

文章编号:1001-4888(2019)06-954-11

基于参考面的包裹次数减少的最小不连续法加速^{*}

周灿林¹, 李晓雷², 司书春¹, 李辉¹, 雷振坤³

(1. 山东大学物理学院, 济南 250100; 2. 河北工业大学机械学院, 天津 300401; 3. 大连理工大学工程力学系, 大连 116024)

摘要:在投影栅三维形貌测量中,相位解调得到的相位主值包裹在 $(-\pi, \pi)$ 范围内,需要进行相位去包裹处理。Gdeisat提出了基于包裹次数减少的最小不连续相位去包裹加速,但无论是采用频域方法还是空域方法减少相位包裹次数,Gdeisat方法在实际操作中都存在操作复杂,计算量较大,精度有限的问题。针对以上问题,本文提出了一种基于参考面的包裹次数减少的最小不连续相位去包裹算法。首先分别投影和采集参考面和待测物面的变形条纹图,然后由四步相移法进行相位解调得到待测物和参考面的包裹相位;再由待测物和参考面的包裹相位,通过简单的复数除法运算,直接减少待测物包裹相位的包裹次数;最后利用最小不连续法去包裹,得到连续相位。该方法不仅省掉了Gdeisat方法中包裹次数减少的复杂操作,而且能消除测量系统的相位畸变。进行了实验验证,实验结果表明本文方法是可行的。

关键词:相位去包裹; 三维面形测量; 条纹分析; 傅里叶变换; 相移法; 最小不连续法

中图分类号: O348.1

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-18-229

0 引言

投影光栅三维形貌测量法由于具有全场、实时、快速、非接触、设备要求低等优点,被广泛应用于航空航天、军事侦察、材料变形分析等领域^[1-4]。其基本过程是:首先将正弦条纹投射到待测物体表面,用相机记录变形条纹,然后用四步相移法或者傅里叶变换法将变形条纹所含待测物体的相位信息解调出来,由于通过相位解调得到的相位信息被包裹在 $(-\pi, \pi)$ 范围内,因此需要对其进行相位去包裹才能得到连续相位^[5-7]。近几十年,国内外学者对此进行了广泛而深入的研究,提出了许多相位去包裹方法。目前相位去包裹方法大体可分为空域相位去包裹方法和时域相位去包裹方法两大类。其中,空域相位去包裹是一个积分累加的过程,一旦相位图中某处出现误差,该处误差会向其后传播,影响该点之后的相位计算,导致相位图中出现拉线现象^[8,9]。实际测量时的噪声、阴影、间断点、下采样、过饱和、面型不连续等因素的存在会影响相位去包裹的质量,甚至导致相位去包裹成败。为避免这些因素对相位去包裹的影响,有学者提出了局部和全局两类空域相位去包裹法。其中局部法主要有枝切法^[10]、质量图导向法^[11]等,而全局法主要包括最小二乘法^[12]、最小范数法^[13]和加权最小二乘法^[14,15]等等,这些方法虽然取得了一定的成功,但也存在一定的局限性。后来,Saldner和Servin等分别提出和改进了时域相位去包裹方法^[16,17]。时域相位去包裹方法通过投射系列不同频率的光栅条纹到被测物体表面,拍摄受物体表面调制的条纹序列,然后沿时间序列对每个像素独立进行相位去包裹,从而避免了空域相位去包裹时的误差传播,但由于需要拍摄许多幅不同频率的条纹图,操作时间长,因此要求待测物体是静态或准静态的,无法满足动态三维形貌测量的要求。除了上面描述的空域和时域相位去包裹方法外,还存在一

^{*} 收稿日期:2018-10-17;修回日期:2019-01-13

基金项目:国家自然科学基金(No:11672162; No:11772081)支持

通讯作者:周灿林(1966-),男,博士,副教授,硕士生导师。主要从事光测实验技术研究。Email: canlinzhou@sdu.edu.cn

些特殊的相位去包裹算法,如:Zhao等^[18]利用偏导 zernike 多项式拟合法,实现相位去包裹;Rishikesh等^[19]用多项式拟合全场相位,由状态空间分析法确定拟合系数,完成相位去包裹;Juan等^[20]提出采用强度传播方程实现相位去包裹。

为了减少相位去包裹算法时间,文献[21—24]先后提出了减少相位包裹次数的频域法和空域法等;Du等^[25]和Wang等^[26]分别从提高运算效率和频域移动量精度两个方面,对减少相位包裹次数算法进行了改进。

最近,Gdeisat等^[27]在减少相位包裹次数的基础上,将最小不连续相位去包裹法与减少包裹相位的包裹次数算法相结合,提出了基于包裹次数减少的最小不连续去包裹加速算法。该方法的基本思想是:在对包裹相位进行相位去包裹之前,先利用减少包裹次数算法对包裹相位进行预处理,减少其包裹次数,然后再对已减少包裹次数的包裹相位采用最小不连续法进行相位去包裹处理。但是,我们研究发现:无论是采用频域法还是空域法来减少相位包裹次数,其操作过程本身并不简单,而是相当复杂,计算量非常大。针对该文献的以上问题,本文提出了一种基于参考面的包裹次数减少的最小不连续法加速方法。在该方法中,事先采集参考面条纹图,在实际测量时,只需采集待测物变形条纹图;然后利用待测物的包裹相位和参考面的包裹相位,通过简单的复数除法运算,就可快速、准确地减少待测物包裹相位的包裹次数,还可消除测量系统的相位畸变;最后进行了实验验证。

1 原理

1.1 Gdeisat 算法

相位去包裹过程可描述为:

$$\phi_{m,n} = \varphi_{m,n} + 2\pi c_{m,n} \quad (1)$$

式中, $\varphi_{m,n}$ 表示包裹相位图中位置 (m,n) 处像素的包裹相位数据; $\phi_{m,n}$ 表示对应位置的连续相位; $c_{m,n}$ 表示相位包裹次数。

