

文章编号: 1001-4888(2017)02-0163-07

颗粒材料接触特性之接触点的确定^{*}

程向楠^{1,2}, 张兴义^{1,2}, 刘聪^{1,2}, 周又和^{1,2}

(1. 西部灾害与环境力学教育部重点实验室, 甘肃兰州 730000; 2. 兰州大学 土木工程与力学学院, 甘肃兰州 730000)

摘要: 颗粒物质在自然界中普遍存在, 如砂砾、谷物、堆石体和碎屑流等, 许多自然现象和工业过程都与颗粒物质的运动状态有关。弄清颗粒之间的接触特征是理解颗粒变形与运动规律的关键, 与之相关联的接触点确定是获取全场接触力(包括力链)信息的难点。近年来, 光弹法逐渐成为这类问题研究的有效手段之一, 原因在于该方法具有原理简单、操作方便、图像直观等优点。然而, 已有的接触点判定方法主要依赖于圆盘圆心距离的计算, 对于小变形圆盘接触特征难以有效识别。为此, 本文发展了一种基于去除零级条纹区域及图像矩阵转换的算法, 可以有效地确定接触点的位置。主要步骤如下: 首先运用主成分分析方法对图像进行分析, 提取主成分, 并重构原图像; 然后利用模板匹配方法提取各个光弹圆盘, 接着对提取出来的各个圆盘进行图像矩阵变换; 最后对变换后的图像局部进行垂直方向灰度梯度平方计算, 描绘梯度变化曲线并提取曲线峰值, 从而识别出接触点(位置)。

关键词: 主成分分析; 模板匹配; 灰度梯度平方; 图像矩阵变换

中图分类号: O348.1

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-16-190

0 引言

20 世纪 90 年代初期, 诺贝尔物理学奖获得者 de Gennes 等物理学家倡导对颗粒物质的物理机制和力学特性进行关注, 颗粒物质逐渐发展成为力学及物理学的前沿领域之一^[1]。由于新的工程需要及泥石流、碎屑流等地质灾害的出现, 促使人们去了解这些与国计民生有重大关联的颗粒体系。光测力学是目前研究颗粒体系的一种有效的实验方法, 通过对光弹材料条纹图像的判读和分析, 来获得颗粒间的力学特性^[2]。而准确判断光弹圆盘接触点的位置及其接触角的特征是进行统计力学分析的关键^[3]。

目前, 光弹条纹图像增强与提取通常是把灰度图像进行阈值处理后转化为二值图像, 采用边缘提取或者图像形态学方法来提取圆盘边界^[4]。对于接触的判定, 采用寻找圆盘圆心位置, 判断圆心距是否小于初始状态下的圆心距来确定圆盘是否发生接触^[5]。当变化后的圆心距小于初始圆心距时, 就认为圆盘之间发生了接触。然而, 在颗粒系统受压过程中, 部分圆盘的变形量非常小, 反映到图像中就是这些圆盘形变量均不超过一个像素, 导致该方法难以准确计算圆心距而发生误识别。

本文采用主成分分析的方法对图像进行处理, 很好地保留了光弹条纹变化大的区域, 去除了零级条纹点, 排除了接触点识别的零级条纹干扰。对于接触角识别采用灰阶计算的方法, 通过对条纹形态变化的定性分析来确定接触角角度, 避免了由于圆心位置识别不准而对接触角产生误识别的问题。

1 零级条纹的去除

光弹圆盘材料通常是多点受载, 因此会出现与其他区域灰度一致的零级条纹, 进而影响对接触点的

^{*} 收稿日期: 2016-09-26; 修回日期: 2016-11-26

基金项目: 国家自然科学基金(11372121, 11622217), 国家自然科学基金委创新研究群体(11421062)

通讯作者: 张兴义(1979—), 男, 博士, 教授。主要研究领域: 实验力学, 电磁固体力学。Email: zhangxingyi@lzu.edu.cn

准确判断。本文选取的灰度图像,是对于颗粒的同一种摆放情况,以 0 为初始外加载荷,1kg 载荷为间隔线性递增拍摄而得的。接触点附近区域条纹形态变化明显,这是删除零级条纹区域的关键。

