

文章编号:1001-4888(2019)02-0209-08

用平均速度剖面法测量湍流边界层 壁面摩擦速度的对比研究^{*}

王康俊¹, 白建侠^{1,3}, 唐湛棋¹, 姜楠^{1,2}

(1. 天津大学机械工程学院力学系, 天津 300354; 2. 天津市现代工程力学重点实验室, 天津 300354; 3. 天津大学仁爱学院, 天津 301636)

摘要: 基于不同雷诺数平板湍流边界层平均速度剖面, 分别采用黏性底层拟合、对数律区拟合以及 Spalding 公式拟合算法计算了壁面摩擦速度, 并对平均速度剖面进行无量纲化。通过比较无量纲化的平均速度剖面与理论规律曲线, 验证了三种拟合计算方法的有效性。通过比较三种拟合算法所得的壁面摩擦速度与油膜干涉法直接测得的壁面摩擦速度之间的误差, 并分析不同拟合算法误差形成的内在机制, 验证了三种拟合算法计算结果的准确性与可靠性。结果表明 Spalding 拟合算法计算结果的准确性和可靠性都要优于其他两种拟合算法。

关键词: 湍流边界层; 平均速度剖面; 黏性底层; 对数律区; Spalding 公式; 壁面摩擦速度

中图分类号: O357.5

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-17-190

0 引言

壁面摩擦切应力是湍流边界层研究中一个重要的物理量。湍流边界层的壁面摩擦切应力很难直接测量得到, 例如精度较高的油膜干涉法^[1]因复杂的标定过程与要求严格的测量条件很大程度上限制了其使用范围^[2]。一般情况下都是通过壁面摩擦速度与壁面摩擦切应力的关系来间接得计算壁面摩擦切应力^[3]。目前湍流边界层壁面摩擦速度主要是通过对黏性内尺度参数无量纲平均速度剖面的拟合来求得^[4], 其中包括利用近壁面的黏性底层来拟合, 利用平均速度剖面的对数律层来拟合以及利用描述平均速度剖面的 Spalding 公式拟合^[5]。因此只要在实验中准确得测得湍流边界层平均速度剖面就能通过上述三种拟合算法得到壁面摩擦速度, 例如近年来出现的单像素点总体互相关法测量壁面摩擦速度就是基于对黏性底层的线性拟合^[6]。

在湍流理论中一般将平板湍流边界层分为内区和外区, 而内区又分为黏性底层、缓冲层以及对数律层, 即平板湍流边界层的多层模型。其中黏性底层的平均速度分布规律为:

$$u^+ = y^+ \quad (1)$$

对数律层的平均速度分布规律为:

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B \quad (2)$$

而缓冲层的平均速度分布目前没有明确的规律^[7]。Spalding 公式最初应用于光滑圆管湍流边界层的时均速度分布^[8], 后来发现也适用于平板湍流边界层, Spalding 公式是一个包含黏性底层、缓冲层和对数律层的隐式公式, 其表达式为:

^{*} 收稿日期: 2017-09-14; 修回日期: 2017-10-27

基金项目: 国家自然科学基金项目 11332006、11572221、11502066 资助。

通讯作者: 姜楠(1968—), 男, 教授, 博士生导师。主要研究领域: 实验流体力学。Email: nanj@tju.edu.cn

$$y^+ = u^+ e^{-\kappa B} \left[e^{\kappa u^+} - 1 - \kappa u^+ - \frac{(\kappa u^+)^2}{2} - \frac{(\kappa u^+)^3}{6} \right] \quad (3)$$

以上公式中

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} \quad (4) \quad u^+ = \frac{\bar{u}}{u_\tau} \quad (5)$$

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (6) \quad \tau_w = \mu \left. \frac{d\bar{u}}{dy} \right|_{y=0} \quad (7)$$

其中 $\bar{u}$ 为实验测得的平均速度; u_τ 为壁面摩擦速度; y 为法向位置坐标; τ_w 为壁面摩擦切应力; ρ 为均质流体密度; ν 为流体的运动黏度系数; μ 为流体的动力黏度系数; κ 为卡门常数; B 为积分常数。

由于上述三种拟合算法所依据的平板湍流边界层的多层模型及其分布规律是建立在经验与半经验理论之上, 并且实验在测量时会不可避免地存在测量误差, 因此所拟合的湍流边界层的各部分都很难与理论完全符合。而且上述三种拟合算法拟合的是湍流边界层的不同区域, 误差产生的内在机制也不相同, 所以对于同一个平板湍流边界层的平均速度剖面由上述三种方法计算所得的壁面摩擦速度的准确性和可靠性会存在差异。为了比较上述三种拟合算法的准确性和可靠性, 本文以不同雷诺数下油膜干涉法测得的壁面摩擦速度为标准值, 对上述三种拟合算法所计算出的壁面摩擦速度与标准值之间的误差以及相应的误差产生原因进行了比较分析。

