

文章编号: 1001-4888(2023)05-0606-11

# 基于无迹卡尔曼滤波的高层建筑风荷载反演\*

张晖, 鄧伦海

(合肥工业大学 土木与水利工程学院, 安徽合肥 230009)

**摘要:** 基于无迹卡尔曼滤波提出了一种高层建筑风荷载的反演算法, 该方法利用有限测量楼层的风致响应数据, 实时识别结构的未知风荷载和风致响应。通过典型高层建筑的风洞试验进行风荷载反演实例分析, 验证了该方法的准确性和适用性, 评估了模态参数误差、测量噪声水平对风荷载反演的影响。研究表明, 文中提出的算法对模态参数误差不敏感, 在一定噪声水平下反演的结果基本能够满足实际工程需要, 该算法为实时评估高层建筑的风荷载和风致响应提供了有效的工具。

**关键词:** 高层建筑; 风荷载; 风致响应; 风洞试验; 无迹卡尔曼滤波; 反演分析

**中图分类号:** TU973.2 **文献标识码:** A **DOI:** 10.7520/1001-4888-22-305

## 0 引言

风荷载是高层建筑的主要控制性荷载之一, 准确评估结构风荷载对高层建筑的抗风设计具有重要意义。目前风洞试验是估计建筑结构风荷载的主要手段, 然而由于风洞中难以真实复现自然环境中的风场, 再加上缩尺效应、雷诺数效应的影响, 风洞试验技术尚需进一步改进和完善。现场实测被认为是评估建筑结构风效应最为可靠的方法, 然而受限于当前测试仪器的性能和发展水平, 对原型建筑风荷载还难以实现现场测量。鉴于当前结构风致响应的测量技术较为先进, 荷载的测量精度远不及加速度和位移响应的测量精度, 因此, 利用现场实测的动力响应来反演建筑物的动态风荷载已经成为一种新趋势。

关于荷载反演问题, 国内外学者已经开展了一系列的研究。其中卡尔曼滤波因为其理论相对简单且具有较好的鲁棒性, 已被广泛用于荷载反演。如文献[1]应用卡尔曼滤波和最小二乘算法识别了作用在悬臂板上的动荷载。文献[2]基于卡尔曼滤波提出了一种结构输入和状态的耦合估计方法。一般来说, 荷载反演需要对结构全部测点的动态响应进行观测, 然而受限于高层建筑复杂的结构体系, 在实测时很难实现全部测点动态响应的测量。针对上述情况, 文献[3-4]基于卡尔曼滤波方程提出了一种利用结构有限测点动力响应反演模态风荷载的方法, 文献[5-6]对于该方法进行了改进和完善, 并利用有限楼层的结构动力响应反演出任意楼层的实际风荷载, 将算法从反演模态荷载拓展至反演实际风荷载。以上研究结果表明, 基于结构动力响应的动荷载反分析方法是一种获取结构动态风荷载的有效手段, 它对全面了解风与高层结构的相互作用机理及风振响应规律具有重要的意义。但目前为止, 对建筑结构风荷载的反演研究仍然非常匮乏, 很有必要加强这方面的研究工作。

本文基于离散型卡尔曼滤波理论<sup>[7-8]</sup>, 将无迹卡尔曼滤波引入高层建筑风荷载反演中, 该方法基于结构有限楼层的风致响应, 实现了对全部楼层的风荷载及风致响应的实时同步反演; 通过典型高层建筑的

\* 收稿日期: 2022-11-30; 修回日期: 2023-03-27

基金项目: 国家自然科学基金项目(51978230, 52278495); 安徽省自然科学基金杰出青年基金资助项目(2108085J29)

通信作者: 鄧伦海(1979-), 男, 博士, 教授, 博士生导师。主要研究方向: 结构风工程。Email: zhilunhai1979@163.com

风洞试验数据验证了算法的可行性和适用性。

## 1 风荷载反演算法

### 1.1 风致响应估计

对高层建筑进行风致响应分析时,可将其视为一个竖向的悬臂梁。以楼层为单位,将其质量集中为质点,使得整体结构简化为弯剪层模型,每层结构所受风荷载集中为一个合力并施加在质点上。根据动力微分方程,风荷载的计算公式如下:

$$\mathbf{F} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}} + \mathbf{K}\mathbf{y} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{F}$  为风荷载时程向量;  $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵;  $\ddot{\mathbf{y}}$ 、 $\dot{\mathbf{y}}$ 、 $\mathbf{y}$  分别为加速度、速度和位移向量。