最小不连续法相位去包裹^[28]中,将相位图中相邻像素间相位跳跃级次定义为跳跃数,式(2)(3)分别是水平和垂直方向的相位跳跃级次求取公式。

$$h_{m,n} = \text{int}\left(\frac{\phi_{m,n} - \phi_{m,n-1} + \pi}{2\pi}\right) \quad (2)$$

$$v_{m,n} = \text{int}\left(\frac{\phi_{m,n} - \phi_{m-1,n} + \pi}{2\pi}\right) \quad (3)$$

式中, $\text{int}(x)$ 表示取小于或等于 x 的最大整数。

相位图中全场相位跳跃数之和 E 定义为:

$$E = \sum (|h_{m,n}| + |v_{m,n}|) \quad (4)$$

式中, $|x|$ 表示求变量 x 的绝对值。

在理想情况下,连续相位的全场跳跃数之和应该为零,但在实际相位测量中,由于噪声、欠采样、阴影、过饱和及待测物本身不连续等原因经常导致实际的连续相位存在一定的跳跃数。最小不连续法相位去包裹通过一系列迭代来实现包裹相位的展开,最终找到一个满足全场跳跃数总和达到最小的相位分布,作为实际相位的连续相位分布。最小不连续相位去包裹法虽然抗局部噪声能力很强,可得到较平滑的连续相位,但由于大量的迭代运算,经常导致其需要耗费较长的运算时间。针对该问题,Gdeisat^[27]提出了基于包裹次数减少的最小不连续法相位去包裹加速方法。

Gdeisat 方法的基本思想是:先采用频域或空域法对待测物体包裹相位进行预处理,减少相位的包裹次数,然后再用最小不连续相位法去包裹,从而提高最小不连续法的处理速度。

频域减少包裹次数法的基本操作是:先将包裹相位映射到复数域,然后进行傅里叶变换、频移、傅里叶逆变换,最后求得相位角;此时的相位数据中包裹次数已减少或消除。

空域减少包裹次数法的基本原理是:先计算包裹相位沿水平和垂直方向的差分;然后确定其对应模式;再从原包裹相位中减去由模式生产的倾斜相位数据;对差值数据进行再包裹处理;最终得到包裹次

数已减少的包裹相位。

待测物体的包裹相位经包裹次数减少处理后,由于包裹相位图中 2π 相位跳变次数减少甚至消失,相位图中全场跳跃数之和也将大幅减小,因此,此时采用最小不连续法进行相位去包裹求取连续相位,过程将变得简单、快速,甚至不需要相位去包裹,于是其处理速度加快。

Gdeisat 算法的操作流程如下:

(1) 投影正弦条纹到待测物体表面,采集对应的变形条纹,对变形条纹图进行相位解调处理,求得包裹相位数据;

(2) 选取合适的减少相位包裹算法,对包裹相位进行处理;

(3) 采用最小不连续法,对已减少包裹次数后的待测物包裹相位进行相位去包裹处理,求得待测物体的连续相位数据。

1.2 本文算法

Gdeisat 算法虽然能加速最小不连续相位去包裹算法,但也仍然存在一些问题。

在一般情况下,由于离散傅里叶变换频谱移动时,由于其移动量通常只能局限于整数,因此频域法减少相位包裹次数时,无法达到最佳。为达到亚像素移动效果,需要进行填零傅里叶变换、局部傅里叶变换或频域插值以确定高精度频域移动量,因此,频域减少包裹次数法的操作复杂,计算量大,精度有限^[22,24,26]。采用空域减少相位包裹次数法时,虽然运算量和频域法比较,有较大的降低,但由于根据包裹相位差分估计的模式与实际情况存在差异,经常出现残余包裹,因此存在一定的局限性^[23]。

针对 Gdeisat 算法^[27]存在的问题,我们提出了相应的解决办法:利用参考面包裹相位来减少待测物包裹相位的包裹次数,较好地解决了频域和空域法减少包裹次数时存在的处理过程复杂和耗时长的问题。

假设四步相移正弦条纹投影到待测物体表面上,采集的受待测物形貌调制的变形条纹图为:

$$I_a(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \varphi(x, y) + \varphi_a(x, y) + (i-1)\delta] \quad (5)$$

式中, $\delta = \frac{2\pi}{4}$ 为相移步长, $i=1, 2, 3, 4$, 表示相移序数; $A(x, y)$ 为背景光强; $B(x, y)$ 为调制幅度; f_x 和 f_y 分别是沿 x 轴和 y 轴的空间载波频率; $\varphi(x, y)$ 表示与待测物体形貌对应的相位信息; $\varphi_a(x, y)$ 测量系统对应的相位畸变。

利用四步相移法进行相位解调,得到包含待测物信息的包裹相位如下:

$$\varphi_{aw}(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{I_{a4} - I_{a2}}{I_{a3} - I_{a1}} \right] = [2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \varphi(x, y) + \varphi_a(x, y)]_w \quad (6)$$

式中, $\tan^{-1}$ 是反正切,得出的结果包裹在 $(-\pi, \pi)$ 之间; $[\cdot]_w$ 表示相位包裹运算。

利用文献[22]类似方法,由公式(7)和(8)将 $\varphi_{aw}(x, y)$ 映射到复数域:

$$R(x, y) = \cos[\varphi_{aw}(x, y)], \quad I(x, y) = \sin[\varphi_{aw}(x, y)] \quad (7)$$

$$\varphi_{awc}(x, y) = R(x, y) + jI(x, y) \quad (8)$$

式中, $j = \sqrt{-1}$ 表示虚数单位。

同样地,四步相移正弦条纹投影到参考表面时,采集的变形条纹图可表示为:

$$I_{Ri}(x, y) = A(x, y) + B(x, y) \cos[2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \varphi_a(x, y) + (i-1)\delta] \quad (9)$$

类似地,按四步相移法解调,得到参考面包裹相位为:

$$\varphi_{Rw}(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{I_{R4} - I_{R2}}{I_{R3} - I_{R1}} \right] = [2\pi f_x x + 2\pi f_y y + \varphi_a(x, y)]_w \quad (10)$$

