

文章编号:1001-4888(2019)06-1045-08

## 基于振动台基础激励的叶片工作模态分析\*

杭超, 燕群

(中国飞机强度研究所 航空发动机强度研究室, 陕西西安 710065)

**摘要:** 对发动机叶片进行模态分析可以为高周疲劳设计提供数据支撑, 有效避免叶片在实际工作中的共振。本文基于工作模态分析理论, 搭建叶片工作模态分析试验系统。采用振动台对叶片进行基础激励, 同时测量叶片表面的振动响应, 计算测点与参考点之间的互功率谱, 然后用最小二乘复频域法进行拟合, 得到叶片的模态参数(包括固有频率、振型和阻尼比)。最后讨论了不同参考点对工作模态结果的影响, 给出了参考点选取的合理建议。

**关键词:** 振动台; 基础激励; 工作模态分析; 固有频率; 振型

**中图分类号:** V23      **文献标识码:** A      **DOI:** 10.7520/1001-4888-18-065

### 0 引言

叶片作为航空发动机核心的零部件, 其工作环境复杂恶劣, 受到多种载荷的共同作用, 容易发生故障。叶片的可靠性对整机性能具有重要影响。由叶片共振导致的高周疲劳失效是叶片的重要失效形式<sup>[1-3]</sup>。为了避免叶片的高周疲劳失效, 在叶片设计过程中需要分析叶片的模态参数, 为叶片的高周疲劳设计提供可靠的试验数据支撑, 进而优化叶片模型, 提高发动机叶片的高周疲劳寿命<sup>[4]</sup>。

采用试验方法对叶片进行模态分析是一种必要的手段<sup>[5]</sup>。根据不同激励方式将模态试验分为两种: 激振器法和力锤法, 通过对测得的频响函数进行曲线拟合, 从而辨识出叶片的模态参数<sup>[6]</sup>。然而两种测试方法也都有其缺点: 激振器激励法需要在结构上连接一个加力长杆, 给试验件附加了额外质量和刚度, 尤其对于叶片这种轻质悬臂结构, 其模态测试精度会受到影响; 锤击激励法的能量集中在很短时间内, 可能引起过载和非线性问题, 而且测试结果受敲击者人为因素影响。1995 年 James 等<sup>[7]</sup>首次用理论证明了基于自然激励(NExT)的工作模态分析方法(Operational Modal Analysis, OMA)的可行性, 并将该方法成功应用于风力涡轮机在工作状态下的模态参数识别, 文中的理论推导是基于单点白噪声激励假设和实模态分析的。Brincker<sup>[8]</sup>将工作模态分析方法的理论推广到一般白噪声激励假设和复模态分析中。2004 年比利时卢温大学 Peeters 等<sup>[9,10]</sup>提出了基于频域的最小二乘模态参数识别方法, 该方法具有良好的模态参数辨识效果, 被广泛应用于模态参数识别的商业软件中。LMS Testlab 软件中的 Op. PolyMAX 模块就借鉴了上述理论基础, 只需计算响应点之间的互功率谱, 即可对未知激励条件下的结构进行工作模态分析。任伟新等<sup>[11]</sup>采用环境激励试验方法测试了斜拉索的模态参数, 并将环境激励与锤击激励结果进行对比, 验证了环境激励方法频率识别的准确性。韩建平<sup>[12]</sup>研究了基于振动台基础激励的钢筋混凝土框架模型的模态参数, 并对比分析了典型参数识别算法的区别与联系。

本文基于工作模态分析理论, 建立了叶片工作模态测试系统。通过高频振动台激振叶片, 模拟叶片在工作环境中受到的宽频激励, 同时对叶片上测量点的振动响应进行采集, 采用 OMA 方法分析得到叶

\* 收稿日期: 2018-03-30; 修回日期: 2018-05-15

基金项目: 航空科学基金(2017ZD23009)资助

通讯作者: 杭超(1990-), 男, 硕士, 工程师。主要研究领域: 发动机结构动强度。Email: hangchaonwpu@163.com

片的模态参数(包括固有频率、振型和阻尼比)。最后讨论了不同参考点对工作模态结果的影响,给出了参考点选取的合理建议。本文的叶片工作模态试验方法对叶片进行基础激励,且不需要测量激振力的大小,相比于激振器激励法避免了给叶片增加附加质量,相比于力锤激励法避免了人为因素的影响,因此该方法在对叶片的激励方面具有一定的技术优势。同时采用高精度非接触式激光测量叶片表面速度响应,整个加载测量过程不给叶片增加附加质量,有助于提高测试精度。