1 湍流边界层数据与壁面摩擦速度拟合算法

1.1 湍流边界层数据

本文采用了 7 个不同雷诺数下零压力梯度平板湍流边界层平均速度剖面的实验数据以及相应的油膜干涉法测得的壁面摩擦速度数据, 用于比较三种拟合算法计算结果的准确性。由于在黏性底层的实验数据难以测量, 因此本文采用 1 个直接数值模拟 DNS 的数据用于分析平均速度剖面在黏性底层其斜率的变化规律。

实验数据是用热线风速仪在低湍流度回流式风洞中测得, 风洞的实验段长 7m, 横截面高 0.8m, 宽 1.2m, 其最大风速为 70m/s, 自由来流湍流度小于 0.025%。7 个平均速度剖面如图 1(a) 所示, 其对应的雷诺数为 $Re_\theta = 3258, 3432, 4831, 4997, 5571, 7382, 7879$, 其中 θ 为边界层的位移厚度, 在每一雷诺数下其壁面摩擦切应力通过油膜干涉法直接测得, 相应的壁面摩擦速度可直接通过公式(6)算得, 并且其测量点距离壁面的距离也已准确测得。DNS 数据的雷诺数为 $Re_\theta = 5633$, 其平均速度剖面以及实验数据的无量纲化平均速度剖面如图 1(b) 所示, 其中实验数据是以油膜干涉法测得的壁面摩擦速度进行无量纲化。本文所用数据均由 Ramis Orlu 提供, 关于热线测量实验与油膜干涉法测量实验的具体细节和相应的参数可参考文献[9], 关于 DNS 详细细节可参考文献[10]。

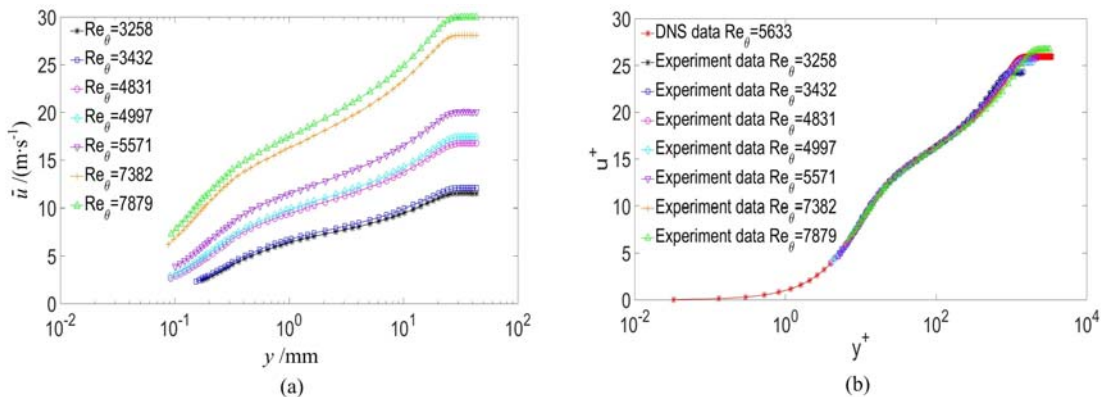


图 1 (a)不同雷诺数下湍流边界层平均速度剖面的实验数据
(b)无量纲化湍流边界层平均速度剖面的 DNS 数据与实验数据

Fig. 1 (a) Mean velocity profile of turbulent boundary layer of different Reynolds number base on experiment data
(b) Dimensionless mean velocity profile of turbulent boundary layer base on DNS data and experiment data

1.2 壁面摩擦速度拟合算法

壁面摩擦速度的拟合算法是基于平板湍流边界层的多层模型及其分布规律,利用黏性底层拟合计算壁面摩擦速度 u_τ 的步骤为:将式(4)(5)代入(1)得到

$$\bar{u} = \frac{u_\tau^2}{\nu} y \quad (8)$$

再选取平均速度剖面黏性底层的平面坐标点 $(y, \bar{u})$ 做一阶多项式拟合,得到线性拟合方程

$$\bar{u}_f = a_1 y + b_1 \quad (9)$$

进而得到

$$u_\tau = \sqrt{a_1 \nu} \quad (10)$$

利用对数律区的拟合计算壁面摩擦速度 u_τ 的步骤为:将式(4)(5)代入式(2)得到

$$\bar{u} = \frac{1}{\kappa} u_\tau \ln y + u_\tau \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_\tau}{\nu} + B \right) \quad (11)$$