类似地,将 $\varphi_{Rw}(x, y)$ 映射到复数域,得到:

$$\varphi_{Rwc}(x, y) = e^{j\varphi_{Rw}(x, y)} \quad (11)$$

将公式(8)除以公式(11),可得到:

$$\varphi_{wsc}(x, y) = \frac{\varphi_{awc}(x, y)}{\varphi_{Rwc}(x, y)} \quad (12)$$

由公式(12)对应的复数求相位角,得到如式(13)所示的包裹相位数据:

$$\phi_{ws}(x, y) = \tan^{-1} \frac{I[\varphi_{ws}(x, y)]}{R[\varphi_{ws}(x, y)]} = [\varphi(x, y)]_w \quad (13)$$

式中, $I[g]$ 和 $R[g]$ 分别表示求虚部和实部。

由式(13)可以看出, 经过以上处理, 不仅消除了载波相位, 而且消除了测量系统的相位畸变。

本文方法的具体流程如下:

- (1) 投影四步相移正弦条纹到参考面上, 采集对应的变形条纹, 按四步相移法对变形条纹图进行相位解调, 求得参考面包裹相位, 按公式(11)处理, 将其转换为复数形式;
- (2) 投影四步相移正弦条纹到待测物体表面上, 采集对应的变形条纹图, 按四步相移法, 对变形条纹图进行相位解调, 求得包含待测物信息的包裹相位, 按公式(7)和(8)处理, 将其转换为复数形式;
- (3) 按公式(12)将对应待测物和参考面包裹相位的 2 个复数相除;
- (4) 按公式(13)求得消除载波和畸变后的待测物包裹相位, 得到包裹次数减少的待测物包裹相位;
- (5) 采用最小不连续法, 对包裹次数减少后的待测物包裹相位, 进行相位去包裹, 求得待测物的连续相位。

此处仅以四步相位法为例说明了本文方法。为减少实验时采集条纹图的数量, 也可将本文方法应用于傅里叶变换三维轮廓术中, 此时, 只需分别采集一幅参考面和待测物面的条纹图。实验时, 如果提前采集好参考面变形条纹图, 实际测量时, 只需采集一幅待测物变形条纹图, 就可实现待测物三维形貌测量, 因此可适应动态三维测量。

2 实验

为了验证本文方法, 采用文献[30]相同的测量系统进行实验。实验装置如图 1 所示。

首先, 采用较小起伏的面具为测试样品, 采集的光栅图如图 2 所示, 其中图 2(a) 表示待测面具图, 图 2(b) 和 (c) 分别表示参考面和面具表面光栅图。

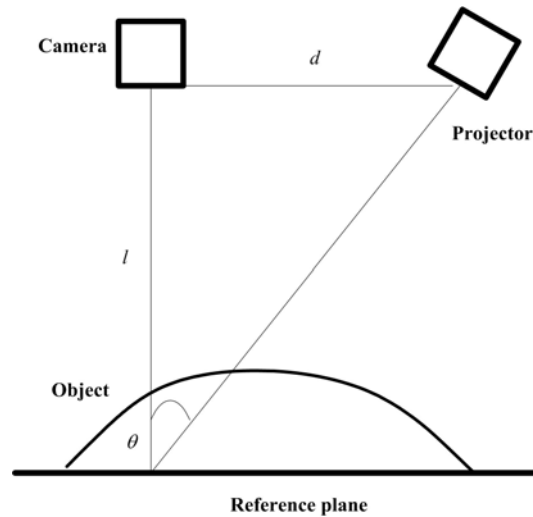


图 1 实验装置示意图

Fig. 1 Schematic diagram of experimental setup

对图 2(b) 和 (c) 采用标准四步相移法处理, 得到图 3 所示的结果, 其中图 3(a) 为参考面的包裹相位图, 图 3(b) 为待测物面具的包裹相位图。

对面具的包裹相位(图 3(b)), 按 Gdeisat 频域法进行包裹次数减少处理, 确定频域移动量为 $u_0 = 25\text{pixels}$, $v_0 = 0.5\text{pixels}$, 求得包裹次数减少后的面具包裹相位图如图 4(a) 所示, 比较图 3(b) 和图 4(a) 可以看出, 对面具包裹相位(图 3(b)) 进行包裹次数减少后, 面具包裹次数减少明显, 但还存在残余包裹, 这是实际载波频率不正好为整数造成的。利用图 3 中参考面和面具的包裹相位, 按本文方法进行处理, 先分别利用公式(11)和公式(7)(8)将包裹相位映射到复数域, 然后按公式(12)进行复数除法运算,

