

文章编号: 1001-4888(2014)03-0286-08

颗粒介质弹性参数测量方法及装置研究^{*}

马方园¹, 刘程林¹, 苏煜¹, 史庆藩², 王洪涛³, 马少鹏¹

(1. 北京理工大学 宇航学院, 北京 100081; 2. 北京理工大学 物理学院, 北京 100081;

3. 清华大学 核能与新能源技术研究院, 北京 100084)

摘要: 本文发展了一种实施简便的颗粒介质弹性参数测量方法, 设计并加工了基于该方法的实验装置。利用加载设备对该实验装置在一个方向上加卸载, 在加载方向和与之垂直的另一方向上测量载荷和位移后即可获得颗粒介质的等效弹性模量和泊松比。该实验装置的容器还可方便地调节尺寸, 适用于测量不同粒径颗粒堆积在不同大小容器时的弹性参数。本文还研究了尺寸效应的影响, 分析了容器尺寸和颗粒粒径分别对介质弹性参数的影响规律。

关键词: 颗粒介质; 弹性参数; 尺寸效应

中图分类号: O347.7

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-13-124

0 引言

颗粒介质是指大量离散的固体颗粒相互作用而组成的复杂体系^[1]。广泛存在于自然界中的砂粒、土壤、浮冰、煤、矿石等以及日常生产生活中的粮食等都可看作颗粒介质。在设计颗粒介质的输送和储存容器时, 需要事先知道颗粒介质的弹性模量、泊松比等弹性参数来估计容器的受载情况。颗粒介质体系及其内部相互作用的复杂性, 使得不可能直接由颗粒本身的弹性参数估算整个体系的弹性参数^[2], 因此发展一种实验手段测量颗粒介质的弹性参数是很有必要的。与普通的固体材料不同, 颗粒介质弹性参数在测量上存在着两个困难。一个困难体现在尺寸效应上: 相对于一般的固体而言, 颗粒介质的细观结构尺寸较大, 即使在常规尺寸下的颗粒介质也具有明显的尺寸效应。在工程实践中, 一般无法或者很难做到对实际结构的测量, 这就需要依靠室内的缩比模型实验代替实物实验进行研究, 而在进行模型实验时要考虑尺寸效应, 即容器尺寸与颗粒粒径的比例(以下简称器粒比)。另一个困难体现在容器对测量结果的影响上: 颗粒介质具有流动性, 需用容器对其附加约束才能使其保持堆积形状。然而容器不但会给测量结果带来额外的约束, 而且容器与介质间的“边界层”会严重影响颗粒介质的力学性质^[3]。考虑到上面两方面因素, 在利用缩比模型测量颗粒介质弹性参数时, 不仅要研究器粒比对弹性参数的影响, 还要研究不同尺寸的容器对颗粒介质弹性参数的影响, 即实验中不仅要改变颗粒的大小, 还要改变容器的大小。

土力学中广泛采用三轴试验仪^[4]测量土或砂粒介质的压缩模量, 三轴试验仪将介质装在一个刚性的筒状容器中, 在顶部施加压力同时测量变形。由于只测量了一个方向的载荷和变形, 三轴试验仪测量得到的压缩模量只是弹性模量和泊松比的一种组合(不是常规的弹性参数), 一般仅作为一种工程参数来应用。Molenda^[5-7]等设计了一种与三轴试验仪相似的具有“刚性”容器的单轴加载装置来测量颗粒介质的弹性参数。该容器在横向上可变形, 但在加载后通过复杂的反馈系统施加载荷将横向变形完全

^{*} 收稿日期: 2013-08-11; 修订日期: 2013-11-16

基金项目: 国家自然科学基金 11372038, 国家自然科学基金 11172039

通讯作者: 马少鹏(1974-), 男, 博士, 教授。主要研究领域: 实验力学。E-mail: masp@bit.edu.cn

抵消,因而达到刚性容器的效果。对于这种装置来说,其反馈系统施加的载荷所提供的信息为该系统增加了一个已知的测量方向,使得弹性模量和泊松比可以独立地解出来。可以想象,由于反馈系统的存在,该测量装置的制作和加工非常复杂和昂贵,而且,该测量装置的容器尺寸是固定的,不能调节大小,因此用该装置进行研究时存在相当大的局限性。