再选取平均速度剖面对数律区的平面坐标点 $(\tilde{y}, \bar{u})$ 做一阶多项式拟合,得到线性拟合方程

$$\bar{u}_f = a_2 \tilde{y} + b_2 \quad (12)$$

其中 $\tilde{y} = \ln y$, 进而得出

$$u_\tau = a_2 \kappa \quad (13)$$

利用 Spalding 公式拟合计算壁面摩擦速度 u_τ 的步骤为:设定拟合误差函数 D :

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n \sqrt{(u_{si}^+ - u_{ei}^+)^2} \quad (14)$$

在整个内区的实验测量点中,把式(4)代入式(3)解出的 u^+ 记为 u_s^+ ,由式(5)算得的 u^+ 记为 u_e^+ ,取使得 D 为最小值的 u_τ 为所计算的壁面摩擦速度^[7]。

2 壁面摩擦速度计算与误差分析比较

2.1 实验数据的壁面摩擦速度计算

油膜干涉法在壁面摩擦切应力的众多直接测量方法中目前是最为准确和可靠的^[12],因此可认为通过直接测量的壁面摩擦切应力计算出的壁面摩擦速度是准确的,并将其作为上述三种拟合算法计算结果准确性的参考标准。

由于热线风速仪的探针在近壁区测量时会受到壁面热效应的影响而导致测量值失真,并且根据不同的工况其壁面的影响范围会沿法向传播到 y^+ 大约为 5 或者更高的位置^[13],因此用热线风速仪测量平均速度剖面时其第一个速度测量点一般处于 $y^+ \geq 5$ 的位置。为了在拟合计算时保证壁面无滑移条件,需要在每个平均速度剖面的实验数据中添加一个 $(y=0, u=0)$ 的数据点。

通过直接测量的壁面摩擦切应力计算出的壁面摩擦速度记为 u_τ^{std} ,通过黏性底层拟合、对数律区拟合以及 Spalding 公式拟合计算出的壁面摩擦速度分别记为 u_τ^{line} 、 u_τ^{log} 和 u_τ^{spalding} ,计算所取的卡门常数 κ 与积分常数 B 都取常用值($\kappa=0.41$, $B=5.0$)。 u_τ^{line} 、 u_τ^{log} 和 u_τ^{spalding} 的计算结果见表 1。

表 1 7 组实验数据用三种不同方法拟合的壁面摩擦速度

Tab. 1 Friction velocity fitted though three methods base on seven groups of experiment data

Re_θ	u_τ^{std}	u_τ^{line}	u_τ^{log}	u_τ^{spalding}
3258	0.4767	0.4604	0.4791	0.4759
3432	0.4961	0.4785	0.5037	0.4953
4831	0.6618	0.6605	0.6642	0.6575
4997	0.6837	0.6866	0.6953	0.6801
5571	0.7761	0.7613	0.7970	0.7740
7382	1.0565	1.0323	1.0766	1.0501
7879	1.1228	1.0848	1.1280	1.1148

将 u_τ^{std} 、 u_τ^{line} 、 u_τ^{log} 和 u_τ^{spalding} 代入式(4)(5),分别将平均速度剖面无量化,无量纲化后的平均速度剖面

分别记为 C_{std} 、 C_{line} 、 C_{log} 和 $C_{spalding}$ ，并与黏性底层规律曲线、对数律区规律曲线以及 Spalding 曲线进行比较,如图 2 所示,从图中可以看出无量纲化的平均速度剖面都与理论规律曲线基本符合,表明三种方法拟合的效果较好。