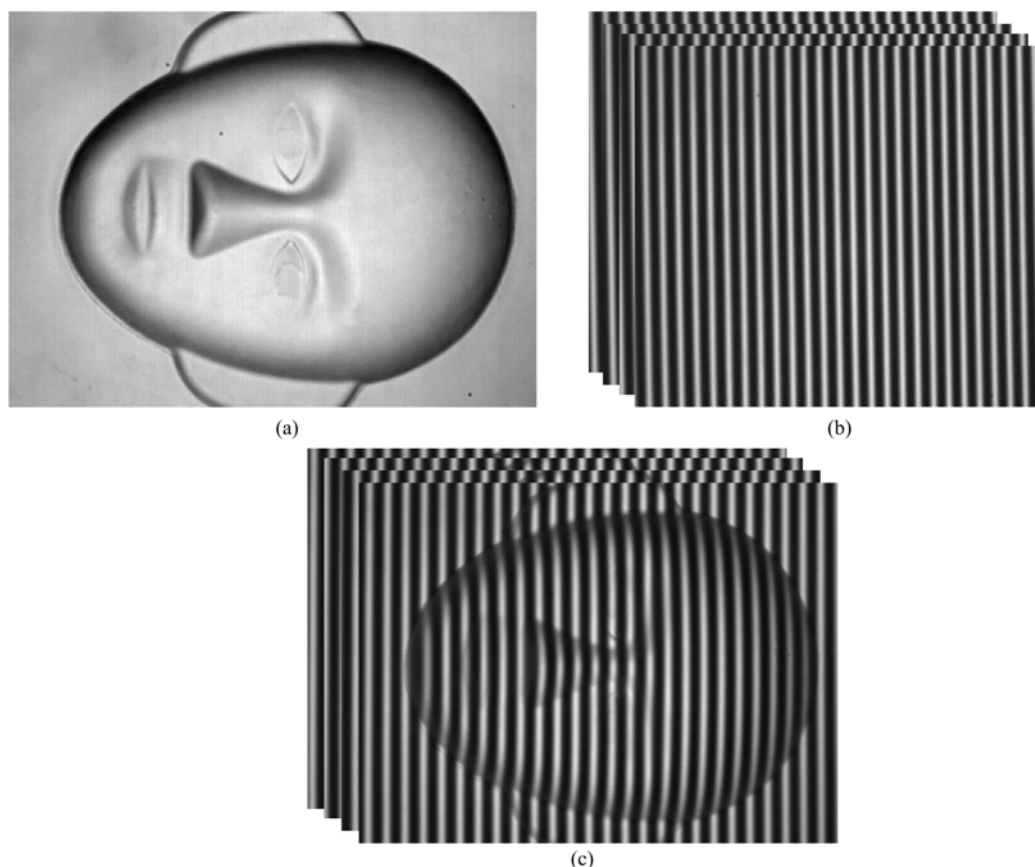


图 2 待测面具及光栅条纹图:(a)待测面具;(b)参考面上的四步相移光栅条纹图;(c)面具上的四步相移光栅条纹图

Fig. 2 Facial mask and deformed fringe; (a) facial mask; (b) four-step phase-shifting patterns on the reference plane; (c) four-step phase-shifting patterns on the facial mask

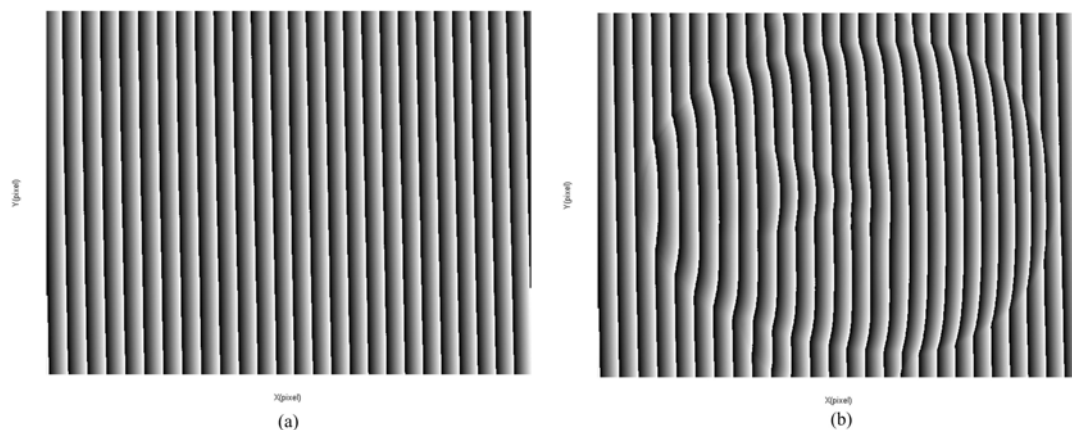


图 3 包裹相位图:(a)参考面的包裹相位;(b)待测物面具的包裹相位

Fig. 3 The wrapped phase map: (a) the wrapped phase map on the reference plane
(b) the wrapped phase map on the facial mask

最后按公式(13),求得减少包裹次数后的待测物包裹相位如图 4(b)所示。比较图 4(b)和图 4(a),可以看出,当待测面具高度不大时,利用本文方法减少相位包裹次数后,包裹相位中 2π 相位跳变完全消除了,无需再进行相位去包裹,就已经得到了连续相位。但是,Gdeisat 方法进行包裹次数减少后的结果图 4(a)中,还存在残余包裹,此时仍然需要进行相位去包裹,才能得到连续相位。图 4(a)中,由于 2π 相位跳变次数减少,全场跳跃数之和也大幅减小,因此,此时采用最小不连续法对图 4(a)进行相位去包裹,与直接采用最小不连续法对图 3(b)进行相位去包裹处理相比较,其处理速度明显加快。用最小不连续

法对图 4(a) 进行去包裹处理, 可得如图 5(a) 所示结果。图 5(b) 为图 4(b) 和图 5(a) 中同一横截面 ($j=260$) 位置的连续相位比较, 从图 5(b) 可以看出: 由于利用参考面包裹相位除了能减少了待测物包裹相位的包裹次数外, 还能够消除测量系统的镜头畸变相位, 因此本文方法恢复的待测物相位数据比 Gdeisat 方法更光滑。