通过主成分分析法去除零级条纹的方法如下:首先选择两幅外部载荷相差 1kg 的实验中拍摄的位图图像,储存为矩阵 $\mathbf{a}$ 和矩阵 $\mathbf{b}$,然后把两个图像矩阵按行储存,建立一个新的 2 行 n 列的矩阵 $\mathbf{A}$,其中 n 为图像的像素个数。

通过将全部 2 个样本 $\vec{x}_1, \vec{x}_2$ (其中 $\vec{x}_1$ 为矩阵 $\mathbf{A}$ 的第一列, $\vec{x}_2$ 为矩阵 $\mathbf{A}$ 的第二列)向以散布矩阵最大本征值对应的本征向量方向的直线进行投影,可得最小平方误差下这 2 个样本的一维表示 $\vec{a}_1, \vec{a}_2$,即为主成分量。首先计算散布矩阵:

$$\mathbf{S} = \sum_{i=1}^2 (\vec{x}_i - \vec{m})(\vec{x}_i - \vec{m})^T \quad (1)$$

式中,样本均值 $\vec{m} = (\text{mean}(x_1), \text{mean}(x_2))$; $\mathbf{S}$ 为一个 2×2 的二维矩阵,利用 MATLAB 计算 $\mathbf{S}$ 的两个本征值和本征向量 $\mathbf{V} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$,其中 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 为彼此正交的单位向量。

$$a_{ik} = \vec{e}_k^T (\vec{x}_i - \vec{m}) = \vec{e}_k^T \vec{x}_i - \vec{e}_k^T \vec{m} \quad (2)$$

对应于基 $\vec{e}_1, \vec{e}_2$ 的系数 a_{i1}, a_{i2} 通常称为主成分。

利用样本向量减去样本均值的差的转置乘以 $\mathbf{S}$ 的本征向量矩阵得到主分量矩阵 $\mathbf{V}'$,即 $\mathbf{V}' = (\vec{x}_i - \vec{m})^T \mathbf{V}$,把 $\mathbf{V}'$ 的第一列向量 $(\vec{x}_i - \vec{m})$ 在 $\vec{e}_1$ 上的投影,其范围为 $(-1, 1)$ 按照原图像的分辨率线性拉伸到 0~255 灰度范围进行显示,就得到处理后的图片。