在结构的质量矩阵  $\mathbf{M}$ 、刚度矩阵  $\mathbf{K}$  已知,各楼层的加速度响应也已经测得的情况下,可通过式(2)将结构的加速度响应转换到模态空间中:

$$\ddot{\mathbf{y}}_{n \times 1} = \Phi_{n \times n} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_{n \times 1} \quad (2)$$

式中:  $\Phi_{n \times n}$  为  $n$  阶振型矩阵;  $\ddot{\mathbf{U}}_{n \times 1}$  为模态加速度响应。

在进行现场实测时,测量全部楼层的风致响应数据以及识别结构的全部振型是难以实现的,故将能够测得加速度响应的结构楼层设为  $p$  层,同时将所识别到的结构前若干阶振型假设为  $q$  阶,将实测的加速度响应进行如下处理<sup>[9]</sup>:

$$\ddot{\mathbf{y}}_{p \times 1} = \Phi_{p \times q} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_{q \times 1} \quad (1 \leq p \leq n, 1 \leq q \leq n) \quad (3)$$

为确定主要控制模态阶数  $q$ ,本文采用本征正交分解方法计算前  $q$  阶模态对结构总能量的贡献率<sup>[10-11]</sup>。本征正交分解法通过结构加速度响应数据获取其协方差矩阵的特征值,进而计算出前  $q$  阶振动模态的能量贡献率  $e$ ,公式如下:

$$e = \frac{\sum_{i=1}^q \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (1 \leq q \leq n) \quad (4)$$

式中,  $\lambda_i$  是协方差矩阵的第  $i$  个特征值。本文选取  $e \geq 99\%$  时的模态阶数  $q$  作为结构振动的控制模态阶数。

由振型矩阵的广义逆  $\Phi_{p \times q}^+$  可将实测的模态加速度响应近似表示为

$$\begin{cases} \ddot{\mathbf{U}}_{q \times 1} = \Phi_{p \times q}^+ \cdot \ddot{\mathbf{y}}_{p \times 1} & (\text{if } p \neq q) \\ \ddot{\mathbf{U}}_{q \times 1} = \Phi_{p \times q}^- \cdot \ddot{\mathbf{y}}_{p \times 1} & (\text{if } p = q) \end{cases} \quad (5)$$

由于不同频率对应的振型向量之间相互正交,将振型矩阵  $\Phi_{n \times n}$  按质量规格化后,振型矩阵满足以下条件:

$$M_i = \Phi_i^T \mathbf{M} \Phi_i = 1 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6-1)$$

$$K_i = \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i = \omega_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (6-2)$$

式中:  $M_i$ 、 $K_i$ 、 $\omega_i$ 、 $\Phi_i$  依次表示模态质量、模态刚度、自振频率和质量规格化的振型向量,下标  $i$  是对应的模态阶数。式(1)可解耦为

$$\Phi_i^T \mathbf{F} = f_i = \ddot{U}_i + C_i \dot{U}_i + \omega_i^2 U_i \quad (7)$$

式中:  $f_i$ 、 $C_i$ 、 $\ddot{U}_i$ 、 $\dot{U}_i$ 、 $U_i$  分别为模态荷载、模态阻尼、模态加速度、模态速度和模态位移;下标  $i$  为模态阶数。

选择状态向量为  $\mathbf{X}_i(t) = [U_i \quad \dot{U}_i]^T$ , 状态向量关于时间的导数为

$$\dot{\mathbf{X}}_i(t) = [\dot{U}(t) \quad \ddot{U}(t)]^T = \begin{bmatrix} \dot{U}(t) \\ M_i^{-1} f_i(t) - M_i^{-1} C_i \dot{U}(t) + M_i^{-1} K_i U(t) \end{bmatrix} \quad (8)$$