## 1 工作模态分析(OMA)理论

工作模态分析是针对处于环境激励中的结构,用结构上响应点信号之间的互功率谱代替频响函数,然后采用与试验模态分析中类似的拟合方法对互功率谱进行拟合,得到结构的模态参数。

工作模态分析方法的理论依据是,在白噪声激励下,无论是实模态还是复模态,结构上响应点之间的互相关函数与结构的脉冲响应函数都具有相同的形式<sup>[7,8]</sup>。

以单点白噪声激励的实模态分析为例,输入点为  $k$  与输出点  $i$  之间的脉冲响应函数表达式为

$$x_{ik}(t) = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{ir}\varphi_{kr}}{m_r\omega_{dr}} \exp(-\xi_r\omega_m t) \sin(\omega_{dr}t) \quad (1)$$

式中,  $\varphi_{ir}$  和  $\varphi_{kr}$  分别表示第  $r$  阶模态振型的第  $i$  和  $k$  个分量;  $m_r$  表示第  $r$  阶无阻尼模态质量;  $\xi_r$  表示第  $r$  阶模态阻尼比;  $\omega_m$  表示第  $r$  阶无阻尼模态频率;  $\omega_{dr}$  表示第  $r$  阶有阻尼模态频率。

响应点  $i$  与响应点  $j$  的互相关函数为

$$R_{jk}(T) = \sum_{r=1}^n \frac{\varphi_{ir}A_{jr}}{m_r\omega_{dr}} \exp(-\xi_r\omega_m T) \sin(\omega_{dr}T + \theta_r) \quad (2)$$

式中,  $A_{jr}$  是与第  $r$  阶模态振型在  $j$  点上分量相关的常数;  $\theta_r$  是与第  $r$  阶模态频率、阻尼比相关的相位角。

由式(1)和(2)可以看出,结构脉冲响应函数和响应点之间的互相关函数具有相同的形式,都是由一组衰减的正弦函数之和组成。对于一般白噪声激励的复模态分析,脉冲响应函数和互相关函数相同形式的证明参见文献[8]。

互功率谱和互相关函数是一对傅里叶变换对,频响函数和脉冲响应函数也是一对傅里叶变换对,所以结构上响应点之间的互功率谱与结构频响函数也具有相同的形式。可以用基于频域的模态参数识别方法对响应点的互功率谱进行识别,得到结构的模态参数(固有频率、振型和阻尼比)。与传统试验模态分析方法相比,OMA方法不需要测量外激力,直接对响应点的互功率谱进行拟合,适用于激振力未知条件下的结构模态分析。

## 2 叶片工作模态试验

### 2.1 试验系统

采用工作模态理论分析叶片的模态参数时,需要测试叶片在宽频激励条件下多个测量点的振动响应,从而通过参数拟合得到叶片模态参数(包括固有频率、振型和阻尼比)。

与传统工作模态分析中的自然环境激励不同,本文通过高频振动台以快速的正弦扫频的方式激振叶片,模拟叶片在工作环境中受到的宽频激励,激振频率为  $0\sim 10\text{kHz}$ ,该激励方式与自然环境激励类似,都满足白噪声的激励要求,适用于叶片工作模态分析。在测量叶片上测量点的振动响应时,为了提高测试精度,且不影响叶片的振动,因此使用非接触式激光测量叶片上测量点的响应。根据多普勒原理,由于结构振动会引起测量激光的频移,激光中携带了被测结构的振动信息,可以通过信号处理器将多普勒频移信号转换为物体振动的速度和位移信号。试验中激光测振仪按顺序逐点测量叶片响应,每次测量的激励都相同,且触发条件一致,确保所有测点的相位同步。数据采集仪以  $25.6\text{kHz}$  的采样频率记录叶片上测量点的速度信号,该采样频率是激振频率上限的  $2.56$  倍,符合采样定理的要求,满足整个激振频率范围内的模态分析需求。