本文在 Molenda 研究的基础上进一步对测量装置进行了改进:去掉反馈系统,在加载中直接测量横向的力和位移,引进一种新的测量模型直接获得弹性模量和泊松比,使测量装置和测量过程大大简化;设计了一些附件可方便地调节容器的尺寸。此外,为了使实验结果更加直观和通用,还发展了一种等效表征方法,可将测量结果转化为颗粒介质在“单轴压缩”情况下的应力应变曲线。利用发展的实验装置,测量了不同粒径颗粒装载于不同大小容器时的弹性模量,进而分析了颗粒和容器尺寸对介质弹性模量的影响。

1 实验方法及实验装置

1.1 测量原理及表征方法

颗粒介质弹性参数测量原理如图 1 所示:设有一个尺寸为 L 的正方体容器,其中填满颗粒介质;容器的 I、III 两个壁面可沿其法线方向平稳无摩擦滑动,其他四个壁面固定不动;用加载装置对壁面 III 进行加卸载,记录 III 上的力和位移;同时在壁面 I 上安装压力传感器和位移传感器,测量加卸载过程中壁面 I 的力和位移。

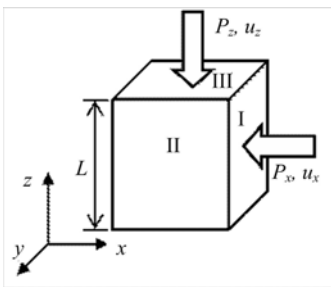


图 1 颗粒介质弹性参数的测量原理
Fig.1 Principle for elastic parameters measurement of granular medium

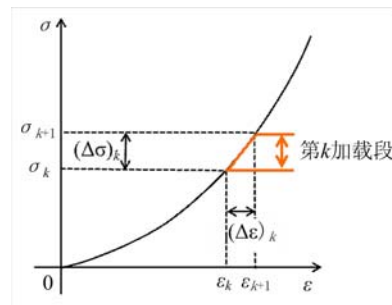


图 2 颗粒介质非线性的应力应变曲线
Fig.2 Nonlinear stress-strain curve of granular medium

颗粒介质的应力应变关系具有非线性特征(如图 2 所示)^[5]。对这种非线性情况来说,常用的处理方法是使用 $m+1$ 个点将整个加载过程划分为 m 小段,每一小段认为是线性的。记第 k 点的压力、位移、应力和应变分别为 $(P_i)_k, (u_i)_k, (\sigma_i)_k, (\epsilon_i)_k$ (其中 $i = x, y, z$ 分别代表测量容器的 I、II、III 三个面)。第 k 点与第 $k+1$ 点之间(记为第 k 加载段)压力、位移、应力和应变的增量分别为 $(\Delta P_i)_k, (\Delta u_i)_k, (\Delta \sigma_i)_k, (\Delta \epsilon_i)_k$,则第 $k+1$ 点的应力、应变表示为:

$$(\sigma_i)_{k+1} = (\sigma_i)_k + (\Delta \sigma_i)_k \tag{1}$$

$$(\epsilon_i)_{k+1} = (\epsilon_i)_k + (\Delta \epsilon_i)_k \tag{2}$$

其中:

$$(\Delta \sigma_i)_k = \frac{(\Delta P_i)_k}{L^2}, (\Delta \epsilon_i)_k = \frac{(\Delta u_i)_k}{L} \tag{3}$$