基于选择的状态向量,可以将结构动力学方程式(7)转换为状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{X}}_i(t+1) = \mathbf{A}_i \mathbf{X}_i(t) + \mathbf{B}_i f_i(t) \\ \mathbf{Z}_i(t) = \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i(t) + D_i f_i(t) + v(t) \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\mathbf{Z}_i(t)$  是测量向量;  $\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K_i & -C_i \end{bmatrix}$ ;  $\mathbf{B}_i = [0 \quad 1]^T$ 。当观测值为加速度时  $\mathbf{H}_i = [-K_i \quad -C_i]$ ;  $D_i = 1$ 。将模态荷载  $f_i(t)$  视为过程噪声; 将  $v(t)$  视为测量噪声。

式(9)是矩阵微分方程, 其解析解为

$$\mathbf{X}_i(t) = \exp[\mathbf{A}_i(t-t_0)] \mathbf{X}_i(t_0) + \int_{t_0}^t \exp[\mathbf{A}_i(t-\tau)] \mathbf{B}_i f_i(\tau) d\tau \quad (10)$$

根据式(10)的结果可以构建离散化方程, 离散化后的状态方程如下:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_i(k+1) = \Phi_i \mathbf{X}_i(k) + \Gamma_i f_i(k) \\ \mathbf{Z}_i(k) = \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i(k) + D_i f_i(k) + v(k) \end{cases} \quad (11)$$

式中: 状态转移矩阵  $\Phi_i$  和  $\Gamma_i$  分别为

$$\Phi_i = \exp(\mathbf{A}_i \Delta t), \quad \Gamma_i = [\Phi_i - \mathbf{I}] \mathbf{A}_i^{-1} \mathbf{B}_i \quad (12)$$

式中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。

将离散化后的过程噪声  $f_i(k)$  和测量噪声  $v(k)$  假设为不相关的高斯白噪声, 并以协方差矩阵的形式表示。  $\mathbf{Q}(k)$  是过程噪声的协方差矩阵,  $\mathbf{R}(k)$  是测量噪声的协方差矩阵。由于观测方程(11)中多出一项未知输入项  $D_i f_i(k)$ , 不满足离散型卡尔曼滤波的表达式, 故需要扩展方程<sup>[12]</sup>。扩展后的滤波方程如下:

$$\begin{cases} \mathbf{X}_i(k+1) = \Phi_i^* \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{J}(k) \mathbf{Z}_i(k) + \mathbf{W}(k) \\ \mathbf{Z}_i(k) = \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i(k) + \mathbf{V}(k) \end{cases} \quad (13)$$

其中新引入的过程噪声  $\mathbf{W}(k)$ 、测量噪声  $\mathbf{V}(k)$ 、状态转移矩阵  $\Phi_i^*$  以及系数矩阵  $\mathbf{J}(k)$  如下所示:

$$\mathbf{W}(k) = \Gamma_i f_i(k) - \mathbf{J}(k) \mathbf{V}(k) \quad (14)$$

$$\mathbf{V}(k) = D_i f_i(k) + v(k) \quad (15)$$

$$\Phi_i^* = \Phi_i - \mathbf{J}(k) \mathbf{H}_i \quad (16)$$

$$\mathbf{J}(k) = \Gamma_i \mathbf{Q}(k) D_i^T [D_i \mathbf{Q}(k) D_i^T + \mathbf{R}(k)]^{-1} \quad (17)$$

滤波方程扩展完成后进入滤波迭代阶段, 在  $(k-1)$  时间步, 基于状态向量通过无迹变换 (unscented transformation, UT) 获取一组 Sigma 点集如下:

$$\mathbf{X}_i^{(r)}(k-1) = \begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_i(k-1) \\ \hat{\mathbf{X}}_i(k-1) + \sqrt{(n+\lambda) \mathbf{P}_i(k-1)} \\ \hat{\mathbf{X}}_i(k-1) - \sqrt{(n+\lambda) \mathbf{P}_i(k-1)} \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $n$  是状态向量  $\mathbf{X}_i$  的维数;  $r$  对应采样点序号, 取值为  $1 \sim 2n+1$ ; 参数  $\lambda = \alpha^2(n+\kappa) - n$  为缩放比例参数;  $\alpha$  和  $\kappa$  为卡尔曼滤波器的标量参数。  $\hat{\mathbf{X}}_i(k-1)$  和  $\mathbf{P}_i(k-1)$  为估计状态向量和协方差。状态向量预测值  $\hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1)$  和协方差  $\mathbf{P}_i(k|k-1)$  可表示为

