

文章编号: 1001-4888(2020)04-0599-08

三维复合型疲劳裂纹扩展试验研究与数值分析^{*}

宋彦琦, 刘济琛, 刘小珍, 李小龙, 李向上

(中国矿业大学(北京)力学与建筑工程学院, 北京 100083)

摘要: 本文在 MTS810 试验机上进行了不同加载角度的有机玻璃三维 I-II 复合型疲劳裂纹扩展试验, 通过显微镜记录试样的裂纹扩展过程, 同时采用扩展有限元计算出有机玻璃三维 I-II 复合型裂纹尖端应力强度因子。结果表明, 不同加载角度下的裂纹扩展方向基本与外载荷方向垂直, 裂纹扩展路径近似为一条直线, 且裂纹扩展角度值随加载角度的增大而增加, 试验结果符合最大周向应力准则; 在厚度方向上, I 型应力强度因子呈拱形分布, 试样厚度中心 I 型应力强度因子最大, 由中心向两端逐渐降低, 自由表面处最小, 同时发现试验过程中裂纹也是从中心开始起裂的, 两者相符。II 型应力强度因子数值分布与 I 型类似, 趋近于自由表面时会发生微小突变, 但其值总小于 I 型应力强度因子, 整个扩展过程中, I 型应力强度因子占主导。

关键词: 有机玻璃; 三维复合型; 裂纹扩展角; 扩展有限元; 应力强度因子

中图分类号: Q320.77 **文献标识码:** A **DOI:** 10.7520/1001-4888-18-269

0 引言

PMMA^[1] (Polymethyl methacrylate) 俗称有机玻璃, 是一种高分子化合物, 由于其透光性好、强度高、密度小和加工简便等特点, 被广泛地应用于航空(飞机舷窗和座舱盖)、汽车(风挡)、建筑(天窗)等领域^[2]。而这些构件承受的往往是复合型疲劳^[3], 在多次循环载荷作用下, 裂纹会缓慢扩展, 最终导致试件发生疲劳断裂, 甚至整个结构失效^[4-6]。

针对有机玻璃疲劳断裂问题, 国内外学者给出了不同程度的研究。Heyder 等^[7]利用数值模拟和四点弯试验研究了有机玻璃纯 I 型加载下角奇点对三维疲劳裂纹扩展的影响。李一凡等^[8]等通过试验与数值分析对三点弯曲型试件 I/II 复合型断裂进行研究, 分析了跨长对裂纹倾角的影响, 得到了不同加载条件下砂岩的断裂韧度。Aoki 等^[9]通过试验研究 I-II 复合型疲劳裂纹在厚度方向上的起裂机理和裂纹形貌, 得到载荷复合比对紧凑拉伸-剪切试样表面裂纹形貌的影响。董惠茹等^[10]进行了铝合金四种不同厚度下 I+II 复合型加载的断裂试验, 分析了复合型加载和厚度对裂纹起裂角的影响, 用三维断裂理论分析了复合型断裂准则的厚度适用范围。Feng 等^[11]等针对圆形紧凑拉伸-剪切试样研究了加载路径对复合型裂纹扩展行为的影响, 并且给出了特征断面上的裂纹形貌。李明田等^[12]通过在类岩石材料试件中预制表面裂纹, 研究了类岩石材料中表面裂纹的扩展模式, 探讨了影响表面裂纹扩展的因素。Seifi 等^[13]采用 CT 试件对 I-III 复合型加载的疲劳裂纹扩展进行研究, 得到了裂纹初始角度和预裂长度对裂纹扩展的影响。以上工作大多采用 Richard^[14]等设计的紧凑拉伸剪切试样及其夹具来研究单一型和复合型疲劳裂纹扩展行为, 为了进一步研究更加复杂条件下的裂纹扩展行为, 朱莉^[15]在 Richard 研究基础上对 AFM 试样进行改进, 得到新的 AFM 试样及加载装置, 完成了不同复合型加载条件下的

^{*} 收稿日期: 2018-12-14; 修回日期: 2019-01-23

基金项目: 国家重点研发计划课题资助(2018YFC0808402); 国家自然科学基金重点项目(41430640)