由于加载过程的每一小段都满足线弹性理论,故有

$$(\Delta \epsilon_x)_k = \frac{1}{E_k}(\Delta \sigma_x)_k - \frac{\nu_k}{E_k}(\Delta \sigma_y)_k - \frac{\nu_k}{E_k}(\Delta \sigma_z)_k \tag{4}$$

$$(\Delta \epsilon_y)_k = \frac{1}{E_k}(\Delta \sigma_y)_k - \frac{\nu_k}{E_k}(\Delta \sigma_x)_k - \frac{\nu_k}{E_k}(\Delta \sigma_z)_k \tag{5}$$

$$(\Delta \epsilon_z)_k = \frac{1}{E_k} (\Delta \sigma_z)_k - \frac{\nu_k}{E_k} (\Delta \sigma_y)_k - \frac{\nu_k}{E_k} (\Delta \sigma_x)_k \quad (6)$$

其中, E_k 、 ν_k 为第 k 加载线性段的弹性模量和泊松比。此外, 从测量原理中可知:

$$(\Delta \epsilon_y)_k = 0 \quad (7)$$

综上, 可得到颗粒介质在第 k 加载段的泊松比和弹性模量:

$$\nu_k = \frac{[(u_z)_{k+1} - (u_z)_k][(P_x)_{k+1} - (P_x)_k] - [(u_x)_{k+1} - (u_x)_k][(P_z)_{k+1} - (P_z)_k]}{[(u_z)_{k+1} - (u_z)_k - (u_x)_{k+1} + (u_x)_k][(P_x)_{k+1} - (P_x)_k + (P_z)_{k+1} - (P_z)_k]} \quad (8)$$

$$E_k = \frac{(1 - \nu_k^2)[(P_x)_{k+1} - (P_x)_k] - \nu_k(1 + \nu_k)[(P_z)_{k+1} - (P_z)_k]}{(u_x)_{k+1} - (u_x)_k} \quad (9)$$

其中 $k=0, 1, 2, \dots, m$ 。在加载开始时, 即当 $k=0$ 时有 $(u_x)_k=0$, $(u_z)_k=0$, $(P_x)_k=0$, $(P_z)_k=0$ 。在加载开始后, 利用实验测得的 $(P_x)_k$, $(u_x)_k$, $(P_z)_k$, $(u_z)_k$, 由(8)、(9)式可计算出颗粒介质在整个加载过程中的弹性模量和泊松比。

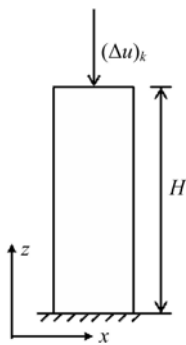


图3 等效的单轴压缩固体试件模型

Fig. 3 Equivalent uniaxial compression model of solid specimen

前面的方法虽然直接得到了颗粒介质弹性模量和泊松比的数据, 但为了更直观地表示其力学行为, 同时也为了与固体力学中常规材料的应力-应变表示形式一致, 需要将颗粒介质等效为一种“固体”, 将所测得的弹性参数换算为固体的应力应变曲线。为此, 将容器里的颗粒介质等效为一个不受侧限的单轴压缩固体试件(如图3所示), 该试件的高度 H 为相应实验容器的高度。沿 z 轴方向对试件按等位移加载的方式进行单轴加卸载, 加载的位移 u 为实验时的试验机位移。对于该固体试件而言, 第 k 点的位移、 z 方向上的应力、 z 方向上的应变和 x 方向上的应变分别为 u_k , σ_z , ϵ_z , ϵ_x , 第 k 点与第 $k+1$ 点间(记为第 k 段)的位移增量、应力增量、应变增量、弹性模量和泊松比分别为 Δu_k , $(\Delta \sigma_z)_k$, $(\Delta \epsilon_z)_k$, $(\Delta \epsilon_x)_k$, E_k , ν_k , 则 $k+1$ 点的应力、应变