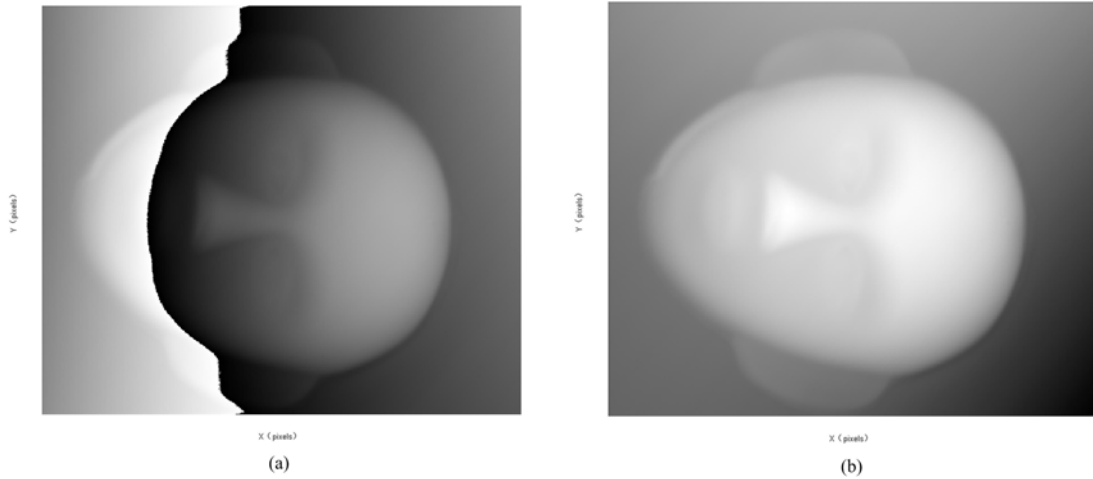


图 4 待测面具包裹相位图: (a) 按 Gdeisat 法处理; (b) 按本文方法处理

Fig. 4 The wrapped phase map of the mask: (a) processed by Gdeisat method;
(b) processed by the proposed method

为了比较直接最小不连续相位法、Gdeisat 算法^[27]和本文方法在处理时间上的差别, 我们进行了对比实验, 采用相同配置电脑上的 matlab 2016a 版本自编处理软件进行分析处理, 用小起伏面具样品的实验中的相同实验数据 (图像分辨率为 688×582), 分别采用直接最小不连续相位法、Gdeisat 方法和本文方法进行处理, 表 1 给出了三种算法的处理时间对比。

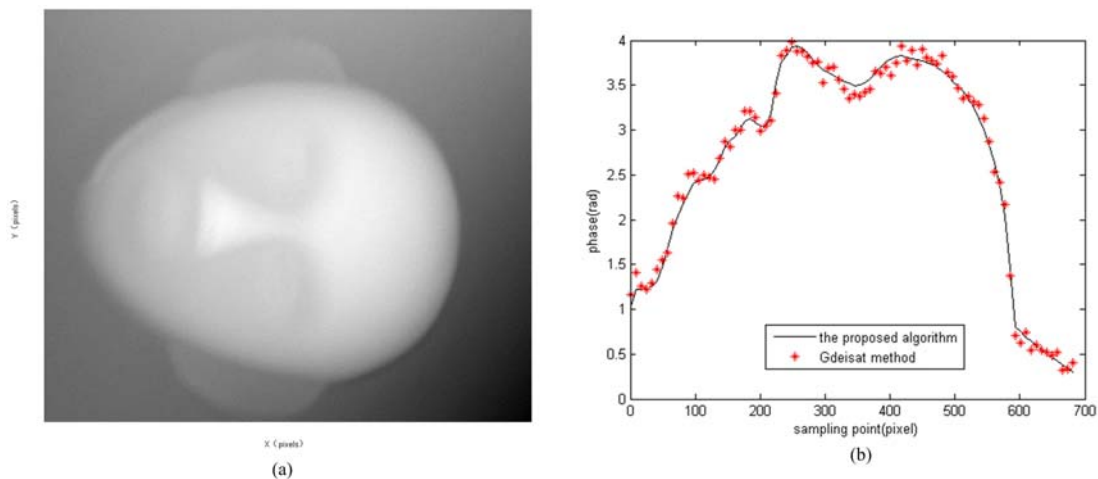


图 5 待测面具连续相位图: (a) 用最小不连续相位法对图 4(a) 进行去包裹处理结果;
(b) 面具连续相位图 4(b) 和图 5(a) 中同一横截面 ($j=260$) 连续相位的比较

Fig. 5 The continuous phase map of the mask: (a) unwrapped by minimum discontinuity
phase unwrapping algorithm; (b) comparison of the same cross section ($j=260$)
of the continuous phase from Fig. 4(b) and Fig. 5(a)

表 1 三种算法时间对比(时间单位:s)

Tab. 1 Comparisons of time consumption of the three methods (unit:s)

算法	包裹次数减少处理耗时	相位去包裹耗时	总时间
直接最小不连续法	0.000	3.012	3.012
Gdeisat 算法	1.460	0.039	1.499
本文算法	0.012	0.000	0.012

为了更全面地验证本文方法,下面以表面形貌复杂的面具和半个纸杯构成两个孤立体,作为测试对象,再次进行实验。图 6 是相机采集的样品原图和相移后的变形栅线图,其中图 6(a)表示待测样品,图 6(b)和(c)分别表示参考面和样品面上的四步相移图中的第 1 幅条纹图。随后,采用与小起伏面具样品实验类似处理过程进行分析。