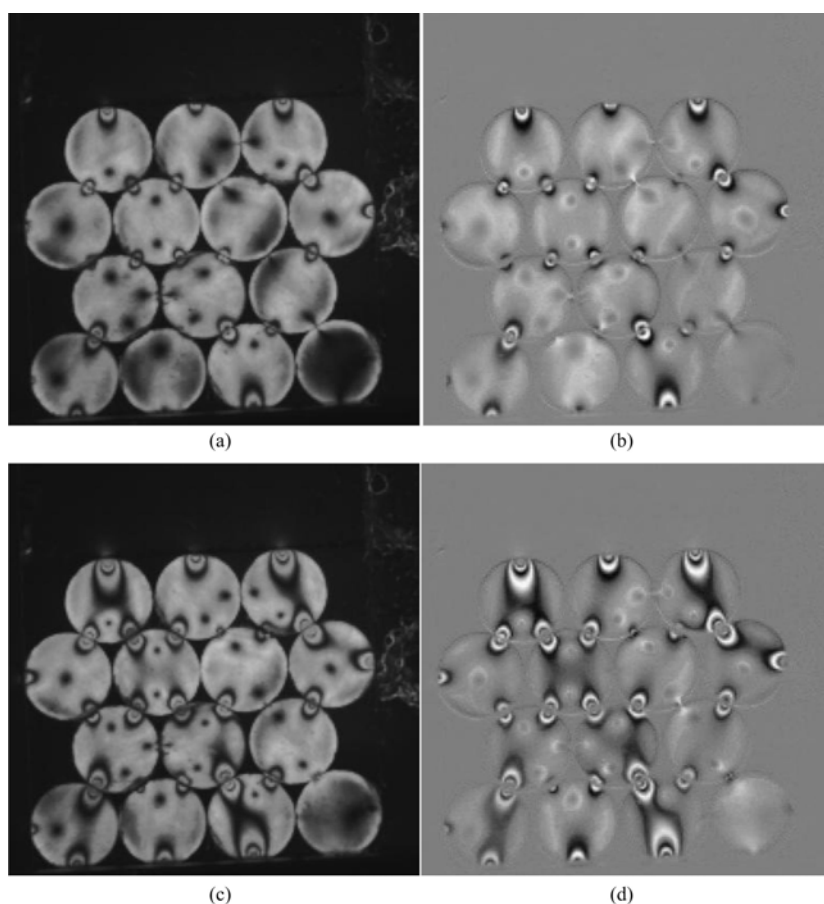


图 1 等差线条纹图像处理前和处理后的对比情况

其中(a)、(c)为处理前的图像,(b)、(d)为处理后的图像

Fig. 1 Comparison between isochromatic fringe before and after digital image processing.

(a), (c) before, (b), (d) after

通过图 1 可以发现,处理前的图像中零级条纹区域灰度值很大,而处理后的图像中零级条纹区域都

变为浅灰色,并和背景颜色相当,而接触点的条纹区域对比度变得更加明显。造成这种结果的原因如下:通过公式(2)可以发现,样本 $\vec{x}_i$ 变换后的特征向量分量,也就是主分量矩阵中的值 a_{ik} ($k=1,2$) 是特征向量 $\vec{e}_k$ 与样本向量减去样本均值的差 $(\vec{x}_i - \vec{m})$ 的内积,即对于原空间中 $(\vec{x}_i - \vec{m})$ 的每一维都与 $\vec{e}_k$ 对应的一维相乘。所以, a_{ik} 可以看成是对原二维空间中向量 $(\vec{x}_i - \vec{m})$ 根据权向量 $\vec{e}_k$ 的一种加权求和。选取的两幅相邻载荷图像,其背景一致,零级条纹所在区域的位置几乎没有变化,所以原始二维空间中样本在这些区域的灰度值差异很小,因此 $\vec{e}_k$ 对应于这些区域的加权系数很小,最后得到的主分量矩阵中这些区域的值也很小;通过线性拉伸变换,把 a_{ik} 转化到灰度值为 $0 \sim 255$ 的范围内,以显示其灰度图像。在图像中,这些区域表现为浅灰色。而接触点处由于其条纹形态变化较大,即实验图像中这些位置存在较大差异,所以 $\vec{e}_k$ 对应于这些区域的加权系数很大,最后得到的主分量矩阵中的这些区域的值就很大,在图像中表现为灰度梯度较大,有很明显的亮条纹和暗条纹。

主成分分析法凸显了这些差异较大的位置,显现了这些位置的高亮度和高对比度,经 $V=(\vec{e}_1, \vec{e}_2)$ 的线性变换后,原始二维空间中那些差别较大的区域在变换后的空间中因其较大的加权而被保留;两幅图像中类似的特征因被赋予较低的权值,所以在变换后的空间中几乎得不到体现。这样,我们在进行接触角识别的过程中,可以去除许多干扰因素并保留灰度值变化较大的区域。

2 接触角识别

文献中常用的方法是通过霍夫圆变换找出圆盘在图像中的确切位置,然后通过两圆圆心距和两圆半径和来判断。如果圆心距小于未受载前的半径和,那么判定两圆发生了接触,圆心距减小的位置认为是接触点^[3]。而在圆盘颗粒光弹实验中,这种方法并不可行,原因如下:首先是用于实验的圆盘并不能保证是纯圆,而有可能是椭圆,在进行霍夫圆变换时容易发生误识别,很难精确找出圆心位置;其次在每一种外载下,光弹条纹都有一定的变化,这对于霍夫圆变换又产生了一定的干扰;最后,实验材料刚度较大,只有在高载荷下,才会发生一些变形且变形量很小,在低载荷下几乎不发生变形,这些困难会对已有的颗粒接触判断带来较大影响。