为:

$$(\sigma_z)_{k+1} = (\sigma_z)_k + (\Delta \sigma_z)_k \quad (10)$$

$$(\epsilon_z)_{k+1} = (\epsilon_z)_k + (\Delta \epsilon_z)_k \quad (11)$$

$$(\epsilon_x)_{k+1} = (\epsilon_x)_k + (\Delta \epsilon_x)_k \quad (12)$$

其中:

$$(\Delta \epsilon_z)_k = \frac{(\Delta u)_k}{H} \quad (13)$$

$$(\Delta \epsilon_x)_k = -\nu_k (\Delta \epsilon_z)_k = -\nu_k \frac{(\Delta u)_k}{H} \quad (14)$$

$$(\Delta \sigma_z)_k = E_k (\Delta \epsilon_z)_k = E_k \frac{(\Delta u)_k}{H} \quad (15)$$

其中 $k=0, 1, 2, \dots, m$ 。在加载开始, 即当 $k=0$ 时有 $u_k=0$, $\nu_k=0$, $E_k=0$, 加载开始后, 利用加载的位移数据以及前面测得的 E_k 、 ν_k , 最终可得到等效后的固体试件的应力应变曲线。

1.2 测量装置

根据前述测量原理, 设计测量装置如图4(a)所示, 该装置主要由试验机和实验容器(虚线框内)组成。实验容器由盖板、侧壁、滑板以及数据采集系统组成。盖板、侧壁和滑板在加工过程中都经过特殊的打磨处理, 一定程度上减少了与颗粒之间的摩擦。在滑板下侧装有滑轨, 并在滑板上涂抹润滑剂以保证滑板在摩擦较小的情况下滑动, 提高测量精度。如图4(b)所示, 实验容器被滑板分为两个腔, 大腔盛放待测的颗粒介质, 小腔放置传感器。数据采集系统包括四个压力传感器、三个位移传感器和数据采集卡。如图4(c)所示, 四个压力传感器用螺栓固定在容器内壁上, 分散放置压力传感器可以有效地防止滑板的翻转, 保证了滑板的稳定性。

为了测得器粒比不同时颗粒介质的弹性模量和泊松比,需要用尺寸可改变的实验容器盛放不同粒径的颗粒介质进行实验。为了保证实验精度和节省材料,设计了一系列可以放置到原始容器里的垫板,这些垫板可以把原始容器隔成不同尺寸的容器。尺寸改变后的容器仍然保证了待测颗粒处于该容器的中心,满足测量实验的要求。加入垫板后的容器示意图和实物图如图 5(a)、(b)所示。

