} \quad (7)$$

这里  $x, y = -M, M$  为局部位移场中各数据点的局部坐标;  $a_0, \dots, b_2$  为待求的拟合多项式系数;  $u(x, y), v(x, y)$  为离散位移数据点。假设局部数据子集  $u(x, y)$  为由 $(2M+1) \times (2M+1)$  数据点组成,可将 $(2M+1) \times (2M+1)$  数据点组成的二维离散位移数据矩阵  $u(x, y)$ (图3)排列成一维列向量  $\tilde{u} = [\tilde{u}(0), \tilde{u}(1), \dots, \tilde{u}(n)]$ ,  $n = (2M+1) \times (2M+1) - 1$ 。因此,公式(7)的第一式可以重新写成如下的矩阵形式:

$$Xa = u \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -m & -m \\ 1 & -m+1 & -m \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & m-1 & m \\ 1 & m & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u}(-m, m) \\ \tilde{u}(-m+1, m) \\ \vdots \\ \tilde{u}(0, 0) \\ \vdots \\ \tilde{u}(m-1, m) \\ \tilde{u}(m, m) \end{bmatrix} \quad (8)$$

于是可利用最小二乘法来求解待定系数向量:

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T u \quad (9)$$

这里:  $(X^T X)^{-1} X^T$  为  $X$  的伪逆矩阵,对位移场  $v(x, y)$  可按同样方式得到  $\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = (X^T X)^{-1} X^T v$ 。得到

拟合多项式的系数  $a_0, \dots, b_2$  后,小变形情况下的 Cauchy 应变分量<sup>[5]</sup>即可按下式计算:

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = a_1, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = b_2, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = a_2 + b_1 \quad (10)$$

对于边界点,孔洞、裂纹附近区域由于局部位移数据所包含的有效数据点要小于 $(2M+1) \times (2M+1)$ 个,在计算系数矩阵  $X$  和位移向量  $u(x, y)$  时可以避免(忽略)这些无效的数据点。实际上由于待求系数向量只有三个未知数,因此只要应变计算窗口中的有效数据点大于三个即可。由于通常的应变计算窗口都取在 $11 \times 11 \sim 21 \times 21$  点之间,因此以上处理方式是合理可靠的,完全能够保证公式(9)有解。

## 2 实验

为验证上述方法的有效性,下面对单侧边带半圆缺口的试样(材料为GH4169高强度合金钢)在单向疲劳拉伸(加载频率10Hz,加载幅度0~10.5kN)作用下的全场变形进行计算。实验前试样表面先用砂纸打磨,打磨后表面出现的随机斑点可看作人工散斑(作为变形载体随试样表面一起变形),试样夹持在材料力学试验机上。试样加载前后表面的图像由CCD摄像机采集(图像分辨率为 $768 \times 576$  pixels, 8bit灰度),变形前被测试件表面图像如图4(a)所示,施加疲劳载荷一定时间后试件表面图像如图4(b)所示。需要说明的是,在图4(a)中方框内为要进行相关计算的区域,而方框内的半圆形区域为要避免计算的无效区域(半圆缺口)。

用Visual Basic 6.0语言编制的数字图像相关方法软件会自动对计算区域内各计算点进行相关计算(这里计算子区为41pixels,相邻两个计算点的距离为5pixels),当计算到已预先标定为无效区域的点时,程序自动跳过这些点以避免无意义的计算。由数字图像相关方法直接计算得到的位移场( $u$ 场、 $v$ 场)如图5所示。图5显示 $x$ 方向的位移较小,由于各种噪声的影响其变形规律不明显。由于载荷沿 $y$ 方向,因此相对而言, $y$ 方向的变形规律清晰可见。

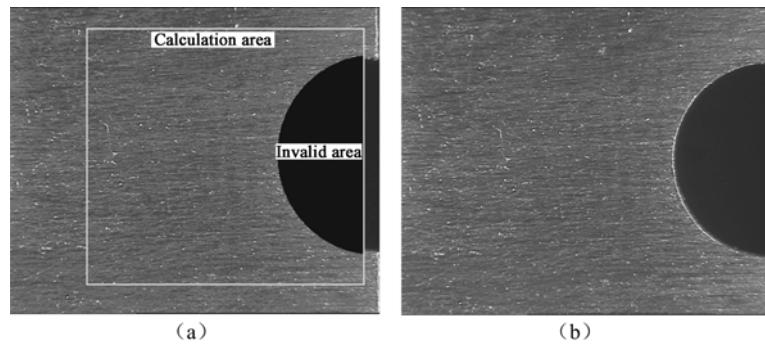


图4 参考图像(a)和变形后图像(b)

Fig. 4 Reference image (a) and deformed image (b)