图1是上述叶片工作模态测试系统的工作原理,该测试系统参考了文献[13]中的工作变形测试系统,并对其进行了部分改进。从图1可知,叶片用夹具固定在水平滑台上。信号发生器发出激振信号给

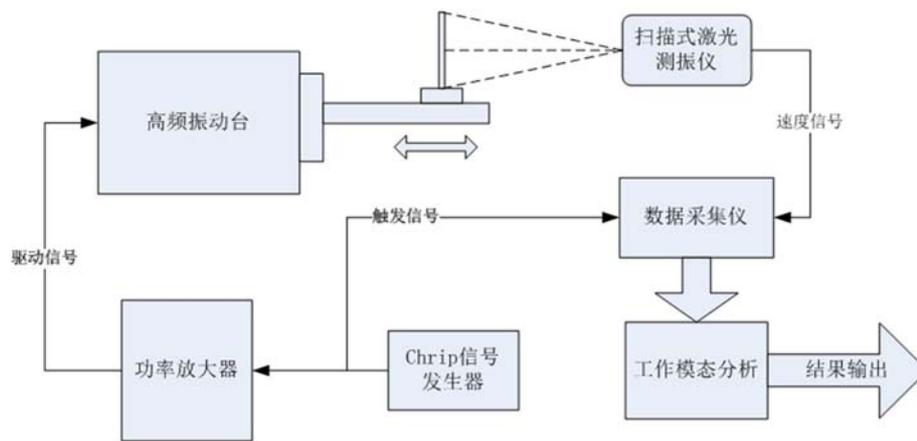


图 1 工作模态测试系统的工作原理

Fig.1 Schematic diagram of the blade operational modal analysis test

功率放大器,激励信号为快速的正弦扫频信号,因其发出的声音类似尖叫声,故将该信号叫做 Chirp 信号。Chirp 信号经功率放大器后驱动振动台激振叶片,叶片上测量点的振动响应被同步采集并记录。叶片工作模态试验的参考信号为叶片上测量点的速度响应信号,模态分析方法对响应点之间的互功率谱进行拟合得到模态参数。

### 2.2 试验过程

下面给出叶片工作模态试验的测试分析过程,该过程与文献[13]的试验过程有部分类似,区别在于参考信号以及模态分析方法。具体过程如下:

(1) 把叶片、夹具和水平滑台两两之间通过螺栓固连,同时根据图 1 原理建立叶片工作模态测试系统;

(2) 在叶片上设置多个测量点,图 2 是叶片上测量点的分布图及编号,该过程通过测量软件完成;

(3) 信号发生器发出 Chirp 激振信号给功率放大器,激振信号经功率放大器后驱动振动台激振叶片,叶片上测量点的振动响应被同步采集并记录,对每个测量点重复进行三次测量,取其平均值作为该测量点的响应;

(4) 对其他测量点按照以上过程依次完成测量;

(5) 以某一测点的振动速度响应为参考信号,计算每个测点响应信号与参考信号的互功率谱,用最小二乘复频域法对互功率谱进行拟合,得出叶片的固有频率、振型和阻尼比。

需要说明的是,上述试验方法有一个前提假设,即叶片的平面假设。上述试验方法假设叶片上所有的测量点均位于同一平面上,而实际的叶片结构表面并不是平面,而是三维曲面。此处将叶片表面近似为平面,会使最终分析得到的振型图与实际叶片形状有部分偏差。由于实际叶片的曲率并不大,所以这种偏差可以忽略,即认为叶片表面形状为平面。