为此,我们采用如下方法来处理这个问题,步骤为:(1)利用霍夫变换和模板匹配相结合的方法来更加精确地获取圆的位置,并把每个圆盘提取出来,储存为一个灰度图像矩阵;(2)把提取出的圆盘的每条半径依照 $0 \sim 390^\circ$ 来旋转,分成 390 份,平铺成一个列数为半径长度,行数为 390 的矩阵;(3)在变换好的矩阵中取 0.5 倍半径的像素为列,30 像素为行的区域,逐行进行均方灰度梯度计算,得到均方灰度梯度变化曲线,找出峰值点(接触点);当两峰值点距离小于 40 时,取两峰值点中点为接触点。

2.1 变换储存光弹圆盘的图像矩阵

首先,从原图像中提取出每个光弹圆盘的图像,以便进行分析。图 2 为识别后提取出的各个光弹圆盘的图像。可以看出,程序非常好地定位出了圆盘的位置并对其进行了提取;由图 2 可见,只有少部分的圆盘边缘发生了肉眼可见的位移,绝大多数圆盘边缘并未产生位移或产生的位移相当小,所以通过两圆半径的和减去圆心距来判断是否发生接触,其结果并不准确。

图 2 显示了 14 个从图 1 中提取出的光弹圆盘图像,它们由于受到不同的接触力作用而呈现出多样的等差线条纹。这些图片代表了圆盘等差线条纹的绝大部分形态,既有受力较大的圆盘也有几乎不受力的圆盘。

通常,接触角 θ 定义为接触力法向分量与笛卡尔坐标系中 x 轴的夹角^[7],如图 3 所示。

本文采用对原始图像进行矩阵变换的方式,即把圆盘区域内灰度值数据以长方形区域的数据表示,相当于将圆的半径转换为长方形的短边。这样,选取计算区域时更加方便,直接采用直角坐标即可。具体变换方法如下:设 R 为圆盘半径, r 为赋值时的半径变量, θ 为赋值时的角度变量, b 为原始图像矩阵, d 为变换后图像矩阵, y 代表 b 矩阵中灰度值的行坐标, x 代表 b 矩阵中灰度值的列坐标,那么:

$$\begin{aligned} x &= r \times \cos(\theta) + R + 1 \\ y &= r \times \sin(\theta) + R + 1 \\ d(i, r) &= b(y, x) \end{aligned} \quad (3)$$

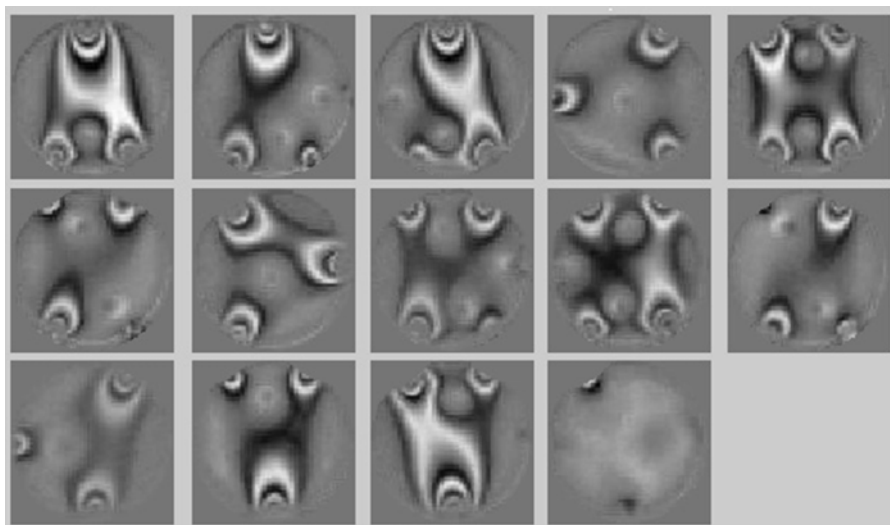


图 2 实验材料受 6kg 载荷时提取出的经过主成分分析变换后的各个光弹圆盘图像

Fig. 2 Image of photoelastic disks after principal component analysis(PCA) transformation extracted from experimental material under 6kg loading