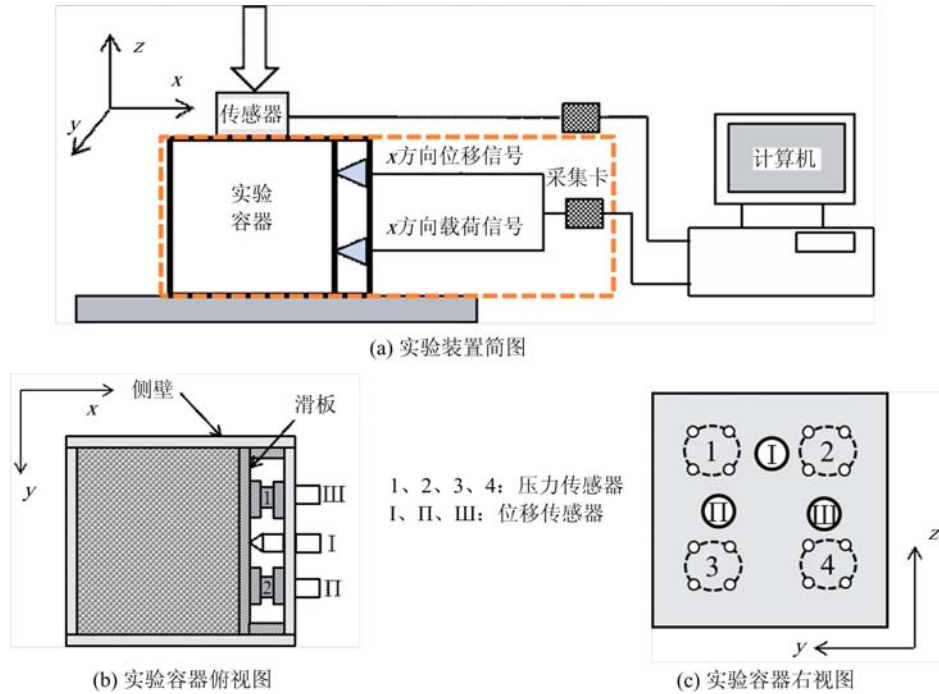


图 4 实验装置和实验容器简图

Fig. 4 Schematics of experimental device and the container

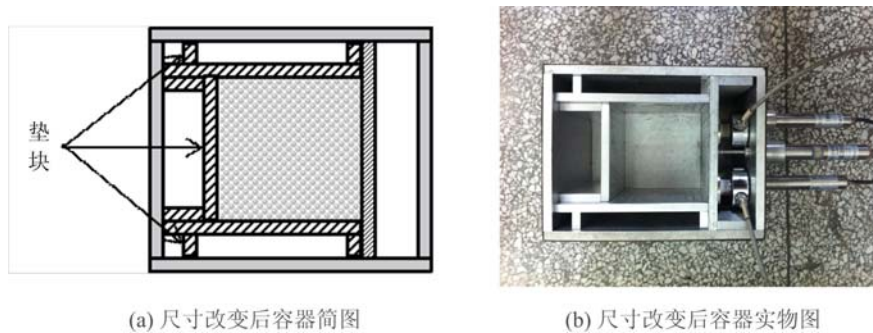


图 5 改变尺寸后的容器简图和实物图

Fig. 5 Diagram and picture of the container after change the size

为了验证测量方法和实验装置,用 180mm×180mm×180mm 的实验容器测量粒径为 6mm 的玻璃球颗粒的弹性参数。实验前先将待测的玻璃球颗粒填充到与此玻璃球粒径相对应的实验容器中,调整试验机压头位置,使之刚好接触容器盖板并在盖板正中央,然后分别调整三个位移传感器的测头,使之刚好接触到滑板。按照位移加载的方式进行实验,使试验机速度在整个加卸载过程中保持为 0.5 mm/min。在正式测量前,先对颗粒加卸载三次使之密实,预载荷的最大压应力为 0.25MPa。循环加卸载三次后,进行正式测量,记录相应的数据,之后计算其弹性参数。实验所得的加载方向应力 σ_z 和加载方向应变 ϵ_z 的关系曲线如图 6 所示,该曲线与文献[5]中的测量结果曲线在形状上非常相似,这说明了本文测量装置的有效性。根据前述的结果表征方法,得到颗粒介质等效成固体试件时,其单轴加卸载应力应变曲线如图 7 所示,图中 AB 段和 AD 段是加载过程,BC 段和 DE 段是卸载过程。

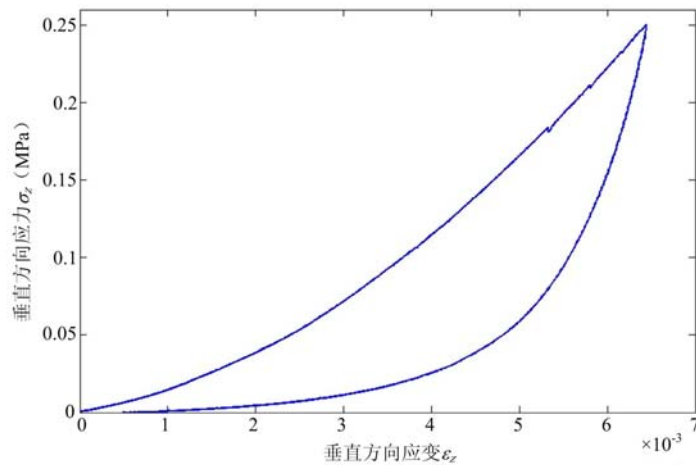


图 6 6mm 玻璃球在 180mm×180mm×180mm 实验容器里的 σ_z 和 ϵ_z 的关系曲线

Fig. 6 Relationship of vertical stress σ_z and vertical strain ϵ_z of 6mm glass ball in 180mm×180mm×180mm container