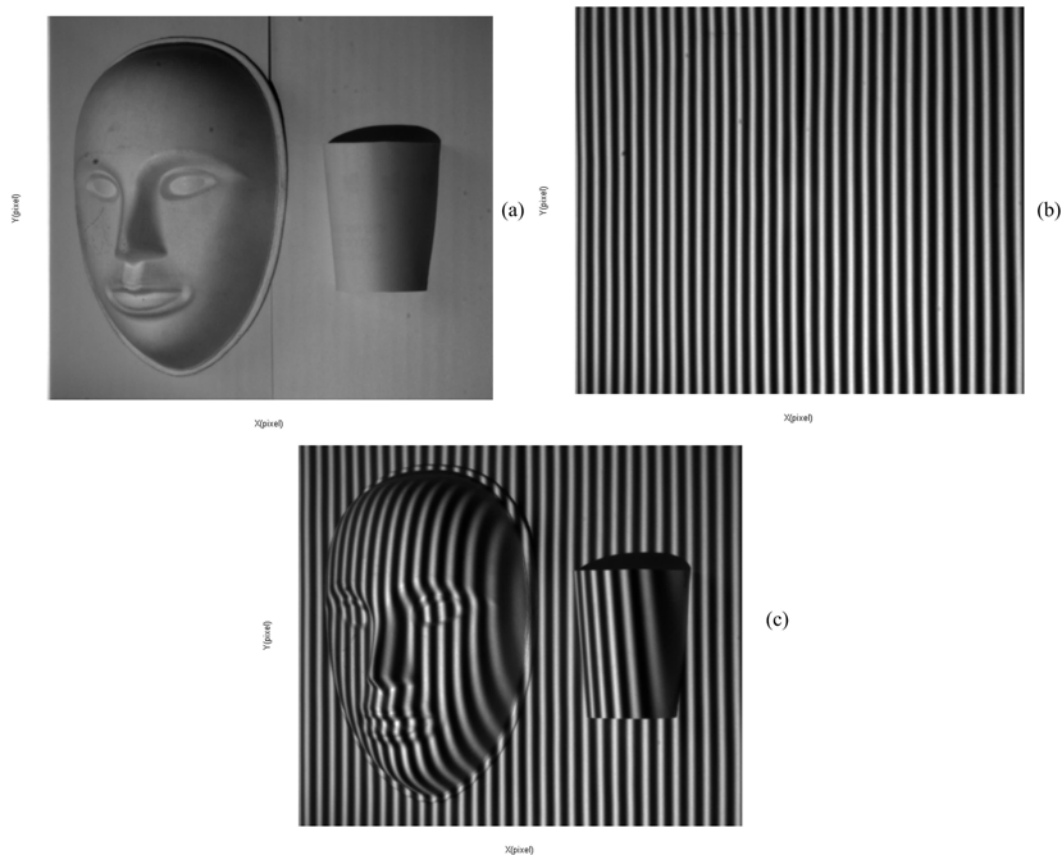


图 6 待测样品及变形栅线图:(a)待测样品;

(b)参考面上的一幅条纹图;(c)待测样品上的一幅条纹图

Fig. 6 Tested specimen and deformed fringe: (a) the specimen; (b) the first fringe of the reference plane; (c) the first fringe of the specimen

图 7 为利用四步相移法进行相位解调求得的包裹相位图,其中图 7(a)为参考面的包裹相位图,图 7(b)为待测样品的包裹相位图。对样品的包裹相位(图 7(b)),按 Gdeisat 频域法进行包裹次数减少处理,确定频域移动量为 $u_0 = 33.2\text{pixels}$, $v_0 = 0.3\text{pixels}$,求得包裹次数减少后的待测样品的包裹相位图如图 8(a)所示,然后利用图 7(a)和(b)所示的参考面、待测样品的包裹相位,按本文方法进行处理,其处理过程完全与小起伏面具实验类似。由公式(13)求得减少包裹次数后的待测样品的包裹相位如图 8(b)所示。最后,采用最小不连续法分别对图 8(a)和(b)进行相位去包裹,求得对应的连续相位分布如图 9(a)和(b)所示。从图 9 可以看出,虽然 Gdeisat 方法和本文方法基本恢复了复杂样品的三维形貌,但正如文献[29]所提到的,由于待测物体的面型复杂,在实际测量时,如图 6(c)所示,在面具和纸杯的上侧,存在阴影区域,在阴影区域内缺少变形条纹,于是这些区域的解调相位数据是不准确的,因此,导

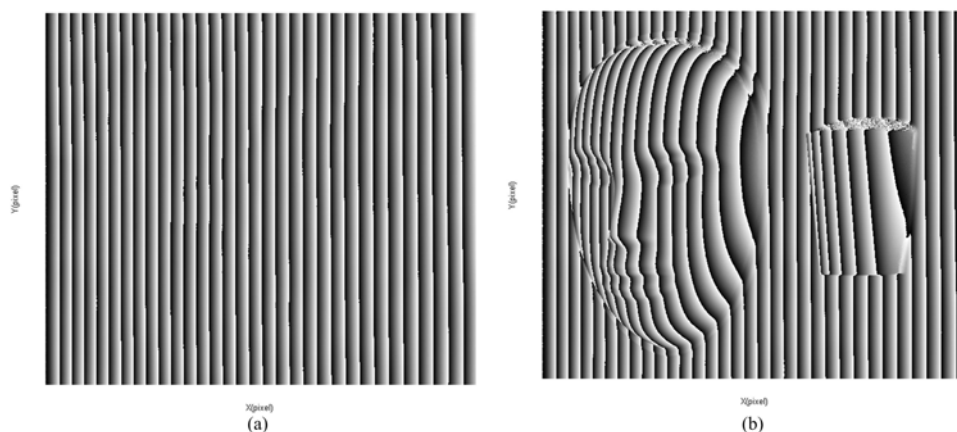


图 7 包裹相位图:(a)参考面的包裹相位;(b)待测样品的包裹相位

Fig. 7 The wrapped phase map: (a) the wrapped phase of the reference plane; (b) the wrapped phase of the specimen
致最后结果中相应区域存在较大偏差。

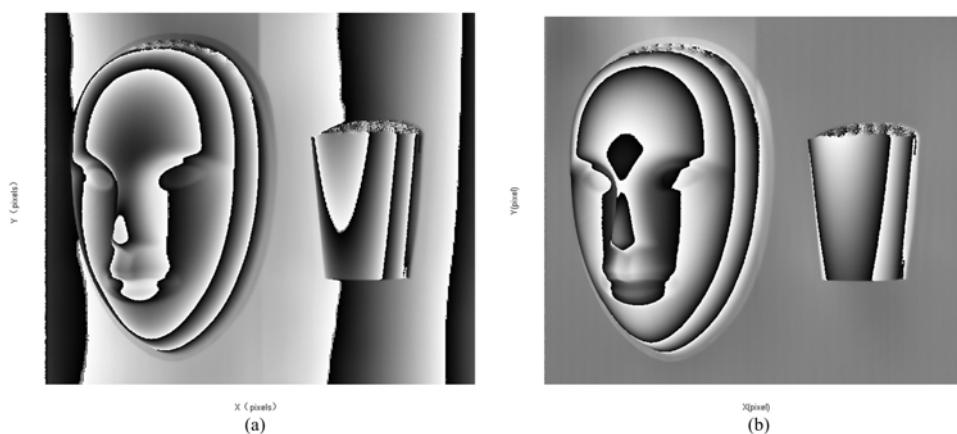


图 8 待测样品的包裹相位图:(a)按 Gdeisat 法处理;(b)按本文方法处理

Fig. 8 The wrapped phase map of the specimen: (a) processed by Gdeisat method;
(b) processed by the proposed method