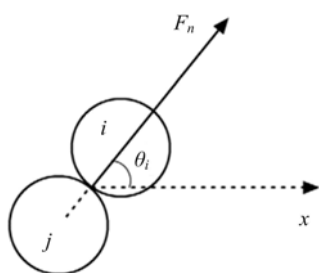


图 3 以两圆盘间接触力法向分量为例，接触力的方向角定义为接触角 θ

Fig. 3 Direction angle defined as contact angle θ , taking the example of normal component of contact force between two disks

式中, $r=(1,2,\cdots,R)$; $\theta=(0,\pi/180,\cdots,2\pi+(\pi/6))$; $i=(1,2,\cdots,390)$ 。

经过式(3)的变换后,还要把 $\mathbf{d}$ 矩阵进行上下倒置处理,这是因为图像坐标系是以图像左上角为原点,向下为 y 轴正方向,向右为 x 轴正方向的。这与笛卡尔坐标系中 y 轴方向定义相反。

之所以要把分析的角度加长到 390° ,是因为接触点有可能在 0° 位置出现。这样在 0° 接触点的光弹条纹就可能分成两截,为了使 0° 接触点的条纹完整显示,就把 $\mathbf{b}$ 矩阵 1~30 行的值赋予 $\mathbf{d}$ 矩阵的 361~390 行。

通过图 4 可以发现,接触点的位置全部都在变换后图像的右端,这表明我们感兴趣的位置都在图像右端,所以在处理图像时,就可以只考虑右半边区域里的数据。这种

经过式 (3) 变换后的光弹圆盘图像

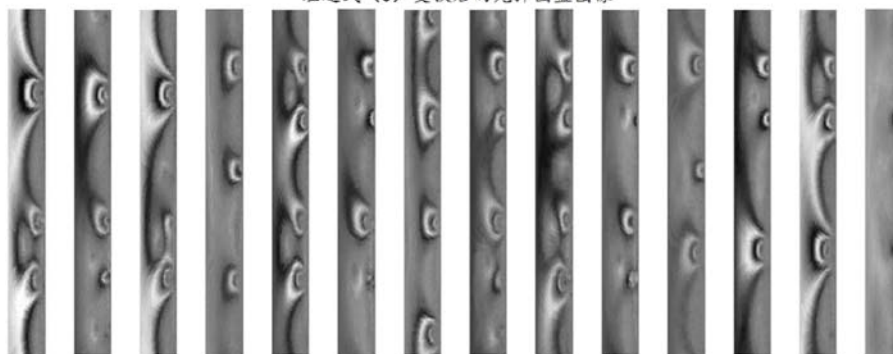


图 4 经过式(3)变换后的光弹圆盘图像

Fig. 4 The image of photoelastic disks after transformation by formula (3)

处理方法同时去除了图像左半边的干扰,也就是原始图像圆盘中心区域的条纹对接触点判断的干扰。

2.2 接触点的判断及提取

观察光弹图像可以发现,接触点附近区域的灰度值变化量远大于其他地方,所以需要寻求一种可以

反映这种灰度变化差异的函数来区分接触点区域和其他区域。在图像处理中,把相邻像素间的灰度差值定义为灰度梯度 G 。灰度梯度可以有四个方向,代表中心像素与其余四个方向上相邻像素间的差值。灰度梯度平方定义为 G^2 ,表示像素点间单位距离灰度差值的平方。通过图4可以看出,在接触点中心附近区域,垂直方向上灰度梯度变化最为明显,即对此区域内的灰度梯度取平方,其值最大。选取合适大小的区域,计算区域内所有点 G^2 的平均值 E ,再寻找 E 曲线的峰值所在的横坐标,即接触点的角度。