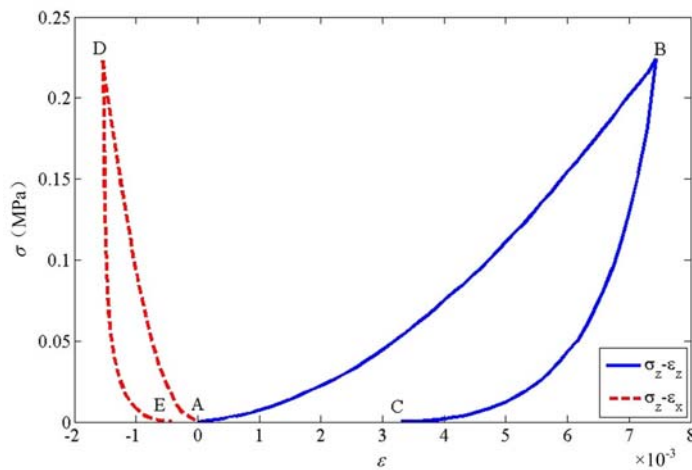


图 7 6mm 玻璃球在 180mm×180mm×180mm 实验容器里的等效应力应变曲线

Fig. 7 Equivalent stress-strain curve of 6mm glass ball in 180mm×180mm×180mm container

2 容器尺寸和颗粒粒径对颗粒介质弹性参数影响的实验研究

为了研究不同尺寸的容器和不同粒径的颗粒对颗粒介质弹性参数的影响,进行以下两种实验:一种是在相同尺寸的实验容器里填充不同粒径的颗粒介质;另一种是保持颗粒介质的粒径不变,改变实验容器尺寸。针对这两种情况分别设计了如表 1、表 2 所示的实验研究方案。

表 1 实验容器尺寸相同、球粒径不同时的实验方案

Tab. 1 Experimental scheme of the same container size and the different ball diameters

实验容器尺寸 L(mm)	玻璃球粒径 d(mm)	器粒比 (L/d)
120	3	40
120	6	20
120	12	10

表 2 实验容器尺寸不同、球粒径相同时的实验方案

Tab. 2 Experimental scheme of the same ball diameter and the different container sizes

实验容器尺寸 L(mm)	玻璃球粒径 d(mm)	器粒比 (L/d)
50	5	10
100	5	20
150	5	30
200	5	40
250	5	50

按照前述的实验方法完成表 1 和表 2 方案中的测量, 所得的颗粒介质弹性模量表征后的结果如图 8、图 9 所示。从图 8 中可以看出, 对于相同的容器, 当颗粒粒径较大时(即器粒比较小)其等效弹性模量较大。为了更清楚地看到这一规律, 将应力应变曲线卸载段上位于 0.15MPa~0.2MPa 的部分(图 8 中的 AB, 线性较好的部分)进行直线拟合, 取其斜率为颗粒的弹性模量后进行定量比较, 结果如表 3 所示。从表 3 中可以看出, 容器尺寸相同时, 颗粒介质弹性模量随着颗粒粒径的增大而增大。从图 9 中可以看出, 对于粒径相同的颗粒, 实验容器尺寸较小时颗粒介质的等效弹性模量较大, 同样说明, 器粒比较小时颗粒介质的等效弹性模量较大。从表 4 卸载段 AB 中拟合的弹性模量值定量比较中也能看到这一规律。