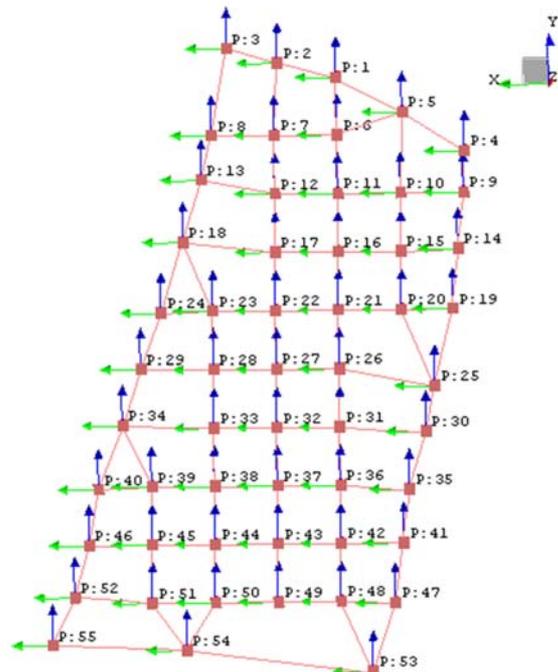


图 2 叶片上测量点的分布

Fig.2 Arrangement diagram of measurement points on the blade

### 3 试验结果分析与讨论

#### 3.1 试验结果分析

在叶片工作模态试验中,在 Chirp 信号的激励下,逐个测量叶片上每个点的速度响应,选取 3 号测点响应为参考,计算每个测点响应信号与参考信号的互功率谱。由于每个测点都有互功率谱,为了避免同时显示多条曲线的繁杂,选取所有测点与参考点的互功率谱之和的幅值曲线作为这组互功率谱的代表,绘制在图 3 中。虽然图 3 中曲线没有太多峰值,然而通过最终的最小二乘复频域法对互功率谱进行拟合,可以得出叶片前 6 阶的固有频率、振型和阻尼比,如表 1 所示,并获取各阶模态的振型图,如图 4~9 所示。

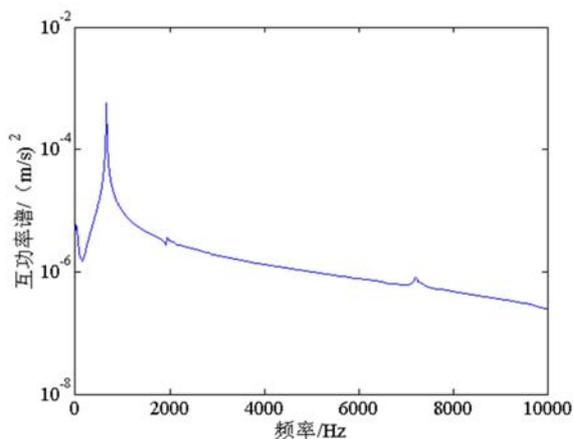


图 3 叶片所有测点与参考点的互功率谱之和的幅值曲线  
Fig. 3 The cross power spectrum sum amplitude curve between all the measurement points and reference point

表 1 工作模态分析得到的叶片模态参数  
Tab. 1 Modal parameters obtained by the blade operational modal analysis

阶次	固有频率/Hz	阻尼比	振型
1	657.7	0.13%	一阶弯曲
2	1930.0	0.49%	一阶扭转(节线:1号点与34号点的连线)
3	2130.2	0.94%	一阶扭转(节线:1号点与35号点的连线)
4	2874.8	0.50%	二阶弯曲
5	5105.0	0.47%	二阶扭转
6	7222.5	0.44%	弯扭耦合

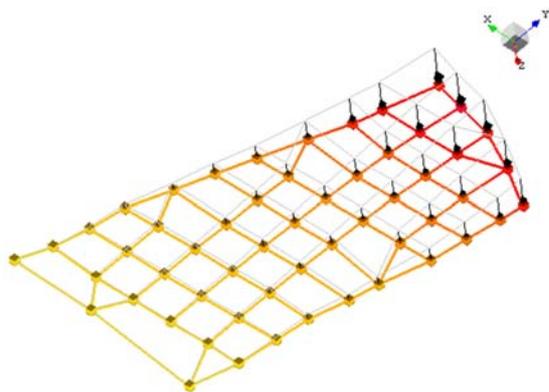


图 4 叶片工作模态分析得到的第 1 阶模态振型  
Fig. 4 First vibration mode obtained by the blade operational modal analysis

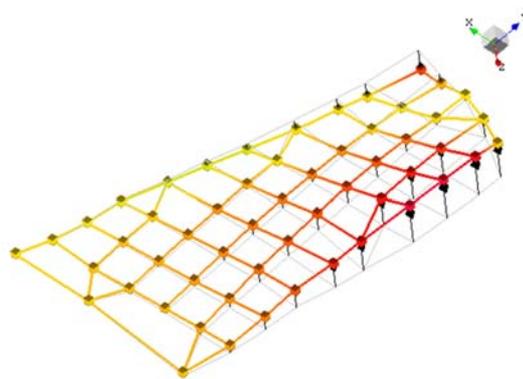


图 5 叶片工作模态分析得到的第 2 阶模态振型  
Fig. 5 Second vibration mode obtained by the blade operational modal analysis