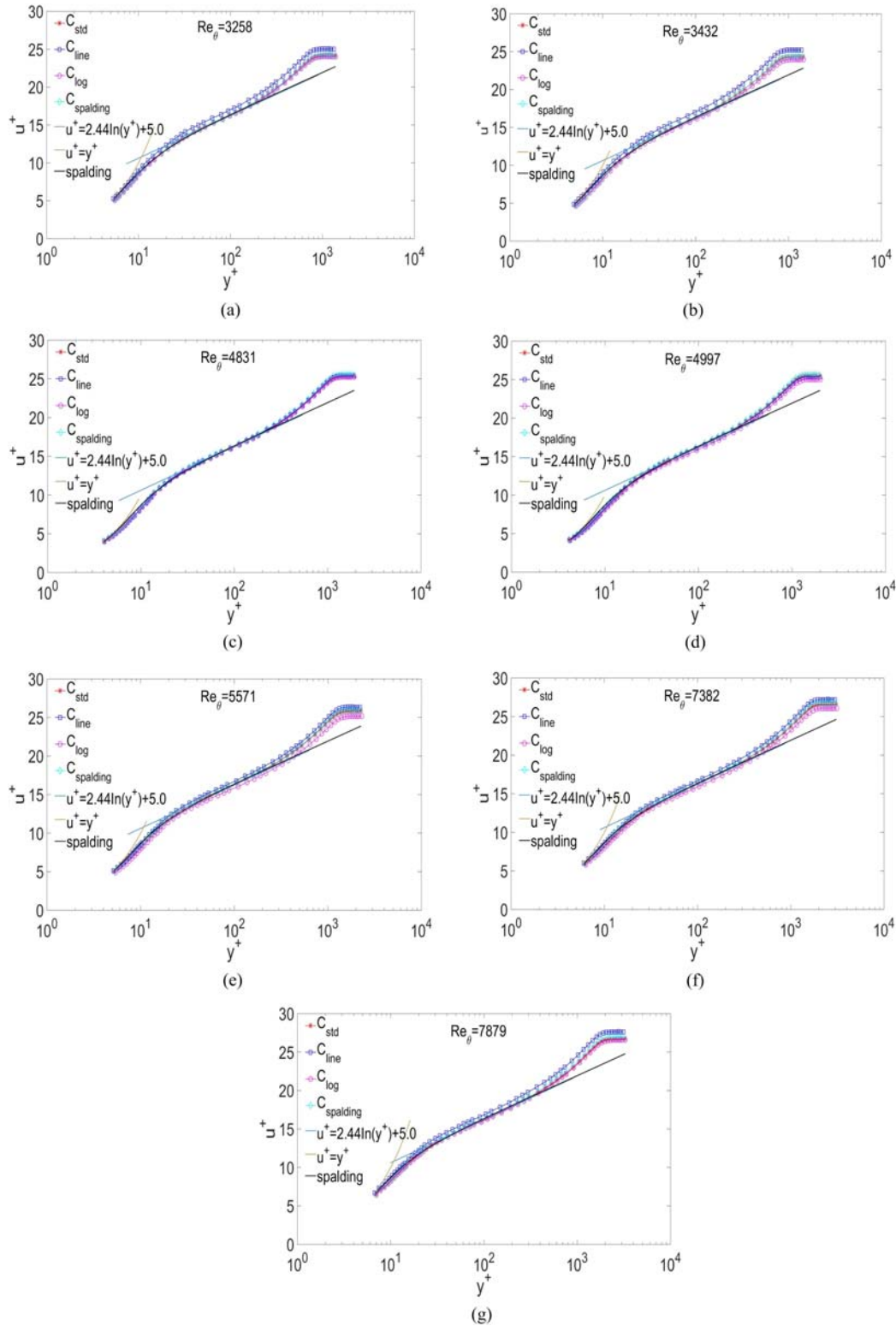


图 2 7 组实验数据用三种方法拟合的平板湍流边界层无量纲平均速度剖面

Fig. 2 Dimensionless mean velocity profile of turbulent boundary layer fitted through three methods base on seven groups of experiment data

2.2 误差分析与比较

图3为 u_{τ}^{std} 、 u_{τ}^{line} 、 u_{τ}^{log} 和 $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 随 Re_{θ} 的变化曲线。从图3可以看出在 $Re_{\theta}=4831$ 处 u_{τ}^{std} 、 u_{τ}^{line} 、 u_{τ}^{log} 和 $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 相差最小,在 Re_{θ} 为其他值时 u_{τ}^{log} 相对于 u_{τ}^{std} 都要偏大, u_{τ}^{line} 相对于 u_{τ}^{std} 则整体偏小而 $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 与 u_{τ}^{std} 相差最小,两条曲线几乎重合。

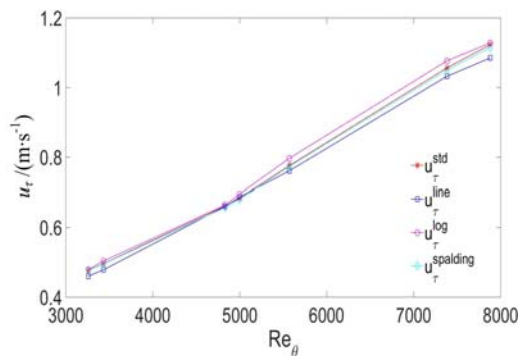


图3 7组实验数据用三种不同方法拟合的壁面摩擦速度曲线

Fig. 3 Curves of friction velocity fitted though three methods base on seven groups of experiment data