对于相同尺寸的实验容器, 颗粒粒径较大的弹性模量较大, 其原因可能是因为大颗粒更容易发生“成拱”: 在指定体积容器内粒径较大的颗粒之间接触点数目少, 颗粒间的平均作用力较大, 阻碍颗粒相对运动的阻力较大, 颗粒更不容易发生相对运动, 系统内的孔隙更不容易被填充, 因而颗粒介质的弹性模量较大。对于相同粒径的颗粒, 容器尺寸较小的弹性模量较大, 其原因可能是容器侧壁对颗粒体系的影响: 由于当颗粒粒径相同容器尺寸较小时, 容器对颗粒介质产生了较大的约束力, 阻碍了颗粒的移动或滚动。相对于大尺寸容器来说, 小尺寸容器对颗粒介质的“拖曳”作用影响较大。

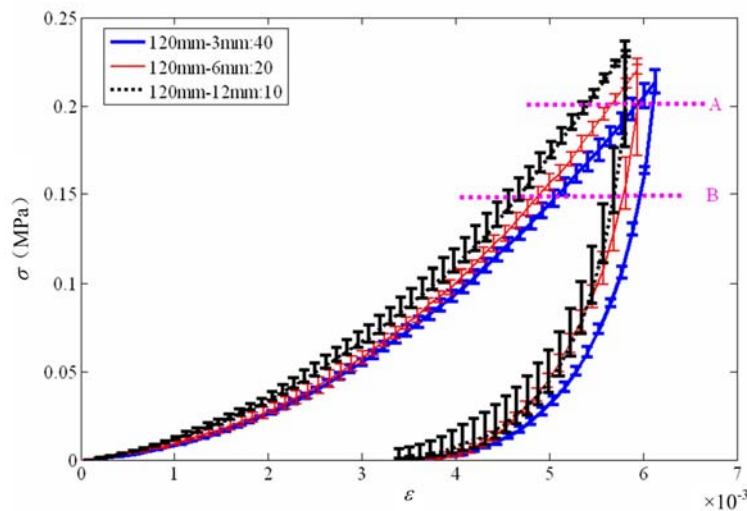


图 8 实验容器尺寸相同时不同粒径颗粒的应力应变曲线

Fig. 8 Stress-strain curve of the with different diameters in the 120mm container

表 3 120mm 容器中不同粒径颗粒的弹性模量

Tab. 3 Elastic modulus of granular medium with different diameters in the 120mm container

玻璃球粒径 $d(\text{mm})$	弹性模量 $E(\text{MPa})$	器粒比 (L/d)
3	264	40
6	285	20
12	297	10

表 4 5mm 颗粒在不同大小容器中的弹性模量

Tab. 4 Elastic modulus of granular medium with 5mm diameter in containers with different sizes

实验容器 边长 $L(\text{mm})$	弹性模量 $E(\text{MPa})$	器粒比 (L/d)
50	291	10
100	273	20
150	269	30
200	217	40
250	201	50

综合表 3、表 4 的结果可以看出, 总体上, 本文实验中颗粒介质的弹性模量随器粒比增大而降低。这一规律与文献[5]和文献[8]中的结果, 以及与基本的力学理论都比较符合, 进一步说明了本文方法及实验装置的有效性。

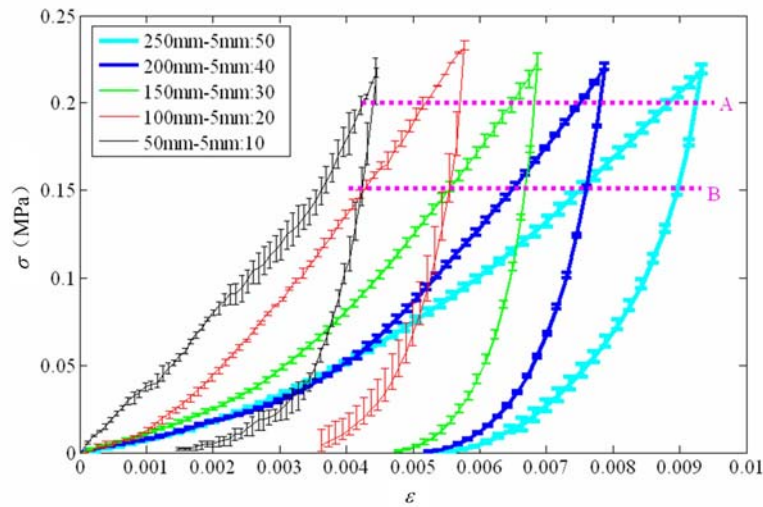


图9 相同粒径颗粒在不同大小容器中的应力应变曲线

Fig. 9 Stress-strain curve of the granular medium with 5mm diameter in containers with different sizes