$$G^2 = |\nabla I|^2 = ((I_{i-1,j} - I_{i+1,j})/2)^2 \quad (4)$$

$$E = \frac{\sum G^2}{m \times n} \quad (5)$$

式中, $I_{i,j}$ 是图像矩阵中 i 行 j 列的灰度值; m, n 分别为搜索区域的行数和列数。

考虑到接触点附近的环状光弹条纹占据的面积,我们选取列数为 0.5 倍的圆盘半径长度,行数为 30 的区域来进行计算。

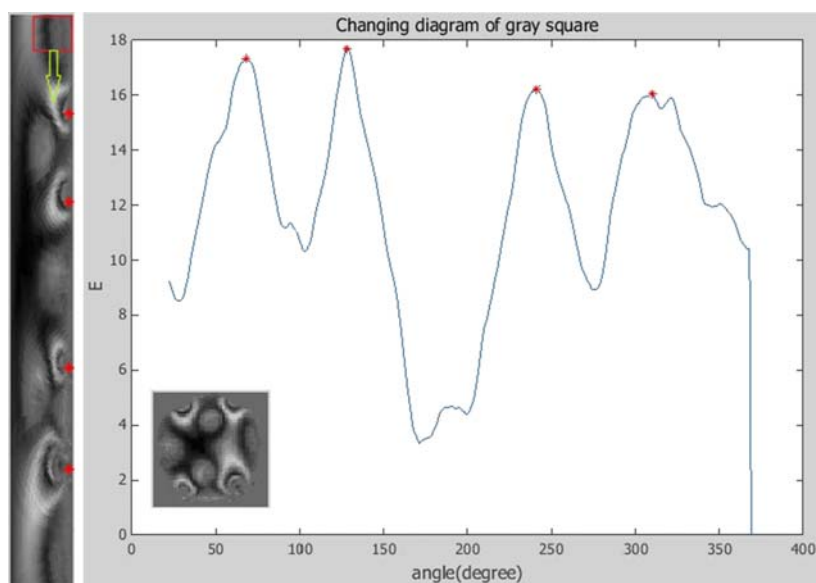


图5 经过主成分分析变换后某个光弹圆盘的搜索过程和识别结果

Fig. 5 The searching process and identification result of a photoelastic disk after PCA transformation

图5显示了对其中一个圆盘的搜索过程和识别结果。搜索区域为红色方框区域,从图像右上角开始向下逐像素搜索,直到右下角。图5显示了通过式(5)计算的红色方框区域均方灰度梯度的变化曲线。可以看出,曲线有四个明显的峰值,代表着四个接触点的角度位置,这在图5左下角显示了出来,识别结果相当准确,而且此方法不要求圆盘是严格意义上的圆。

图6所示的是未经主成分分析变换的光弹圆盘,该圆盘与图5所示的光弹圆盘是同一物体。但是,从图6显示的灰度梯度平方变化曲线中,并不能看出曲线有明显的峰值,搜索识别算法也受到了很大的干扰,所以识别出的接触点相当不准确,导致许多误识别。通过图5与图6的结果对比发现,进行接触角识别前,对图像进行主成分分析变换是不可缺少的。

图7是对实验数据进行批量处理的结果示意图,红色的星号代表识别出的接触点位置。从图7可以看出,程序已经能很好地对实验数据进行自动处理和识别,和人眼识别的结果相比对,误差非常小,误差范围为 $\pm 3^\circ$ 。当实验数据足够庞大时,该误差在可接受范围内。与传统的判别方法相比,这种处理和识别方法的结果要精确许多。

3 结论

(1) 本文采用主成分分析变换来处理光弹原始实验图像,即采用两幅受载相近的图片进行主成分分析变换,消除一些干扰区域,如零级条纹区域和圆盘黑色边缘区域;同时保证了接触点区域的条纹不受破坏,甚至更加清晰。