通讯作者: 宋彦琦(1969-), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事固体力学理论及工程应用等方面的研究。

三维断裂试验,但对不同加载角度下 I-II 复合型疲劳裂纹扩展角及裂纹尖端应力强度因子的变化情况考虑较少。为了更加深入地探究有机玻璃三维 I-II 复合型疲劳裂纹扩展行为,本文在 Richard 和朱莉的研究基础上对试样和试验装置进行改进,研究了不同加载角度下的 PMMA(YB-MD-10)裂纹扩展行为,通过扩展有限元计算了 I-II 复合型加载情况下裂纹尖端的应力强度因子,探究了 I-II 复合型载荷作用下裂纹的三维厚度效应。

1 疲劳裂纹试验

1.1 试件制备及加载装置

本文在 Richard^[14]和朱莉^[15]的研究基础上对试样和试验装置进行改进,具体试样尺寸如图 1 所示。试件全长 142mm,主要研究长方体部分,其尺寸为:27mm×24.3mm×20mm。在 x 方向上采用机械加工(如图 1(b)所示),预制一条长 12mm 的单边贯通裂缝,剩下的 1.5mm 将在材料试验机上预裂完成。为了缓解试样的应力集中,圆柱体和长方体之间采用半径为 5mm 的圆角过渡。

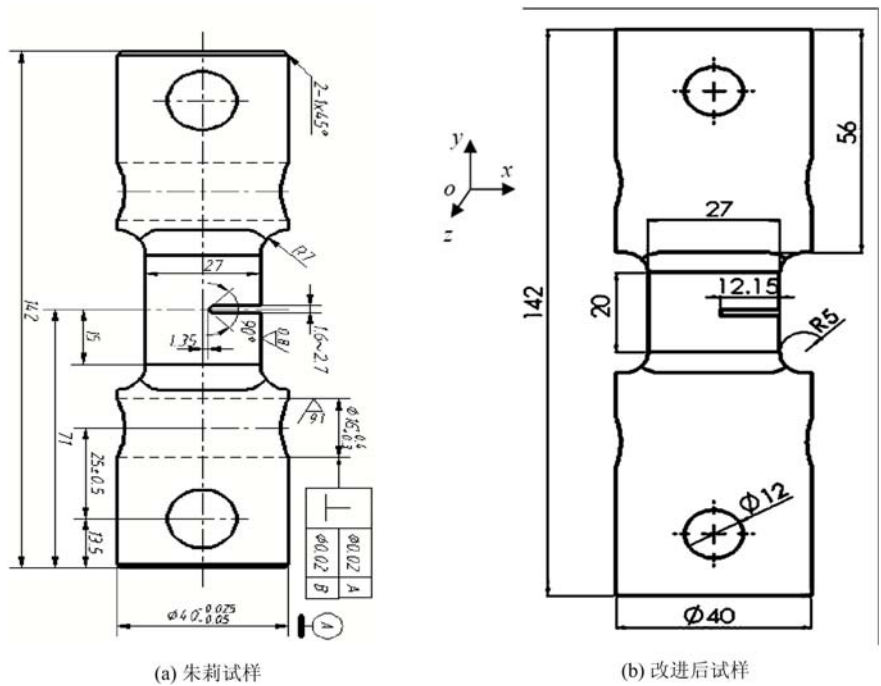


图 1 AFM 试样

Fig.1 Sample of AFM

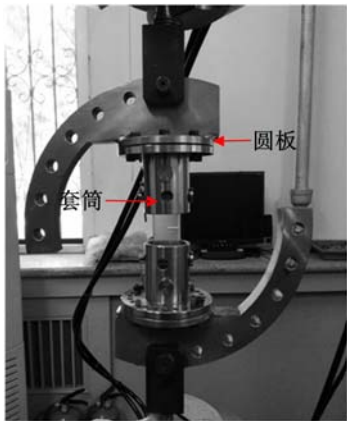


图 2 加载装置示意图

Fig.2 Loading device diagram

为了更好地观测裂纹的起裂过程,采用透明的 PMMA(YB-MD-10)作为试样材料,其力学性能如表 1 所示。夹具选用 45# 钢作为加载装置的加工材料,加工成型的夹具如图 2 所示,通过圆板与套筒对孔的相对转动,可以实现设计角度的任意加载。