通过表 1 和图 4~9 的结果可以看出,工作模态分析方法可以很好地辨识出该叶片的模态参数,该叶片的前 6 阶固有频率处于 657.7 Hz~7222.5 Hz 之间,阻尼比处于 0.13%~0.50% 之间,对应的振型有弯曲振型、扭转振型以及弯扭耦合振型。该叶片表面形状为曲面,且叶片根部比叶片尖部厚度大,沿弦线方向的厚度也不相同,所以该叶片的一阶扭转模态会有 2 个。通过工作模态分析得到该叶片的第 2 阶与第 3 阶的模态参数即为这 2 种扭转模态,且其固有频率比较接近,相差约 200 Hz,其振型的差异

是两者有不同的节线。

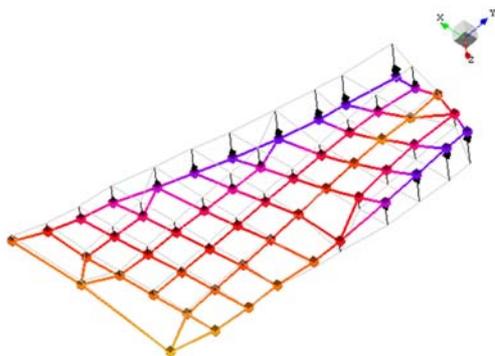


图 6 叶片工作模态分析得到的第 3 阶模态振型  
Fig. 6 Third vibration mode obtained by the blade operational modal analysis

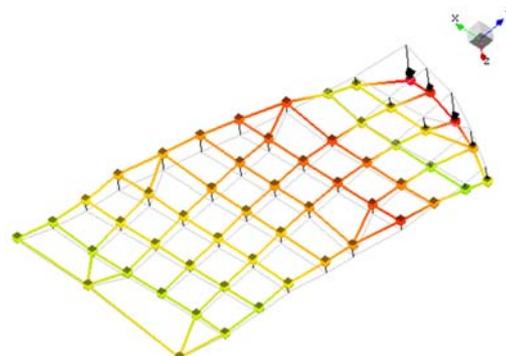


图 7 叶片工作模态分析得到的第 4 阶模态振型  
Fig. 7 Fourth vibration mode obtained by the blade operational modal analysis

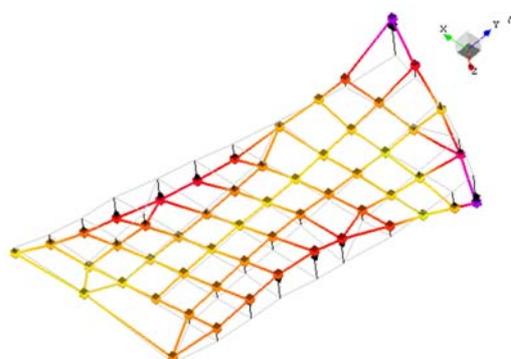


图 8 叶片工作模态分析得到的第 5 阶模态振型  
Fig. 8 Fifth vibration mode obtained by the blade operational modal analysis

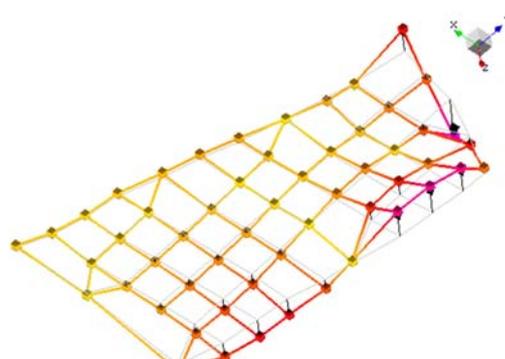


图 9 叶片工作模态分析得到的第 6 阶模态振型  
Fig. 9 Sixth vibration mode obtained by the blade operational modal analysis