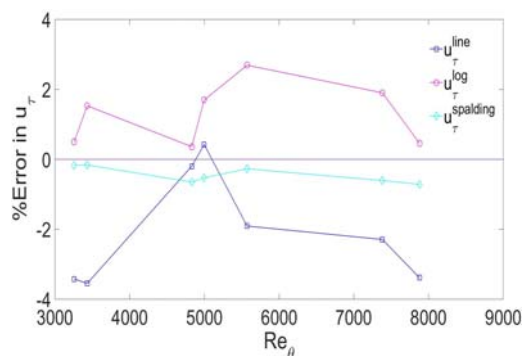


图4 7组实验数据用三种不同方法拟合的壁面摩擦速度与油膜干涉法的测量值之间的相对误差曲线

Fig. 4 Curves of relative error of friction velocity obtained by three fit methods base on seven experiment data and oil-film interferometry

图4为不同 Re_{θ} 下 u_{τ}^{line} 、 u_{τ}^{log} 、 $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 与 u_{τ}^{std} 的相对误差值。由图可以看出 u_{τ}^{line} 的整体误差最大,其相对误差的均方根值为2.4522%, u_{τ}^{log} 的整体误差次之,其相对误差的均方根值为1.5351%, $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 的整体误差最小,其相对误差的均方根值为0.4998%; u_{τ}^{line} 的相对误差的波动范围也最大,其相对误差的标准差为1.5555%,而 u_{τ}^{log} 相对误差的波动范围相对较小,其标准差为0.9334%, $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 相对误差的波动范围最小,其标准差为0.3519%。

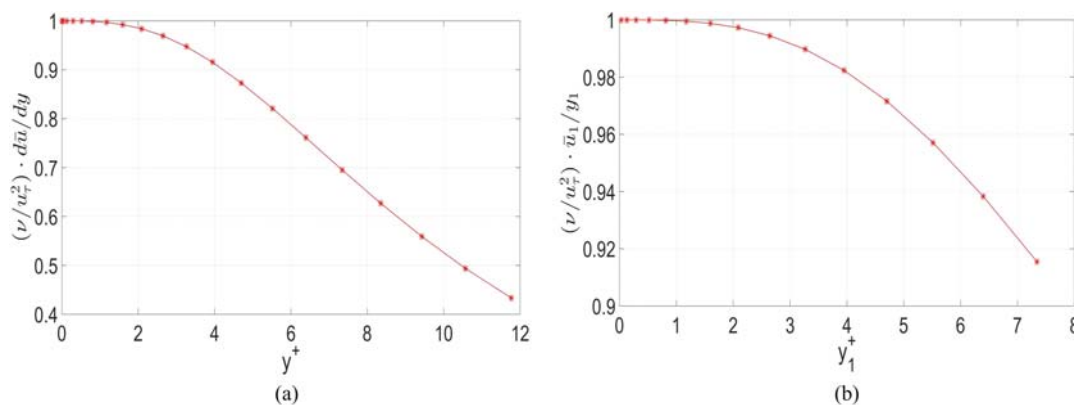


图5 (a)黏性底层的切线斜率(b)黏性底层拟合直线最大斜率

Fig. 5 (a)The tangent slope of viscous sublayer (b)The maximal slope of line fitted base on viscous sublayer

用黏性底层拟合算法时,通过拟合所得的 $u_{\tau} = \sqrt{a_1 \nu}$,其中 a_1 为黏性底层拟合直线的斜率,而由公式(6)(7)可得理论上的 $u_{\tau} = \sqrt{\nu \frac{d\bar{u}}{dy}} \Big|_{y=0}$ 。图5(a)为基于DNS的平均速度剖面在 $y^+ < 12$ 部分的切线斜率,从图中可以看出 $\frac{d\bar{u}}{dy}$ 随着 y^+ 的增大而减小,而 a_1 为拟合了整个黏性底层的直线的斜率,所以导致 a_1 小于 $\frac{d\bar{u}}{dy} \Big|_{y=0}$,并且由于用热线风速仪测量平均速度剖面时其第一个速度测量点的所在位置都会高于壁面一定距离,使拟合的数据点为黏性底层外部切线斜率较小的部分,从而导致 a_1 进一步减小,所以由黏性底层拟合得到的 u_{τ} 会明显偏小。当拟合的数据点仅选择坐标原点和第一个数据测量点时, a_1 取得最