表 1 PMMA 材料参数表

Tab.1 PMMA material parameters

力学参数	试验数值
弹性模量 E/GPa	3.2
泊松比 ν	0.29
屈服强度 σ_s/MPa	46.8

1.2 试验方法

试验采用 I 型加载方式进行预裂。初始用较大的载荷使裂

纹萌生,当通过显微镜观测到试件萌生裂纹后,开始降低载荷,直至显微镜观测出裂纹扩展到 1.3mm 时停止预裂。试验过程中平均载荷为 0.66kN,载荷幅值为0.45kN,应力比 $R=0.1$ 。裂纹预制完成后,拆下试验夹具,按照 I-II 复合型加载方式重新进行装配,平均载荷为 0.65kN,载荷幅值为 0.35kN,应力比为 $R=0.3$,加载频率为 6Hz。通过显微镜实时观测裂纹扩展过程。

1.3 试验结果分析

试验过程中,通过显微镜实时记录裂纹在试样两侧表面的扩展过程,测量得到裂纹开裂角,试验结果如图 3 所示。

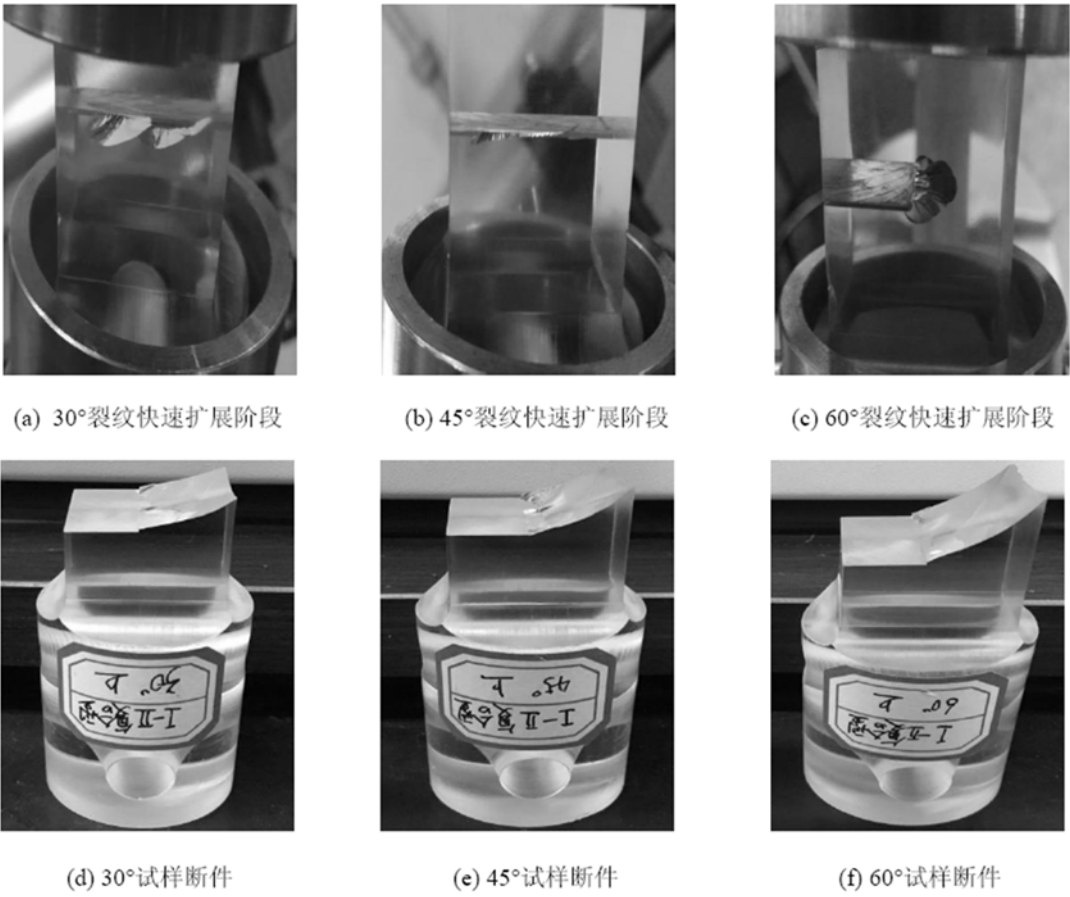


图 3 不同加载角度下裂纹扩展

Fig. 3 Crack propagation under different loading modes

通过测量,得到三种加载角度下裂纹扩展角数值如表 2 所示。

表 2 不同加载模式下的裂纹扩展角试验值

Tab. 2 Experimental values of crack initiation angle under different loading modes

加载角 α	30°	45°	60°
试验值 1	25.1°	32.7°	43.5°
试验值 2	22.5°	30.8°	41.8°
试验值 3	23.2°	34.2°	42.6°
试验平均值	23.6°	32.6°	42.63°

由表 2 可知:30°加载作用下裂纹扩展角稳定在 23.6°,45°加载作用下裂纹扩展角为 32.6°,60°加载作用下裂纹扩展角平均值为 42.63°,随着加载角度的增加,裂纹扩展角也逐渐增加。由图 3 可以观察到(裂纹面有些内凹),裂纹沿着一个拐折的平面扩展,不同加载角度下的裂纹扩展方向沿着与外载荷垂直的方向,初始扩展路径可以近似看作为一条直线。

2 应力强度因子理论计算

对于 I-II 复合型加载,在考虑平面应变的情况下,裂纹前缘附近一点的应力分量(多种载荷作用)表达式^[16]为

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right)\end{aligned}\quad (1)$$

在 $\theta=0$ 处,公式(1)可以简化为

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \\ \sigma_y &= \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \\ \tau_{xy} &= \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}}\end{aligned}\quad (2)$$