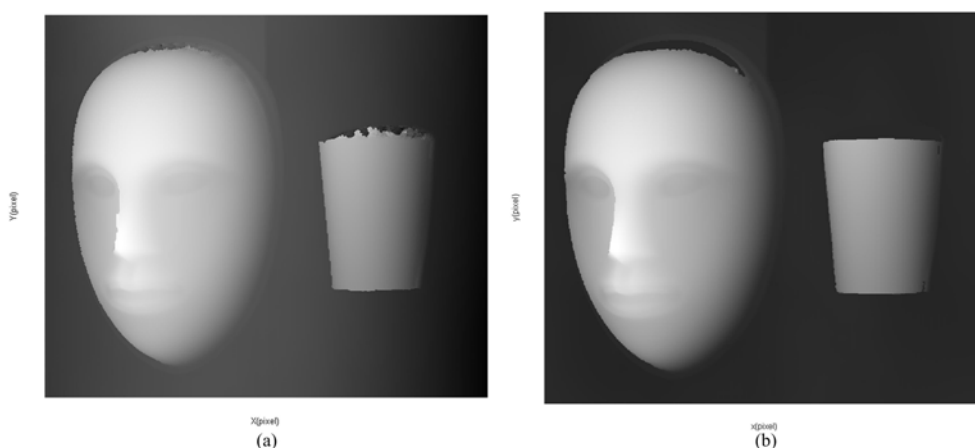


图 9 待测样品的连续相位图:(a)用最小不连续法处理 8(a)的结果 (b) 用最小不连续法处理 8(b)的结果

Fig. 9 The continuous phase map of the specimen: (a) unwrapped from Fig. 8(a) by minimum discontinuity phase unwrapping algorithm; (b) unwrapped from Fig. 8(b) by minimum discontinuity phase unwrapping algorithm

用面型复杂孤立体样品实验中相同的实验数据,再次对直接最小不连续法、Gdeisat 方法和本文方法三种方法的处理进行了时间分析,表 2 给出了时间对比结果。

表 2 三种算法时间对比(时间单位:s)

Tab. 2 Comparisons of time consumption of the three methods(unit:s)

算法	包裹次数减少处理耗时	相位去包裹耗时	总时间
直接最小不连续法	0.000	20.953	20.953
Gdeisat 算法	1.960	0.132	2.092
本文算法	0.012	0.116	0.128

从表 2 可以看出,待测样品是面形复杂且两个孤立体时,如果直接采用最小不连续法进行相位去包裹处理,需要花费较长的运算时间。Gdeisat 方法中,虽然利用最小不连续法对已减少包裹次数后的待测物包裹相位进行去包裹处理时耗时较少,但在进行减少相位包裹次数操作时,本身耗时较长,因此 Gdeisat 方法整个处理过程的时间开支仍然不小。本文方法由于直接利用参考面条纹的包裹相位来减少待测物的相位包裹次数,其过程简单、快速,因此整个处理的速度都有明显提高。

当然,本文方法也存在一定的局限性,如:需要采集参考面变形条纹图。但在实验操作中,由于参考面变形条纹图可在进行正式测量前提前采集好,所以,一般不会影响实际测量效率。

3 结论

本文提出了一种基于参考面的包裹次数减少的最小不连续法加速算法,该方法是对 Gdeisat 方法^[27]的拓展。直接利用参考面的包裹相位数据,减少待测物包裹相位中的包裹次数,省掉了 Gdeisat 方法中减少待测物包裹相位的包裹次数时的复杂操作,因此本文方法不仅简单、快速,而且还能消除测量系统相位畸变影响。理论和实验结果都验证了本文方法的可行性。

参考文献:

- [1] Lei Z K, Wang C, Zhou C L. Multi-frequency inverse-phase fringe projection profilometry for nonlinear phase error compensation[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 66:249—257.
- [2] 姚骏,唐颖,陈巨兵. 基于任意系统位置关系的投影云纹形貌测量技术研究[J]. 实验力学, 2017, 32(1):27—34 (YAO Jun, TANG Ying, CHENG Jubing. On the measurement technique of projection moire topography based on the arbitrarily system position relation[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2017, 32(1):27—34 (in Chinese))
- [3] Liu T C, Zhou C L, Si S C, et al. Improved differential 3D shape retrieval[J]. Opt Lasers Eng, 2015, 73:143—149.
- [4] Du G L, Zhang C R, Zhou C L, et al. Iterative two-step temporal phase-unwrapping applied to high sensitivity three-dimensional profilometry[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2016, 79:22—28.
- [5] Zhou C L, Liu T C, Si S C, et al. An improved stair phase encoding method for absolute phase retrieval[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 66:269—278.
- [6] Rivera M, Hernandez-Lopez F J, Gonzalez A. Phase unwrapping by accumulation of residual maps[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2015, 64:51—58.
- [7] Jeught S V, Sijbers J, Dirckx J. Fast Fourier-based phase unwrapping on the graphics processing unit in real-time imaging applications[J]. Journal of Imaging, 2015, 1(1):31—44.
- [8] 仇巍,亢一澜. RIPI 去包裹法及其在云纹干涉图像处理中的应用[J]. 实验力学, 2004, 19(2):129—135 (QIU Wei, KANG Yilan. RIPI phase unwrapping method in image processing of moire interferometry[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2004, 19(2):129—135 (in Chinese))
- [9] Yang F, Wang Z, Wen Y, et al. Two-dimensional phase unwrapping algorithms for fringe pattern analysis: a comparison study[C]. USA:SPIE, 2015, 93023F1-6.
- [10] Goldstein R M, Zebker H A, Werner L. Satellite radar interferometry: two-dimensional phase unwrapping[J]. Radio Science, 1988, 23(4):713—720.
- [11] Zhao M, Huang L, Zhang Q, et al. Quality-guided phase unwrapping technique: comparison of quality maps and