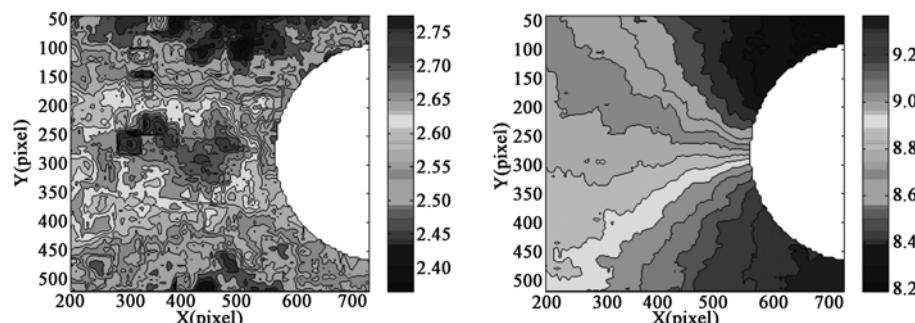


图5 由N-R方法计算得到的(a)  $u$  和(b)  $v$  位移场

Fig. 5 The (a)  $u$  and (b)  $v$  displacement fields obtained by N-R method

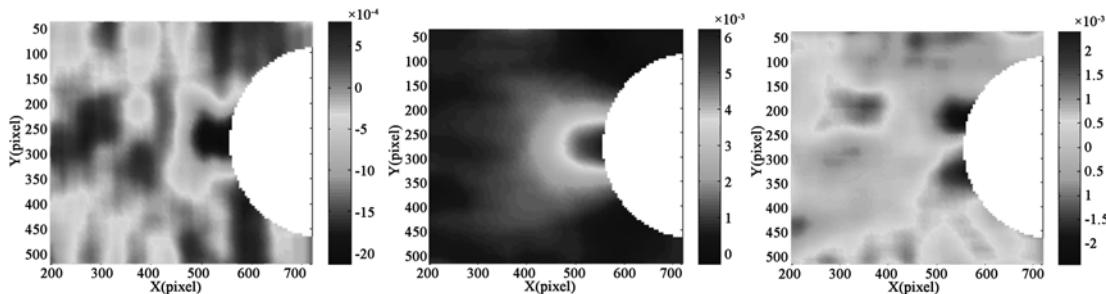


图6 对位移场进行局部最小二乘拟合计算得到的(a)  $\epsilon_x$ , (b)  $\epsilon_y$  和(c)  $\gamma_{xy}$  应变场, 应变计算窗口为  $21 \times 21$  点 (单位:  $\epsilon$ )

Fig. 6 The (a)  $\epsilon_x$ , (b)  $\epsilon_y$  and (c)  $\gamma_{xy}$  strain fields obtained by local least square fitting technique with  $21 \times 21$  points strain calculation window (unit:  $\epsilon$ )

按照前面介绍的应变计算方法得到的应变场  $\epsilon_x$ 、 $\epsilon_y$ 、 $\gamma_{xy}$  分别如图6(a)(b)(c)所示,这里应变计算窗口大小为  $21 \times 21$  点(相当于  $100 \times 100$  pixels 大小的图像区域),对于计算区域边缘和右侧边半圆缺口附近区域的应变按1.3节介绍的方法处理,图6的计算结果显示在半圆缺口边有明显的应力集中,且 $y$

方向的正应变要远大于 $x$ 方向的正应变和剪应变,这与实际情况较为符合。

### 3 结论

本文针对如何利用数字图像相关方法测量带孔洞、裂纹等缺陷试样的全场变形这一较为实际的问题进行了研究。文中通过对要避免计算的无效区域首先进行标记的方法,实现了带缺陷试样变形前后图像的数字图像相关计算。鉴于利用数字图像相关方法不可能完全精确地恢复待测试样表面的真实位移场,无论采取何种算法,位移场的计算误差都是不可避免的。为了从含噪声的位移场中计算得到可靠的应变场,采用了本文作者提出的一种对位移场进行逐点局部最小二乘拟合来求解应变的简单有效的方法,并讨论了计算区域边界、孔洞和裂纹附近区域情况下的应变计算,最后对单侧边带半圆缺口试样在单向拉伸下的图片进行了计算,结果显示本文方法适用于含缺陷试样的全场变形测量,能可靠、有效地从变形前后的数字图像中提取变形信息。

#### 参考文献:

- [1] Peters W H, Ranson W F. Digital imaging techniques in experimental stress analysis[J]. Opt. Eng, 1982, 21(3): 427~431.
- [2] 潘兵, 谢惠民, 续伯钦, 戴福隆. 数字图像相关中的亚像素位移定位算法进展[J]. 力学进展, 2005, 35(3): 345~351 (PAN Bing, Xie Huimin, XU Boqin, Dai Fulong. Development of sub-pixel displacements registration algorithms in Digital Image Correlation[J]. Advances in Mechanics, 2005, 34(3): 345~352 (in Chinese))
- [3] Bing Pan, Huimin Xie, Zhiqing Guo, Tao Hua. Full-field strain measurement using two-dimensional Savitzky-Golay digital differentiator in digital image correlation[J]. Optical Engineering, 2007, (3): 033601.
- [4] Tong W. An evaluation of digital image correlation criteria for strain mapping applications[J]. Strain, 2005, 41: 167~175.
- [5] 陆明万, 罗学富. 弹性理论基础[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001 (Lu Mingwan, Luo Xuefu. Foundations of Elasticity. Beijing: Tsinghua University Press, 2001 (in Chinese))

## Full-field Deformation Measurement of Specimen with Discontinuity using Digital Image Correlation

PAN Bing<sup>1</sup>, XIE Hui-min<sup>1</sup>, XU Bo-qin<sup>2</sup>, DAI Fu-long<sup>1</sup>

(1. FML, Dept of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 2. Department of Mechanics and Mechanical Engineering, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

**Abstract:** Full-field deformation measurement of specimen with discontinuity using digital image correlation is a challenging task in many practical applications. In this paper, an improved digital image correlation method is proposed to overcome this problem. The discontinuity area is first artificially labeled and then directly overpassed in the subsequent calculation. Based on the calculated displacement field, local least-squares fitting technique of displacement field is proposed to calculate the strain field surrounding the discontinuity. The results from the tensile fatigue test of a low-carbon steel specimen with a one-side half-hole fully demonstrated the effectiveness and reliability of the proposed method.

**Keywords:** digital image correlation; least-square fitting; strain