由此可得

$$\begin{aligned}K_I &= \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_x \sqrt{2\pi r} = \lim_{r \rightarrow 0} \sigma_y \sqrt{2\pi r} \\ K_{II} &= \lim_{r \rightarrow 0} \tau_{xy} \sqrt{2\pi r}\end{aligned}\quad (3)$$

本文采用 J 积分求解应力强度因子,为后续利用有限元分析裂纹扩展提供理论依据。 J 积分是由 Rice^[17] 于 1968 年基于能量守恒的概念提出的,并证明 J 积分具有守恒性,即裂纹的积分值与在裂纹体上选择的路径无关。

考虑二维问题, J 积分回路是由裂纹下表面任一点开始逆时针方向环绕裂纹尖端进行,终止于裂纹上表面任一点,数学表达式如下

$$J = \int_{\Gamma} \left[W dy - \mathbf{T}_i \frac{\partial u_i}{\partial x} ds \right] \quad (4)$$

式中, u_i 为位移矢量的分量; ds 为积分路径 Γ 上的微小增量; $W = \int \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}$ 为应变能密度; T 是作用在积分回路单位周界长度上的力,即 $\mathbf{T}_i = \sigma_{ij} n_j$ 为张力矢量。

对于各向同性均匀线弹性材料而言, J 积分与能量释放率 G 、应力强度因子 K 是等价的,并与应力强度因子有确定的关系,即

$$\begin{aligned}J_I &= G_I = \frac{K_I^2}{E'} \\ J_{II} &= G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E'}\end{aligned}\quad (5)$$

在式(5)中,

$$E' = \begin{cases} E & \text{平面应力状态} \\ \frac{E}{1-\nu^2} & \text{平面应变状态} \end{cases}$$

式中, E 为弹性模量。

3 数值模拟

3.1 数值模型的建立

本文重点选取中间长方体部分为简化模型,建立尺寸为 $27\text{mm} \times 24.3\text{mm} \times 18\text{mm}$ 且含 12mm 长的

单边贯通裂纹模型进行数值分析。假定试样为均匀的各向同性材料,进行线弹性有限元分析,材料的弹性模量为 $E=3.2\text{GPa}$,泊松比 $\nu=0.3$ 。在模型左侧侧面施加全约束,上下表面施加表面载荷,在裂纹尖端设置裂纹扩展方向垂直于拉应力,建模及分析结果如图4所示(以 45° 为例)。