大值 $\frac{\bar{u}_1}{y_1}$, 并且 $\lim_{y_1 \rightarrow 0} \frac{\bar{u}_1}{y_1} = \frac{d\bar{u}}{dy} \Big|_{y=0}$, 其中 $\bar{u}_1$ 和 y_1 分别为平均速度剖面第一个数据测量点的平均速度和法向坐标。图 5(b) 为基于 DNS 数据的 $\frac{\bar{u}}{y_1}$ 随 y_1^+ 的变化曲线, 从图中可以看出当 y_1^+ 大于 5 后, $\frac{\bar{u}_1}{y_1}$ 对 $\frac{d\bar{u}}{dy} \Big|_{y=0}$ 的偏差大于 3%, 而相应的 u_{τ}^{line} 的偏差则大于 1.51%。

表 2 为实验数据的第一个速度测量点的所在法向位置。

表 2 7 组实验数据第一个数据测量点的法向位置

Tab. 2 Location of first measurement point of seven experiment data in normalwise

Re_θ	3258	3432	4831	4997	5571	7382	7879
y_1^+	5.40	4.98	3.97	4.10	5.16	6.08	6.85

本文中 $u_{\tau}^{\text{line}} = \sqrt{\nu \frac{\bar{u}_1}{y_1}}$, 由于只拟合了两个数据点, 因此测量误差对 $\frac{\bar{u}_1}{y_1}$ 存在较大影响, 因此 u_{τ}^{line} 的相对误差的波动范围比其他两种方法要大, 从而出现在 $Re_\theta = 4997$ 处 u_{τ}^{line} 大于 u_{τ}^{std} 的现象。

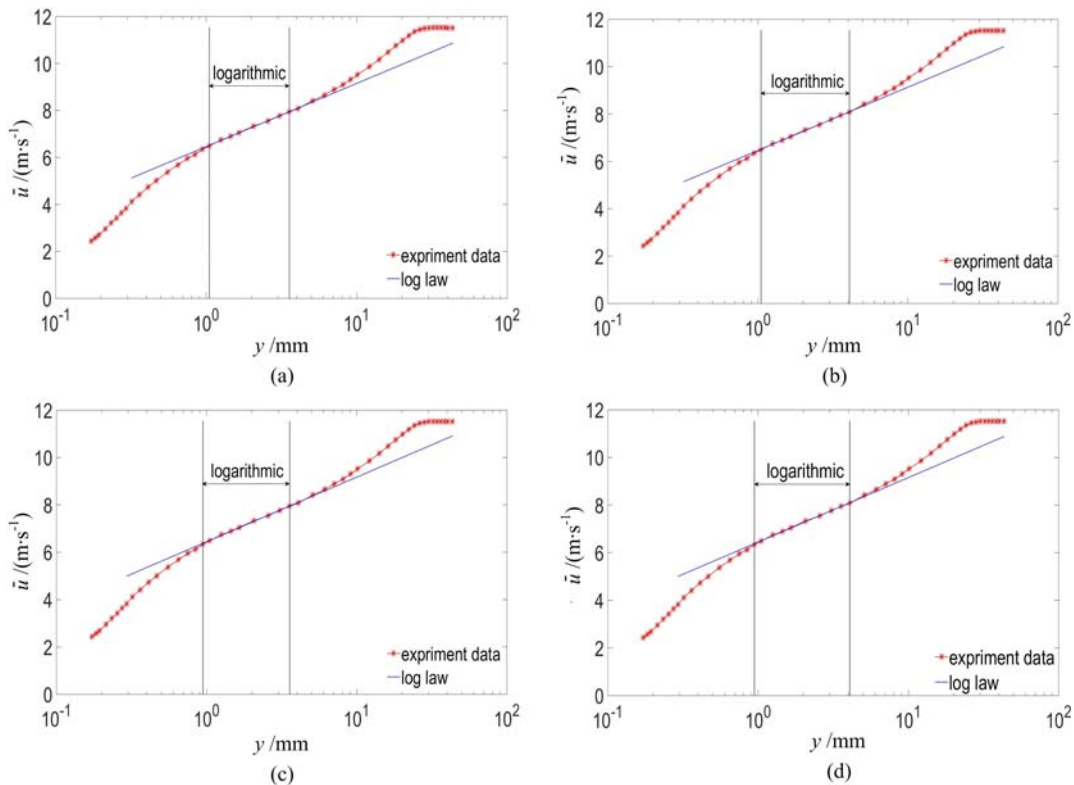


图 6 $Re_\theta = 3258$ 实验数据的四种对数律区的选择范围

Fig. 6 The four selected ranges of logarithmic region of experiment data at $Re_\theta = 3258$