$$\mathbf{X}_i^{(r)}(k|k-1) = \Phi_i \mathbf{X}_i^{(r)}(k-1) + \mathbf{J}(k-1) [\mathbf{Z}_i(k-1) - \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i^{(r)}(k-1)] \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1) = \sum_{r=0}^{2n} \omega_m^{(r)} \mathbf{X}_i^{(r)}(k|k-1) \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_i(k|k-1) = & \sum_{r=0}^{2n} \omega_c^{(r)} [\mathbf{X}_i^{(r)}(k|k-1) - \hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1)] \cdot [\mathbf{X}_i^{(r)}(k|k-1) - \hat{\mathbf{X}}_i(k|k-1)]^T \\ & + \mathbf{I} \mathbf{Q}(k-1) \mathbf{I}^T - \mathbf{J}(k-1) D_i \mathbf{Q}(k-1) \mathbf{I}^T \end{aligned} \quad (21)$$

式中:  $\omega_c^{(r)}$  和  $\omega_m^{(r)}$  为采样点相应的权值, 下标  $m$  代表均值,  $c$  代表协方差, 上标对应的是采样点。

$$\begin{cases} \omega_m^{(0)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} \\ \omega_c^{(0)} = \frac{\lambda}{n + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta \\ \omega_m^{(r)} = \omega_c^{(r)} = \frac{1}{2(n + \lambda)} \quad (r = 1 \sim 2n) \end{cases} \quad (22)$$

假设状态向量均为高斯分布,  $\beta$  的取值一般为  $2.0^{[13]}$ 。根据式(20)和式(21)所得到的状态向量和协方差的预测值, 新的 Sigma 点集仍然通过无迹变换获得:

$$\mathbf{X}_i^{(r)}(k | k - 1) = \begin{cases} \hat{\mathbf{X}}_i(k | k - 1) \\ \hat{\mathbf{X}}_i(k | k - 1) + \sqrt{(n + \lambda) \mathbf{P}_i(k | k - 1)} \\ \hat{\mathbf{X}}_i(k | k - 1) - \sqrt{(n + \lambda) \mathbf{P}_i(k | k - 1)} \end{cases} \quad (23)$$

预测测量值  $\hat{\mathbf{Z}}_i(k | k - 1)$ , 交叉协方差  $\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}(k | k - 1)$  和估计协方差  $\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}(k | k - 1)$  分别由式(24)至式(26)计算得到:

$$\hat{\mathbf{Z}}_i(k | k - 1) = \sum_{r=0}^{2n} \omega_m^{(r)} \mathbf{H}_i \mathbf{X}_i^{(r)}(k | k - 1) \quad (24)$$

$$\mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}(k | k - 1) = \sum_{r=0}^{2n} \omega_c^{(r)} [\mathbf{X}_i^{(r)}(k | k - 1) - \hat{\mathbf{Z}}_i(k | k - 1)] \cdot [\mathbf{H}_i \mathbf{X}_i^{(r)}(k | k - 1) - \hat{\mathbf{Z}}_i(k | k - 1)]^T \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}(k | k - 1) &= \sum_{r=0}^{2n} \omega_c^{(r)} [\mathbf{H}_i \mathbf{X}_i^{(r)}(k | k - 1) - \hat{\mathbf{Z}}_i(k | k - 1)] \cdot [\mathbf{H}_i \mathbf{X}_i^{(r)}(k | k - 1) - \hat{\mathbf{Z}}_i(k | k - 1)]^T \\ &+ D_i \mathbf{Q}(k - 1) D_i^T + \mathbf{R}(k - 1) \end{aligned} \quad (26)$$

更新后的状态向量  $\hat{\mathbf{X}}_i(k)$  和协方差  $\mathbf{P}_i(k)$  为

$$\hat{\mathbf{X}}_i(k) = \hat{\mathbf{X}}_i(k | k - 1) + \mathbf{G}_i(k) [\mathbf{Z}_i(k) - \hat{\mathbf{Z}}_i(k | k - 1)] \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_i(k) = \mathbf{P}_i(k | k - 1) - \mathbf{G}_i(k) \mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}(k | k - 1) \mathbf{G}_i^T(k) \quad (28)$$