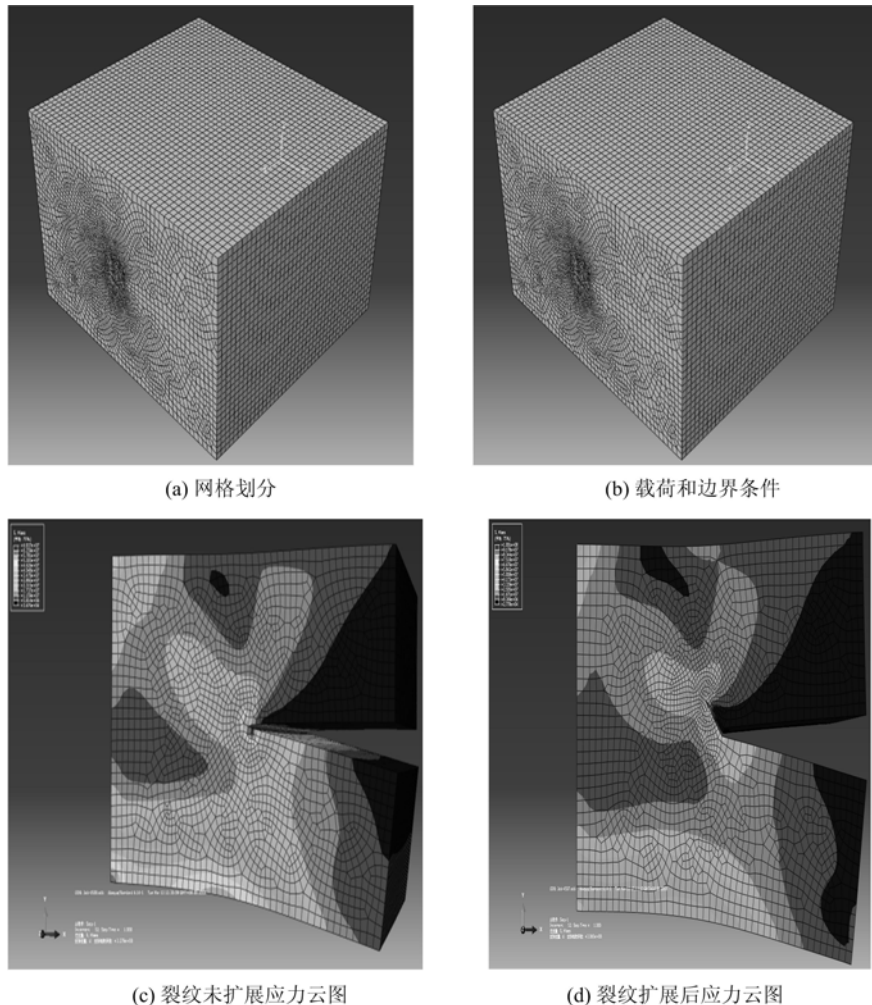


图4 模拟分析图

Fig. 4 The diagram of Simulation analysis diagram

3.2 厚度方向上应力强度因子分析

根据 ABAQUS 有限元模拟软件计算求得 I-II 复合型疲劳裂纹沿厚度方向上的应力强度因子,结果如图5所示。

把裂纹线的长度取作单位1,裂纹线中心取作横坐标的原点,则不同单元的比值数值为横坐标值,纵坐标为各单元的应力强度因子,如图5所示(图中4500K1表示 30° 加载时裂纹未扩展时裂纹尖端的 K_I 值;4507K2表示 30° 加载时裂纹扩展到第七步时裂纹尖端的 K_{II} 值)。在 I-II 复合型加载下,在厚度方向上 I 型应力强度因子呈拱形分布,试件厚度中心 I 型应力强度因子最大,由中心向两端逐渐减小至自由表面最小,II 型应力强度因子数值分布和 I 型类似,但在自由面表面会发生微小突变,其数值总小于 I 型应力强度因子,整个加载过程中 I 型应力强度因子占主导,与试验过程中从中心开始起裂一致。数值模拟结果显示,三维试样受到 I-II 复合型加载时,裂纹尖端还会存在 III 型受载,但对 I-II 复合型加载影响很小,只是裂纹面发生了微小扭转,可以忽略不计。在一定范围内,随着角度的增大,II 型应力强度因子不断增大,伴随产生的 III 型应力强度因子成分在增加,这就会引起裂纹扩展时产生更多的能量耗散,材料的疲劳寿命随之增加。