- guiding strategies[J]. *Applied Optics*, 2011, 50(33):6214—6224.
- [12] Shen M H, Hwang C H, Wang W C. Using higher steps phase-shifting algorithms and linear least-squares fitting in white-light scanning interferometry[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2015, 66:165—173.
- [13] He W, Xia L, Liu F. Sparse-representation-based direct minimum-norm algorithm for MRI phase unwrapping[J]. *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2014, 2014(2):134058.
- [14] Wang X, Fang S P, Zhu X D. Weighted least-squares phase unwrapping algorithm based on a non-interfering image of an object[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(15):4543—4550.
- [15] Wang M M, Zhou C L, Si S C, et al. Robust wrapping-free phase retrieval method based on weighted least-square method[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2017, 97:34—40.
- [16] Saldner H O, Huntley J M. Temporal phase unwrapping: application to surface profiling of discontinuous object [J]. *Applied Optics*, 1997, 36(13):2770—2775.
- [17] Servin M, Padilla M, Garnica G. Super-sensitive two-wavelength fringe projection profilometry with 2-sensitivities temporal unwrapping[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 106:68—74.
- [18] Zhao Z, Zhao H, Zhang L. 2D phase unwrapping algorithm for interferometric applications based on derivative Zernike polynomial fitting technique[J]. *Measurement Science & Technology*, 2015, 26(1):017001.
- [19] Rishikesh K, Pramod R. Phase unwrapping algorithm using polynomial phase approximation and linear Kalman filter[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(4):702—708.
- [20] Carranza J M, Falaggis K, Kozacki O. Fast and accurate phase-unwrapping algorithm based on the transport of intensity equation[J]. *Applied Optics*, 2017, 56(25):7079—7088.
- [21] Qudeisat M, Gdeisat M, Burton D, et al. A simple method for phase wraps elimination or reduction in spatial fringe patterns[J]. *Optics Communications*, 2011, 284(21):5105—5109.
- [22] Gdeisat M A, Burton D R, Lilley F, et al. Shifting of wrapped phase maps in the frequency domain using a rational number[J]. *Measurement Science and Technology*, 2016, 27(10):105003.
- [23] Herráez M A, Gdeisat M, Lilley F, et al. A spatial algorithm to reduce phase wraps from two dimensional signals in fringe projection profilometry[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 82:70—78.
- [24] Miguel A H, Maximo C, Miguel G P. A robust wrap reduction algorithm for fringe projection profilometry and applications in magnetic resonance imaging[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2017, 26(3):1452—1465.
- [25] Du G L, Wang M M, Zhou C L, et al. A simple spatial domain algorithm to increase the residues of wrapped phase maps[J]. *Journal of Modern Optics*, 2017, 64(3):231—237.
- [26] Wang M M, Zhou C L, Si S C, et al. Precise and fast phase wraps reduction in fringe projection profilometry[J]. *Journal of Modern Optics*, 2017, 64(18):1862—1869.
- [27] Gdeisat M. Performance evaluation and acceleration of Flynn phase unwrapping algorithm using wraps reduction algorithms[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2018, 110:172—178.
- [28] Flynn T. Two-dimensional phase unwrapping with minimum weighted discontinuity[J]. *JOSA A*, 1997, 14(10):2692—2701.
- [29] Servin M, Padilla M, Garnica G, et al. Profilometry of three-dimensional discontinuous solids by combining two-steps temporal phase unwrapping, co-phased profilometry and phase-shifting interferometry[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 87:75—82.
- [30] 周灿林, 司书春, 李辉, 等. 无相位去包裹的微分法三维形貌测量[J]. *光电子·激光*, 2015(8):1549—1552 (ZHOU Canlin, SI Shuchun, LI Hui, et al. Differential 3D shape measurement without phase unwrapping[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2015(8):1549—1552.

Acceleration of minimum discontinuity phase unwrapping algorithm based on wraps reduction with reference fringe

ZHOU Can-lin¹, LI Xiao-lei², SI Shu-chun¹, LI Hui¹, LEI Zhen-kun³

(1. School of Physics, Shandong University, Jinan 250100, China;

2. School of Mechanical Engineering, Hebei University of Technology, Tianjin 300130, China;

3. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: In three-dimensional (3D) surface measurement of projected grating, the demodulated phase is wrapped within the range $(-\pi, \pi)$, and the phase unwrapping becomes one of the critical steps for 3D shape measurements. In literature, Gdeisat et al. proposed an algorithm, which combined the minimum discontinuity phase unwrapping algorithm with wraps reduction to reduce its execution time. But the method needs to take a large amount of processing time to reduce the number of phase wraps by frequency or spatial domain algorithm with complex operation process and limited precision. In view of the above problems, we propose an improved method to accelerate the minimum discontinuity phase unwrapping algorithm based on wraps reduction with reference fringe. Firstly, four phase-shifting grating fringe patterns are projected onto the tested object and reference plane respectively by digital-light-processing (DLP) projector. The deformed fringe patterns are captured by a CCD camera. Secondly, the wrapped phases corresponding to the object and reference plane are determined by four-step phase shifting method, and the number of phase wraps corresponding to the object is reduced by a simple division operation. Then, the minimum discontinuity phase unwrapping algorithm is applied to the phase image of the object with the reduced number of wraps to obtain the continuous phase map. The proposed method not only eliminates the complex and exhaustive operation in the Gdeisat method, but also can directly remove the phase aberration of the system. Finally, the experiments are used to verify the feasibility of the proposed method. The results demonstrate that the proposed method works very well with high efficiency.

Keywords: phase unwrapping; three-dimensional (3D) surface measurement; fringe analysis; Fourier transform; phase-shifting method; minimum discontinuity phase unwrapping algorithm