为了进一步对上述振型进行定量评估,采用模态置信准则(Modal Assurance Criteria, MAC)验证不同阶次振型的相关性。模态置信准则既可以用于评价不同方法得到的振型之间的相关性,如不同模态测试方法测得的两种振型,或者试验测得的振型与有限元计算的振型,还可以评价同一结构的同阶次振型之间的相似程度。将两种振型的模态置信准则定义如下:

$$\text{MAC}(\varphi_r, \varphi_s) = \frac{|\varphi_r^T \varphi_s|^2}{|\varphi_r^T \varphi_r| |\varphi_s^T \varphi_s|} \quad (3)$$

式中,  $\varphi_r$  和  $\varphi_s$  均为振型向量。MAC 的取值范围是  $[0, 1]$ , MAC 值越接近 1, 说明两种振型间的相似程度越高; MAC 值越接近 0, 说明两种振型相似程度越低<sup>[13]</sup>。

由实模态理论可知,在比例阻尼条件下,同一结构的各阶振型与其质量以及刚度矩阵相乘时的值为零,即

$$\begin{cases} \varphi_r^T [M] \varphi_s = 0 \\ \varphi_r^T [K] \varphi_s = 0 \end{cases}, \text{其中 } r \neq s \quad (4)$$

假设结构质量平均分布在所有测量点上,也就是说结构的质量矩阵为单位矩阵,此时,根据公式(3)和(4)可知,该结构各振型之间的模态置信准则值等于零。

根据上述 MAC 理论对图 4~9 中的振型两两之间进行分析,图 10 是计算得到的 MAC 值的柱状图。从柱状图中可以看出,所有相同振型计算得到的 MAC 值都等于 1,其他所有的振型 MAC 值都比较小,其最大值不超过 0.2,这就说明各阶振型之间的相关性都不高。上述理论中,当结构质量矩阵为

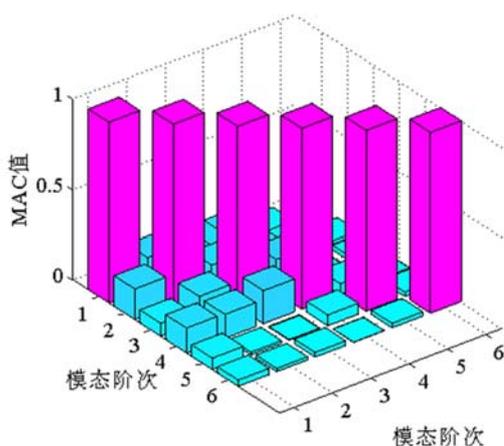


图 10 叶片各振型之间的 MAC 值

Fig. 10 The MAC value of the blade vibration modes

叶片尖部最左端的测点,在叶片的前6阶振型中该点的振幅均较大;1号点为叶片尖部中间的测点,叶片第2和第3阶振型的节线都经过该点;11号点为叶片中间位置的测点,在叶片的第2至第6阶振型中该点的振幅均较小。

分别以这3个点为参考点,计算所有测点与参考点之间的互功率谱,然后用最小二乘复频域法进行拟合,得出不同参考点分析的叶片模态参数(包括固有频率、振型和阻尼比),最后计算各振型之间的MAC值,用于验证不同参考点的工作模态分析结果的合理性。图10是以3号点作为参考点的各阶振型MAC值,图11和图12分别是以1号点和11号点作为参考点的各阶振型MAC值。

由图11可知,以1号点作为参考点时,叶片第2阶与第3阶振型MAC值为0.41,说明这两阶模态振型相关程度较高,其他不同阶次的振型MAC值均小于0.2。因为叶片第2和第3阶振型的节线都经过1号点,以1号点作为参考点识别出的叶片第2和第3阶振型相关性高,说明该组模态试验结果可信度不高。