3.3 裂纹扩展角计算

由最大周向应力准则^[18]可知,裂纹的起裂角可由下式求解:

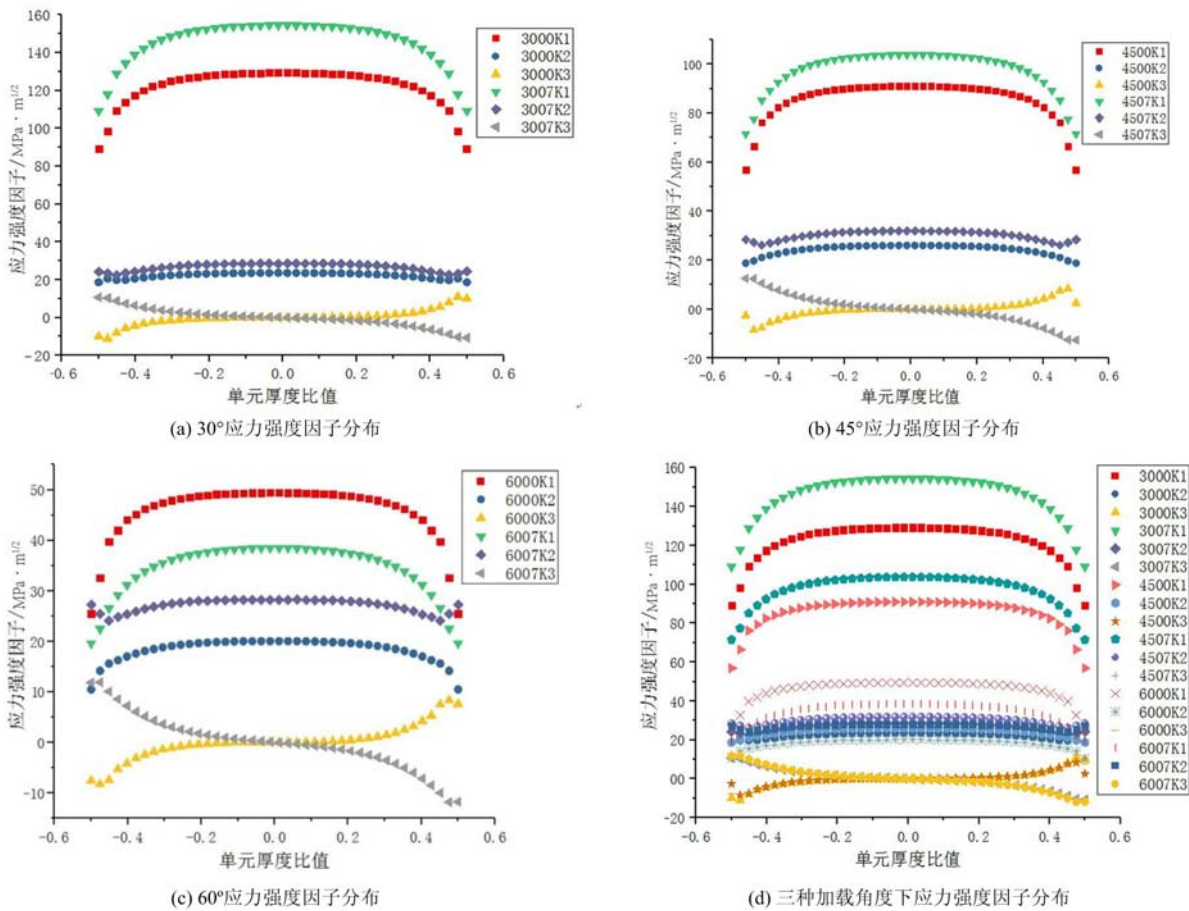


图 5 三种加载角度裂纹线应力强度因子分布对比图

Fig. 5 Comparison of the distribution of stress intensity factors in the three loading angle crack line

$$\theta = 2\arctan \frac{1 - \sqrt{1 + 8\lambda^2}}{4\lambda} \quad (6)$$

式中, $\lambda = K_I / K_{II}$, K_I 和 K_{II} 是裂纹尖端的应力强度因子。用有限元软件 ABAQUS 计算出裂纹应力强度因子, 结合理论公式, 计算出不同加载角度下裂纹扩展角。裂纹开裂角的试验值和测量值如表 3 所示。