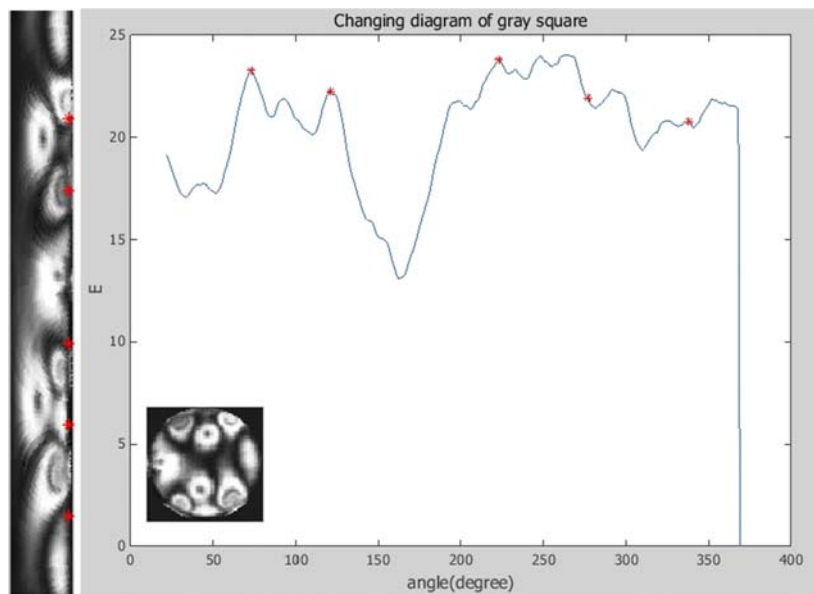


图 6 未经主成分分析变换的图 5 中光弹圆盘的搜索过程和识别结果

Fig. 6 The searching process and identification result of a photoelastic disk of Fig. 5 without PCA transformation

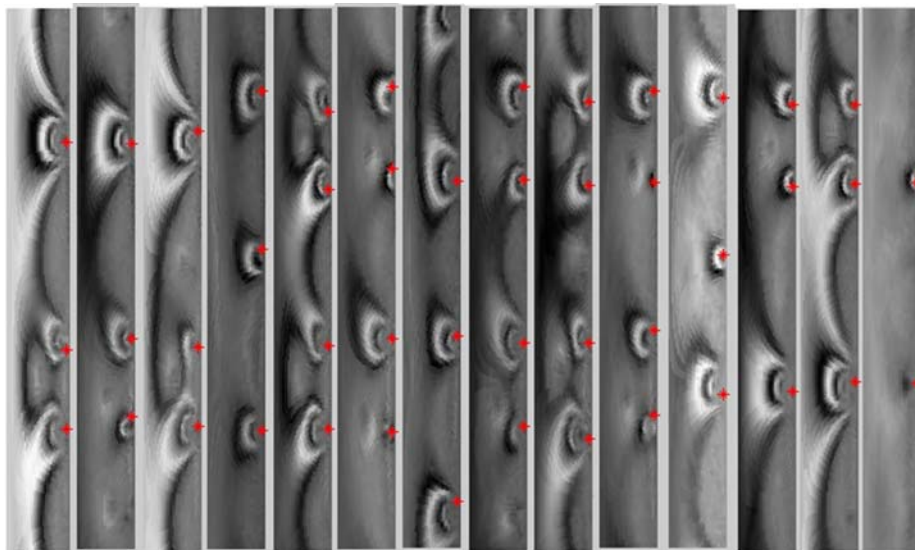


图 7 对图 4 所示 14 个图像进行接触角识别的结果

Fig. 7 The results of identification of contact angle of Fig. 4

(2) 变换提取出的各个光弹圆盘的图像矩阵,把圆形的矩阵变换成长方形,重点突出圆盘边缘的条纹特征;这种变换可以很好地过滤圆盘变形对接触判断的影响,也可很好地消除自动识别圆心位置不准确产生的影响。

(3) 采用灰度梯度平方为接触角判别函数,简单易行,错误率低,函数曲线平滑,处理效果好,每个接触角位置在灰度梯度平方变化曲线上都有一个明显峰值。

(4) 对比主成分分析变换前后光弹圆盘的接触角识别结果和灰度梯度平方变化曲线,显示了本文所述的主成分分析方法对处理等差线条纹的特殊作用。

参考文献:

- [1] 孙其诚, 厚美瑛, 金峰. 颗粒物质物理与力学[M]. 北京: 科学出版社, 2011 (SUN Qicheng, HOU Meiyong, JIN Feng. Physics and mechanics of granular materials[M]. Beijing: Science Publishing Company, 2011 (in Chinese))
- [2] 张铮, 徐超, 任淑霞. 数字图像处理与机器视觉——VISUAL C++与 MATLAB 实现(第 2 版) [M]. 人民邮电

- 出版社, 2014 (ZHANG Zheng, XU Chao, REN Shuxia. Digital image processing and machine vision — using VISUAL C++ and MATLAB (second edition)[M]. Posts and Telecom Press, 2014 (in Chinese))
- [3] GENG Junfei, Reydelletb G, Clémentb E, et al. Green's function measurements of force transmission in 2D granular materials[J]. Physica D, 2003, 182(3–4):274–303.
- [4] 冈萨雷斯, 伍兹. 数字图像处理(第2版)[M]. 阮秋琦译. 北京: 电子工业出版社, 2007 (Gonzalez R C, Woods R E. Digital image processing(second edition)[M]. RUAN Qiuqi, transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007(in Chinese))
- [5] Ryan H, Eloise M, Guruswami R, et al. Extracting inter-particle forces in opaque granular materials: beyond photoelasticity [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2014, 63(1):154–166.
- [6] 尼克松, 阿瓜多著. 特征提取与图像处理(第2版)[M]. 李实英, 杨高波译. 北京: 电子工业出版社, 2010 (Mark S Nixon, Alberto S Aguado. Feature extraction and image processing (second edition) [M]. LI Shiying, YANG Gaobo, transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010(in Chinese))
- [7] Zhu Jiyue, Luo Wei, Zhou Youhe, et al. Contact mechanical characteristics of Nb₃Sn strands under transverse electromagnetic loads in the CICC cross-section[J]. Superconductor Science and Technology, 2012, 25(12): 125011.
- [8] 黄湛, 张森, 程攀, 等. 基于光流算法的粒子图像测速技术研究和验证[J]. 实验力学, 2016, 31(5):673–682 (HUANG Zhan, ZHANG Miao, CHENG Pan, et al. On the PIV technology and validation based on optical flow algorithm[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2016, 31(5):673–682 (in Chinese))

On the Determination of Contact Points of Granular Material Contact Properties

CHENG Xiang-nan^{1,2}, ZHANG Xing-yi^{1,2}, LIU Cong^{1,2}, ZHOU You-he^{1,2}

(1. Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China Attached to the Ministry of Education of China, Lanzhou 730000, Gansu, China; 2. Department of Mechanics and Engineering Sciences, College of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, Gansu, China)

Abstract: Granular material, such as gravel, grain, rockfill and debris flow, is common in nature, and a lot of natural phenomena and industrial processes are related to granular material motion state. Gaining a clear idea of contact characteristics among granules is the key to understand the deformation and movement of granules. Identifying contact points is the difficult point for obtaining the information of full field contact force (including the force chain). In recent years, photoelastic method has become one of effective means to study this problems due to its simple principle, convenient operation and visual image. However, existing method for contact point identification mainly depends on the calculation of disk center-to-center distance, which is difficult to effectively identify the contact features of disks with smaller deformation. Therefore, a new image matrix transformation algorithm based on zero-order fringe elimination is presented in this paper to effectively identify the contact point location. The main steps are as follows: firstly, principal component analysis is applied to extract principal component of images, and original images are reconstructed; then, template matching method is adopted to extract each disk and image matrix transformation for each extracted disks is carried out; finally, gray gradient square calculation along perpendicular direction is performed for local areas of transformed image, the gradient variation curve is plotted, its peak value is obtained. Thus, contact point locations are identified.

Keywords: principal component analysis; template matching; gradient square; image matrix transformation