3 结论

本文介绍了一种改进的测量颗粒介质弹性参数的实验方法和装置:相对于以往的测量装置,本文的装置由于去掉了反馈系统,因而简化了测量装置,使制作复杂度和成本大大降低,且测量过程得到简化;此外,本文的装置还可方便地调节容器的尺寸,因而适用范围更广。

利用发展的实验装置,测量了不同粒径颗粒组成的玻璃球装载于不同大小容器时的弹性参数,实验结果表明:当容器尺寸相同,颗粒介质等效弹性模量随介质粒径的增大而增大;当颗粒介质粒径相同,其等效弹性模量随容器尺寸增大而减小。针对以上两种情况的原因进行了初步分析,但由于颗粒介质具有特殊的物理和力学性质,关于器粒比不同的影响机制还需要进一步探讨和研究。

参考文献:

- [1] 孙其诚,王光谦. 颗粒物质力学导论[M]. 北京:科学出版社,2009(SUN Qicheng, WANG Guangqian. Introduction to granular material mechanics[M]. Beijing: Science Press, 2009 (in Chinese))
- [2] 洪宝宁,刘鑫. 土体微细结构理论与试验[M]. 北京:科学出版社,2010(HONG Baoning, Liu Xin. Soil micro-structure theory and experiment[M]. Beijing: Science Press, 2010 (in Chinese))
- [3] Bazant Z P, Planas J. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials[J]. USA: CRC Press, 1998.
- [4] 杨进良. 土力学[M]. 北京:中国水利水电出版社,2009:362-367(YANG JingLiang. Soil mechanics [M]. Beijing: China WaterPower Press, 2009:362-367 (in Chinese))
- [5] Wiacek J, Molenda M. Experimental and numerical determination of representative elementary volume for granular plant materials[J]. Granular Matter, 2012, 14:449-456.
- [6] Molenda M, Horabik J, Ross I J. Comparison of loads on smooth-and corrugated-wall model grain bins[J]. Int. Agrophysics, 2001, 15:95-100.
- [7] Molenda M, Stasiak M. Determination of the elastic constants of cereal grains in a uniaxial compression test[J]. International Agrophysics, 2002, 16:161-65.
- [8] 朱俊高,刘忠,翁厚洋等. 试样尺寸对粗粒土强度及变形试验影响研究[J]. 四川大学学报(工程科学版),2012, 44(6):92-96(ZHU Jungao, LIU Zhong, WENG Houyang. Study on effect of specimen size upon strength and deformation behavior of coarse-grained soil in triaxial test[J]. Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition), 2012, 44(6):92-96(in Chinese))

Measurement Method and Device for Elastic Parameters of Granular Medium

MA Fang-yuan¹, LIU Cheng-lin¹, SU Yu¹, SHI Qing-fan², WANG Hong-tao³, MA Shao-peng¹

(1. School of Aerospace Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. School of Physics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 3. Institute of nuclear and new energy technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A simple experimental method was developed for elastic parameters measurement of granular medium. Based on this method, an experimental device was designed and processed. Equivalent modulus elastic and Poisson's ratio of granular medium can be obtained from the load and displacement captured in both vertical and one of the horizontal directions during loading and unloading along the vertical direction. Using this device, elastic parameters of glass pebble-bed with different sizes were measured in this size adjustable container. Size effect in experiments was taken into account, and the effect of container size and granular diameter on elastic medium parameters were analyzed respectively.

Keywords: granular medium; elastic parameter; size effect