表 3 不同加载模式下的裂纹扩展角计算值和测量值对比

Tab. 3 Comparison of theoretical and experimental values of crack initiation angle under different loading modes

加载角	30°	45°	60°
计算值	28.42°	39.83°	52.28°
试验值 1	25.1°	32.7°	43.5°
试验值 2	22.5°	30.8°	41.8°
试验值 3	23.2°	34.2°	42.6°
试验平均值/计算值	83.04%	81.18%	83.13%

计算结果表明: 裂纹扩展角随加载角度的增大而增加, 与试验测得规律基本一致, 符合最大周向拉应力准则, 但数值总大于试验结果, 这是因为在试验过程中, 由于夹具的加工误差、装配的误差、测量误差以及Ⅲ型裂纹耦合使得能量有所耗散所致。

4 结论

本文采用改进后的 AFM 试样及夹具对有机玻璃三维 I - II 型疲劳裂纹扩展行为进行研究, 并结合

数值模拟分析,得到以下结论:

(1) 随着加载角度的增加,裂纹扩展角也在不断增大;不同加载角度的裂纹基本沿着与外载荷垂直的方向扩展,裂纹初始扩展路径近似为一条直线;且由于裂纹从中心开始起裂,导致裂纹面有些内凹。

(2) 在厚度方向上,Ⅰ型应力强度因子呈拱形分布,裂纹尖端中间单元最大,自由表面上的尖端应力强度因子最小,这是由于中间单元受力比较集中,而边界单元处于未约束状态,与试验过程中观察到裂纹从中间开始起裂的现象一致。

(3) Ⅱ型应力强度因子沿厚度方向的分布与Ⅰ型类似,但在自由面表面上发生微小突变。同时在数值计算中还发现Ⅰ-Ⅱ复合型加载情况中耦合有Ⅲ型应力强度因子,其值关于裂纹线中点呈中心对称分布。

参考文献:

- [1] 高镇同. 有机玻璃疲劳和断口图谱[M]. 北京:科学出版社,1987 (GAO Zhentong. Plexiglass fatigue and fracture profile[M]. Beijing: Science Press, 1987 (in Chinese))
- [2] 朱婷. 基于ABAQUS软件的PMMA材料裂纹及其扩展研究[D]. 湖南大学,2016 (ZHU Ting. Research on crack and progradation of PMMA material based on ABAQUS[D]. Hunan University, 2016 (in Chinese))
- [3] Li Q F, Zhu L, Jin G, et al. 3D-modeling and numerical analysis of fracture behavior in AFM-specimen on mixed-mode I-II loading condition[J]. Advanced Materials Research, 2012, 450-451:1391-1394.
- [4] 刘伟. 二维裂纹扩展数值模拟及疲劳寿命预测[D]. 山东大学,2014 (LIU Wei. Numerical simulation of 2D crack progradation and fatigue life prediction[D]. Shandong University, 2014 (in Chinese))
- [5] 张凤武. 高强钢疲劳裂纹扩展研究[D]. 武汉理工大学,2011 (ZHANG Fengwu. The study on fatigue growth of high strength steel[D]. Wuhan University of Technology, 2011 (in Chinese))
- [6] 张肖男. NAFM试样三维断裂分析与实验研究[D]. 哈尔滨工程大学,2013 (ZHANG Xiao nan. Computational fracture analysis and xperiment research of the new all fracture modes-specimen [D]. Harbin Engineering University, 2013 (in Chinese))
- [7] Heyder M, Kolk K, Kuhn G. Numerical and experimental investigations of the influence of corner singularities on 3D fatigue crack propagation[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2005, 72(13):2095-2105.
- [8] 李一凡,董世明,黎坤运,等. 三点弯曲型试件Ⅰ/Ⅱ复合型断裂的数值与实验研究[J]. 实验力学,2018, 33(4):557-566 (LI Yifan, DONG Shiming, LI Kunyun, et al. Numerical simulation and experimental study of three-point bending specimen's I / II mixed mode fracture[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2018, 33(4): 557-566 (in Chinese))
- [9] Aoki S, Kishimoto K, Yoshida T, et al. Elastic-plastic fracture behavior of an aluminum alloy under mixed mode loading[J]. International Journal of Fatigue, 2006, 28(5-6):583-591.
- [10] 董蕙茹,郭万林. 复合型裂纹起裂角厚度效应的实验研究[J]. 工程力学,2004, 21(4):123-127 (DONG Huiru, GUO Wanlin. An experimental study of the thickness effect on the initial angle of mixed mode crack [J]. Engineering Mechanics, 2004, 21(4):123-127 (in Chinese))
- [11] Feng M L, Ding F, Jiang Y. A study of loading path influence on fatigue crack growth under combined loading [J]. International Journal of Fatigue, 2006, 28(1):19-27.
- [12] 李明田,李术才,杨磊,等. 类岩石材料中表面裂纹扩展模式的实验研究[J]. 实验力学,2009, 24(1):21-26 (LI Mingtian, LI Shucai, YANG Lei, et al. Experimental study of the surface crack propagation mode in rock-like materials[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2009, 24(1):21-26 (in Chinese))
- [13] Seifi R, Omidvar N. Fatigue crack growth under mixed mode I+Ⅲ loading[J]. Marine Structures, 2013, 34:1-15.
- [14] Richard H A, Kuna M. Theoretical and experimental study of superimposed. fracture modes I, II and Ⅲ [J]. Engineering Fracture Mechanics, 1990, 35(6):949-960.
- [15] 朱莉. 三维复合型脆性断裂行为的数值计算与实验研究[D]. 哈尔滨工程大学,2012 (ZHU Li. Numerical calculation and experimental investigation on 3D mixed mode brittle fracture behavior[D]. Harbin Institute of Technology, 2012 (in Chinese))

- [16] 酃正能, 关志东. 应用断裂力学[M]. 北京航空航天大学出版社, 2012 (LI Zhengneng, GUAN Zhidong. Application of fracture mechanics[M]. Beihang University Press, 2012 (in Chinese))
- [17] Rice J R. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks [J]. Journal of Applied Mechanics, 1968, 35:379—386.
- [18] Erdogan F, Sih G C. On the crack extension in plates under planeloading and transverse shear [J]. ASME Journal of Basic Engineering, 1963, 85:519—527.

Experimental study and numerical analysis of three-dimensional mixed fatigue crack propagation

SONG Yan-qi, LIU Ji-chen, LIU Xiao-zhen, LI Xiao-long, LI Xiang-shang

(School of Mechanics & Civil Engineering, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China)

Abstract: Three-dimensional I-Ⅱ-type complex fatigue crack propagation tests of PMMA under different loading angles are conducted on the MTS810 test machine. Crack propagation process of sample is recorded by microscope. Using the extended finite element method, the stress intensity factor at the crack tips is obtained. The results show that under different loading angles, the crack propagation direction is perpendicular to the external load direction, and the initial extension path is approximately close to a straight line. The crack initiation angle increases with the increase of loading angle, consistent with the maximum circumferential tensile stress criterion. Along the thickness direction, I-type stress intensity factor is symmetrically distributed along the center line, and the largest stress intensity factor is located in the center of sample thickness, decreasing from center to both sides and reducing to the minimum value at free surface. It is found that the crack also starts from the center during the test. The numerical distribution of Ⅱ-type stress intensity factor is similar to that of I-type, and tiny protrusions occur when approaching to the free surface, but the values of Ⅱ-type stress intensity factor are always less than those of I-type stress intensity factor, and the I-type stress intensity factor is dominant during the entire process of extension.

Keywords: PMMA; three-dimensional mixed model; crack propagation angle; extended finite element; stress intensity factor