$\mathbf{G}_i(k)$  为卡尔曼滤波增益:

$$\mathbf{G}_i(k) = \mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}(k | k - 1) \mathbf{P}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}^{-1}(k | k - 1) \quad (29)$$

通过状态向量  $\hat{\mathbf{X}}_i(k)$  可提取出前  $q$  阶反演模态位移  $\hat{\mathbf{U}}_{q \times 1}$  和反演模态速度  $\hat{\mathbf{U}}_{q \times 1}$ 。反演模态加速度  $\hat{\mathbf{U}}_{q \times 1}$  可通过式(9)提取。通过模态振型矩阵  $\Phi_{n \times q}$  可反求出结构所有楼层的风致响应反演值:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{y}}_{n \times 1} = \Phi_{n \times q} \hat{\mathbf{U}}_{q \times 1} \\ \dot{\hat{\mathbf{y}}}_{n \times 1} = \Phi_{n \times q} \dot{\hat{\mathbf{U}}}_{q \times 1} \\ \ddot{\hat{\mathbf{y}}}_{n \times 1} = \Phi_{n \times q} \ddot{\hat{\mathbf{U}}}_{q \times 1} \end{cases} \quad (30)$$

### 1.2 风荷载估计

将所得到的预测值  $\hat{\mathbf{X}}_i(k)$  代入式(11)中可得

$$\hat{\mathbf{f}}_i(k) = \mathbf{\Gamma}_i^+ [\hat{\mathbf{X}}_i(k + 1) - \Phi_i \hat{\mathbf{X}}_i(k)] \quad (31)$$

通过式(31)可依次求得前  $q$  阶模态荷载  $\hat{\mathbf{f}}_i(k)$ , 将其组成前  $q$  阶的模态荷载向量

$$\hat{\mathbf{f}}_{q \times 1} = [\hat{\mathbf{f}}_1 \quad \hat{\mathbf{f}}_2 \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{f}}_q] \quad (32)$$

根据式(7), 方程左右同乘  $[(\Phi_{n \times q})^T]^{-1}$  即可求得结构脉动风荷载向量  $\mathbf{F}$ :

$$\mathbf{F} = [(\Phi_{n \times q})^T]^{-1} [\hat{\mathbf{f}}_1 \quad \hat{\mathbf{f}}_2 \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{f}}_q] \quad (33)$$

振型是相应于质量矩阵的标准正交振型, 即

$$(\Phi_{n \times n})^T \mathbf{M} \Phi_{n \times n} = \mathbf{I} \quad (34)$$

式中:  $\mathbf{I}$  为  $n \times n$  维的单位矩阵;  $\Phi_{n \times q}$  为  $\Phi_{n \times n}$  前  $q$  列对应的子矩阵, 可将式(33)改写为

$$\mathbf{F} = \mathbf{M} \Phi_{n \times q} [\hat{\mathbf{f}}_1 \quad \hat{\mathbf{f}}_2 \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{f}}_q] \quad (35)$$