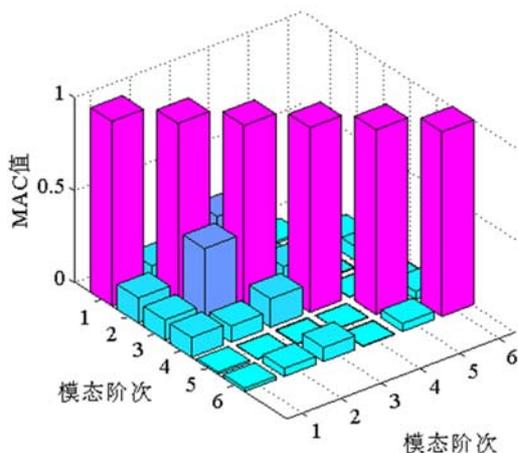


图 11 以 1 号点作为参考点的振型 MAC 值

Fig. 11 The MAC value of vibration modes when No. 1 point is the reference point

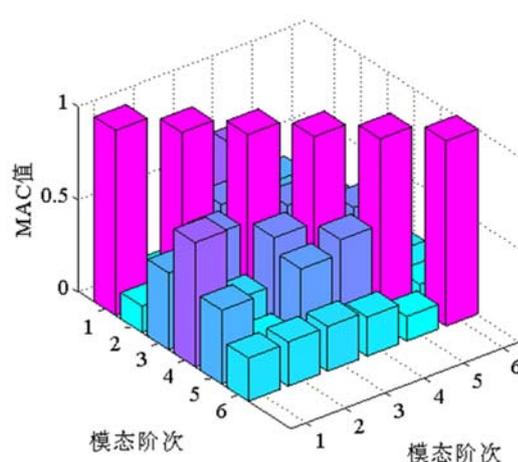


图 12 以 11 号点作为参考点的振型 MAC 值

Fig. 12 The MAC value of vibration modes when No. 11 point is the reference point

由图12可知,以11号点作为参考点时,叶片各阶振型MAC值均较高,其中有6个MAC值大于0.4,相关性最高的是第1阶与第4阶振型,其MAC值为0.67,仅有3个MAC值小于0.2。因为在叶片第2至第6阶振型中11号点的振幅均较小,以11号点作为参考点识别出的叶片振型相关性整体偏高,说明该组模态试验结果可信度很低。

单位矩阵时,各振型之间的MAC值应该等于零。然而在实际中,叶片上各处的厚度不同,质量也不同,而且也不完全满足比例阻尼的假设,所以振型之间的MAC值不精确为零,只是比较接近零。不过,这也可以证明工作模态分析结果的合理性。

### 3.2 不同参考点对模态结果的影响讨论

上文中的试验结果是以3号点作为参考点进行分析的,然而根据工作模态分析理论,任何一个响应点都可以作为参考点。为了研究不同的参考点对工作模态结果的影响,再分别选取1号和11号参考点进行工作模态分析,比较其结果之间的差异,给出合理的参考点选取建议。

选取的参考点分别为3号、1号和11号,位置如图2所示。这3个点有如下特点:3号点为

图 10 中的结果是以 3 号点作为参考点得到的,MAC 值整体较低,均小于 0.2。比较图 10~12 可以看出,以 3 号点为参考点的模态结果最优,其次是以 1 号点为参考点的模态结果,最差的是以 11 号点为参考点的模态结果。再结合这 3 个参考点的位置特点可知,进行工作模态分析时,参考点应选取各阶振型中振幅都较大的点,避开振型节线或振幅较小的点。

## 4 结论

本文基于工作模态分析理论,建立了叶片工作模态测试系统。通过高频振动台激振叶片,模拟叶片在工作环境中受到的宽频激励,同时用激光测振仪测量叶片上测量点的振动响应;然后采用 OMA 方法分析得到叶片的模态参数(包括固有频率、振型和阻尼比);最后讨论了不同参考点对工作模态结果的影响,给出了参考点选取的合理建议。以下是主要结论:

(1) 高频振动台激振叶片的工作模态测试系统,可用于分析叶片的模态参数(包括固有频率、振型和阻尼比),且试验结果经 MAC 理论验证了合理性。

(2) 工作模态分析通过拟合响应点之间的互功率谱得到模态参数,结果可靠性高,适用于未知激励情况下的模态参数识别。

(3) 工作模态分析结果显示该叶片的前 6 阶固有频率处于 657.7Hz~7222.5Hz 之间,阻尼比处于 0.13%~0.50% 之间,对应的振型有弯曲振型、扭转振型以及弯扭耦合振型。