用对数律区拟合算法时由公式(13) $u_{\tau} = a_2 \kappa$ 可知, u_{τ}^{log} 由 a_2 和 κ 决定, 其中 a_2 为 y 取对数坐标时对数律区拟合直线的斜率, κ 为卡门常数。 κ 作为经典的经验常数存在一定的范围波动, 一般都在 0.40 ~ 0.41 之间, 虽然在某些条件下会出现 0.38 的情况^[14], 但在 κ 的准确值无法先验的情况下, 本文只能取其常用值 0.41, 然而在同一实验条件下 κ 是常数, 因此由 κ 值的选择造成的误差是可控的。而在对 a_2 的计算时, 由于对数律区的选择是由人为的主观判断, 因此 a_2 的计算势必会引入人为误差, 并且实验数据的测量误差也会对对数律区范围的人为主观判断造成影响, 这些都属于不可控的误差因素。图 6(a) ~ 图 6(d) 为基于实验测量的 $Re_\theta = 3258$ 的平均速度剖面的对数律区选择范围与相应的拟合直线, 其对数律区范围的选择依次为第 19~26、19~27、18~26、18~27 个数据测量点, 从图中可以看出所选择的 4 个范围的对数律区都能很好地与拟合的直线重合, 其相应的 u_{τ}^{log} 分别为 0.4791、0.4757、0.4861 和 0.4821, 对 u_{τ}^{std} 的相对误差则分别为 0.5035%、-0.2098%、1.9719% 和 1.1328%。对同一平均速度剖

面,不同的对数律区选择范围导致 $u_{\tau}^{\log}$ 的相对误差的波动范围超过 2%,而本文所计算的 7 个 $u_{\tau}^{\log}$ 的相对误差的最大波动范围小于 3%,因此对数律区范围的主观选择是造成 $u_{\tau}^{\log}$ 误差的主要因素。

用 Spalding 曲线拟合算法时,利用 Spalding 公式拟合整个平均速度剖面的内区,并且对内区范围选择的变化不敏感,上文中的四种对数律区的选择范围经计算其 $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 的值都一致。除去实验数据本身的测量误差,只有卡门常数 κ 与积分常数 B 会对 $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 的计算误差产生影响,但同对数律区拟合算法一样,其由经验常数引起的误差是可控的。本文所计算的 7 个 $u_{\tau}^{\text{spalding}}$ 对 u_{τ}^{std} 的相对误差都小于 0.8%,并且相对误差的最大波动范围小于 0.6%,因此相比于其他两种拟合算法用 Spalding 曲线拟合算法计算壁面摩擦速度是最为准确和可靠的。

3 结论

本文分析对比了黏性底层拟合算法、对数律区拟合算法以及 Spalding 曲线拟合算法计算壁面摩擦速度的准确性和可靠性,并对三种拟合算法的误差产生原因进行了分析。黏性底层在用热线风速仪进行实验测量时,为了避免受到壁面的影响,其第一个测量点一般处于 $y^+ > 5$ 的位置,由于平均速度剖面在黏性底层随法向并不是严格的线性,其切线的斜率会随着法向距离的增加而减小,所以黏性底层拟合直线的斜率会偏小,从而导致计算的壁面摩擦速度偏小。由于黏性底层很薄,以及第一个测量点距壁面存在一定的距离,所以能够用来拟合的数据点非常少,其拟合的结果容易受到实验测量误差的影响,从而导致壁面摩擦速度的计算误差的波动范围较大,计算结果的可靠性较差。对数律区拟合算法在计算时涉及到经验常数,虽然经验常数存在一定的范围且无法先验地确定,但由于经验常数在同一实验条件下是不变的,因此由此导致的误差是可控的。而对数律区的所在范围在对数律区拟合时需要人为主观地判断,并且拟合结果对范围的选择较为敏感,所以对数律区范围的人为主观判断是影响计算结果准确性和可靠性的主要原因。相比于上述两种拟合算法,Spalding 拟合算法不会受到人为主观因素的影响,并且由于拟合的数据点较多,其受实验测量误差的影响也相对较小,由经验常数导致的误差也是可控的,因此 Spalding 拟合算法计算结果的准确性和可靠性都要优于其他两种拟合算法。