(4) 工作模态分析时参考点应选取各阶振型中振幅都较大的点,避开振型节线或振幅较小的点。

### 参考文献:

- [1] Troshchenko V T, Prokopenko A V. Fatigue strength of gas turbine compressor blades[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2000, 7(2):209-220.
- [2] Walls D P, Delaneuville R E, Cunningham S E. Damage tolerance based life prediction in gas turbine engine blades under vibratory high cycle fatigue[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1997, 119:143-146.
- [3] Naeem M, Singh R, Probert D. Implication of engine deterioration for a high-pressure turbine blades low cycle fatigue (LCF) life-consumption[J]. *International Journal of Fatigue*, 1999, 21(3):831-847.
- [4] 陈光. 航空发动机结构设计分析[M]. 北京航空航天大学出版社, 2006 (CHEN Guang. Analysis of aeroengine structure design[M]. Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2006 (in Chinese))
- [5] 刘迪辉, 范迪, 欧阳雁峰, 等. 温度对橡胶隔振器力学性能的影响[J]. *噪声与振动控制*, 2014, 34(3):203-210 (LIU Dihui, FAN Di, OUYANG Yanfeng, et al. Temperature effect on mechanical properties of rubber isolators [J]. *Noise and Vibration Control*, 2014, 34(3):203-210 (in Chinese))
- [6] 林茂武, 李凯华, 于百芳. 轴流压缩机动叶片模态分析方法研究[J]. *农业装备与车辆工程*, 2013, 51(8):56-62 (LIN Maowu, LI Kaihua, YU Baifang. Research on modal analysis method for rotor blades of axial flow compressors[J]. *Agricultural Equipment & Vehicle Engineering*, 2013, 51(8):56-62 (in Chinese))
- [7] James G H, Carne T G, Lauffer J P. The natural excitation technique (NExT) for modal parameter extraction from operating structures[J]. *International Journal of Analytical and Experimental Modal Analysis*, 1995, 10(4):260-277.
- [8] Brincker R. On the application of correlation function matrices in OMA[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 87:17-22.
- [9] Peeters B, Guillaume P, Auweraer H V, et al. Automotive and aerospace applications of the PolyMAX modal parameter estimation method[C]. *Proceedings of the Proceedings of IMAC*, 2004:26-29.
- [10] Peeters B, Auweraer H V, Guillaume P, et al. The Polymax frequency domain method: a new standard for modal parameter estimation[J]. *Shock and Vibration*, 2004, 11(3/4):395-409.
- [11] 任伟新, 胡卫华, 林友勤. 斜拉索模态试验参数研究[J]. *实验力学*, 2005, 20(1):102-108 (REN Weixin, HU Weihua, LIN Youqin. A study on experimental modal analysis of stay cables[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2005, 20(1):102-108 (in Chinese))
- [12] 韩建平, 王飞行, 李慧. 基于振动台试验的模态参数识别算法比较研究[J]. *华中科技大学学报(城市科学版)*,

- 2008, 25(3):57–60 (HAN Jianping, WANG Feixing, LI Hui. Comparison of modal parameter identification algorithms based on shaking table model test data[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Urban Science Edition), 2008, 25(3):57–60 (in Chinese))
- [13] 杭超, 燕群, 黄文超. 基于扫描式激光多普勒测振仪的叶片工作变形研究[J]. 装备环境工程, 2018, 15(9):71–75 (HANG Chao, YAN Qun, HUANG Wenchao. Operational deflection shape of a blade based on scanning laser doppler velocimeter[J]. Equipment Environment Engineering, 2018, 15(9):71–75 (in Chinese))

## Analysis of blade working mode based on basic excitation of vibrating table

HANG Chao, YAN Qun

(Aeroengine Strength Laboratory, Aircraft Strength Research Institute, Xi'an 710065, China)

**Abstract:** Modal analysis of engine blade can provide data support for high cycle fatigue design and effectively avoid resonance of blade in practice. Based on working modal analysis theory, an experimental system of blade working modal analysis is established and presented in this paper. Adopting vibrating table, the basic excitation was applied to blades. At the same time, the vibration response of blade surface was also measured and the cross-power spectrum between measurement points and reference points was calculated. Then the modal parameters (including inherent frequency, vibration mode and damping ratio) of blade were obtained by using least square complex frequency domain fitting method. Finally, the influence of different reference points on working modal is discussed, and some reasonable advice of reference point selection is provided.

**Keywords:** vibration table; base excitation; operational modal analysis; natural frequency; vibration mode