参考文献:

- [1] Liu T, Sullivan J P. Luminescent oil-film skin-friction meter[J]. AIAA Journal, 1998, 36(8):1460—1465.
- [2] Shen J Q, Pan C, Wang J J. Accurate measurement of wall skin friction by single-pixel ensemble correlation[J]. Science China Physics Mechanics & Astronomy, 2014, 57(7):1352—1362.
- [3] 潘光, 黄明明, 胡海豹, 等. Spalding 公式在脊状表面湍壁摩擦力测量中的应用[J]. 力学学报, 2009, 41(1):15—20 (PAN Guang, HUANG Mingming, HU Haibao, et al. Application of spalding formula in wall friction stress measurement on riblet surface[J]. Chinese Journal of Theoretical and Application Mechanics, 2009, 41(1): 15—20 (in Chinese))
- [4] 樊星, 姜楠. 用平均速度剖面法测量壁湍流摩擦阻力[J]. 力学与实践, 2005, 27(1):28—30 (FAN Xing, JIANG Nan. Skin friction measurement in turbulent boundary layer by mean velocity profile method[J]. Mechanics in Engineering, 2005, 27(1):28—30 (in Chinese))
- [5] Spalding D B. A single formula for the “Law of the wall”[J]. Journal of Applied Mechanics, 1961, 28(3):455.
- [6] Shen J Q, Pan C, Wang J J. Accurate measurement of wall skin friction by single-pixel ensemble correlation[J]. Science China Physics Mechanics & Astronomy, 2014, 57(7):1352—1362.
- [7] 张兆顺, 崔桂香, 许春晓. 湍流理论与模拟[M]. 清华大学出版社, 2005 (ZHANG Zhaoshun, CUI Guixiang, XU Chunxiao. Turbulence theory and simulation[M]. Tsinghua University Press, 2005 (in Chinese))
- [8] Mckeen B J, Li J, Jiang W, et al. Further observations on the mean velocity distribution in fully developed pipe flow[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2004, 501:135—147.
- [9] Örlü R. Experimental studies in jet flows and zero pressuregradient turbulent boundary layers(Ph. D. thesis)[D]. Royal Institute of Technology, Stockholm, Sweden, 2009.
- [10] Philipp S, Örlü R. Assessment of direct numerical simulation data of turbulent boundary layers[J]. Journal of Fluid Mechanics, 2010, 659(4):116—126.

- [11] Kendall A, Koochesfahani M. A method for estimating wall friction in turbulent wall-bounded flows[J]. *Experiments in Fluids*, 2008, 44(5):773—780.
- [12] Nagib H M, Christophorou C, Monkewitz P A. High reynolds number turbulent boundary layers subjected to various pressure-gradient conditions[M]. *IUTAM Symposium on One Hundred Years of Boundary Layer Research*. Springer Netherlands, 2006:383—394.
- [13] Boiko A V, Kornilov V I. Hot-wire anemometer measurement of local skin friction coefficient[J]. *Thermophysics & Aeromechanics*, 2010, 17(4):577—586.
- [14] Österlund J M, Johansson A V, Nagib H M, et al. A note on the overlap region in turbulent boundary layers[J]. *Physics of Fluids*, 2000, 12(1):1—4.

Comparative study of turbulent boundary layer wall friction velocity measured by average velocity profile method

WANG Kang-jun¹, BAI Jian-xia^{1,3}, TANG Zhan-qi¹, JIANG Nan^{1,2}

(1. School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300354, China; 2. Tianjin Key Laboratory of Modern Engineering Mechanics, Tianjin 300350, China; 3. Renai College of Tianjin University, Tianjin 301636, China)

Abstract: Based on average velocity profile of plate turbulent boundary layer with different Reynolds numbers, the wall friction velocity was calculated by using the viscous bottom layer fitting algorithm, the logarithmic law region fitting algorithm and Spalding formula fitting algorithm, respectively, and the average velocity profile was non-dimensionalized. By comparing the dimensionless average velocity profile with the theoretical curve, the validity of above three fitting methods was verified. Then the wall friction velocity error obtained by above three fitting algorithms was compared with that measured directly by oil film interference method, and the internal mechanism of the error formation of different fitting algorithms was analyzed. The accuracy and reliability of above three fitting algorithms were verified. Results show that the accuracy and reliability of Spalding fitting algorithm are better than the other two fitting algorithms.

Keywords: turbulent boundary layer; average velocity profile; viscous bottom layer; logarithmic law region; Spalding formula; wall friction velocity