综合 1.1 节和 1.2 节所述,本文提出的反演算法计算流程如图 1 所示。

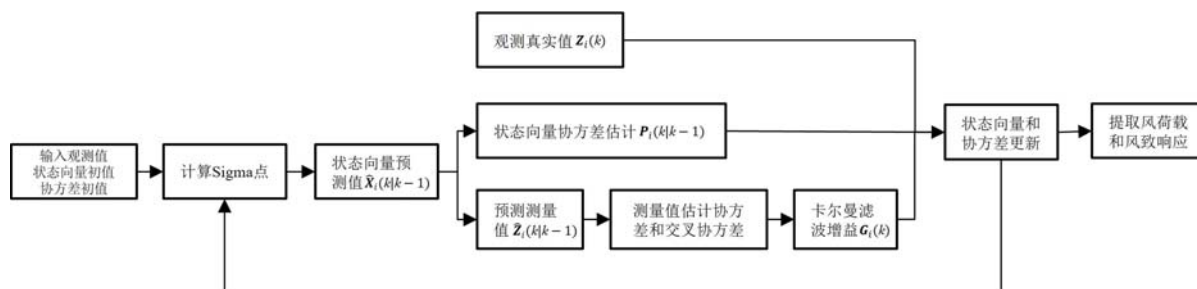


图 1 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of the algorithm

## 2 高层建筑风荷载估计

### 2.1 风洞试验

为进行风荷载反演的实例计算,选取典型高层建筑为研究对象,系统地开展了测压型风洞试验研究。风洞试验模型如图 2 所示,模型横截面为  $10\text{cm} \times 10\text{cm}$  的圆角方形,其角部为 25% 的圆弧角,高度为  $60\text{cm}$ 。模型比例尺为  $1:300$ ,对应实际建筑高度  $180\text{m}$ 。本文研究建筑物所受风荷载,未考虑气弹效应,因此选用刚性模型进行风洞试验<sup>[14]</sup>。



图 2 风洞试验模型

Fig. 2 Model for wind tunnel test

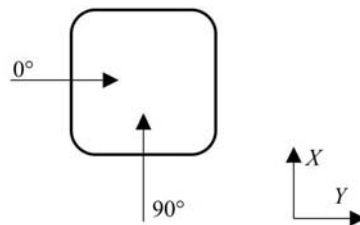


图 3 风向角及坐标轴示意图

Fig. 3 Wind direction and coordinate system

风洞试验在湖南大学风洞实验室的高速试验段进行,该试验段截面为  $3.0\text{m} \times 2.5\text{m}$  (宽  $\times$  高) 的矩形。依据《建筑结构荷载规范》<sup>[15]</sup>,高层建筑一般情况下处于 C 类地貌,故本文试验在模拟 C 类地貌的风场下进行,即风剖面指数  $\alpha$  取 0.22。模型总共布置 9 个测点层,每层均设置 24 个风压测点,通过电子扫描阀系统对总共 216 个测点同步测量,采样频率为  $325\text{Hz}$ ,采样时长为  $30.72\text{s}$ 。风洞试验总共设置了 2 个工况,即测量了  $0^\circ$  和  $45^\circ$  风向角。风向角以及坐标轴示意图如图 3 所示。

### 2.2 风荷载反演分析

采用 2.1 节所进行的风洞试验的测压时程数据,结合《建筑结构荷载规范》,确定结构各层的 100 年重现期<sup>[15]</sup> (基本风压为  $600\text{N/m}^2$ ) 脉动风荷载时程数据。通过 Newmark- $\beta$  法计算出各楼层的风致响应,将其作为准确值来验证反演结果的准确性。风致响应计算时所需要的刚度矩阵由结构有限元模型计算侧移后推导得到,质量矩阵可通过集中各楼层质量获得。构造结构的阻尼矩阵时选用瑞利阻尼模型,阻尼比按 5% 进行计算。

表 1 前 5 阶自振频率(单位:Hz)

Tab.1 The first 5 natural frequencies (unit: Hz)

	第 1 阶	第 2 阶	第 3 阶	第 4 阶	第 5 阶
X 轴向	0.235	0.907	1.802	2.594	3.360
Y 轴向	0.236	0.921	1.830	2.578	3.361

通过式(4)所提供振动模态的能量贡献率方法计算可知,前 5 阶模态的能量所占比重超过了总能量的 99%,因此选择前 5 阶模态(即 5 个测点楼层的风致响应)进行反演计算,表 1 给出了结构前 5 阶的自振频率。为了确保反演精度,需要选取与振动控制模态数相同的动态响应测点楼层数,楼层的选择应遵循现场实测的测点布置要求<sup>[16]</sup>,因此在计算时选取第 10、18、25、35、45 层的加速度响应作为测量响应,对结构的风荷载以及风致响应进行反演计算。在反演时假设测量噪声协方差矩阵  $\mathbf{R}(k) = 10^{-8} \times \mathbf{I}$ ,过程噪声协方差矩阵  $\mathbf{Q}(k) = \mathbf{I}$ ,状态向量初值均为 0,状态向量初始协方差  $\mathbf{P}_i(0|1) = \mathbf{I}$ ,其中  $\mathbf{I}$  为单位矩阵。由于篇幅的限制,只展示了部分计算结果。由于本文采取加速度响应作为观测值,因此风致响应的反演结果给出了  $0^\circ$  风向角下结构 32 层 X 轴向位移和速度响应时程,如图 4 所示,可以看出反演所得到的风致响应分量与风洞试验结果基本一致。

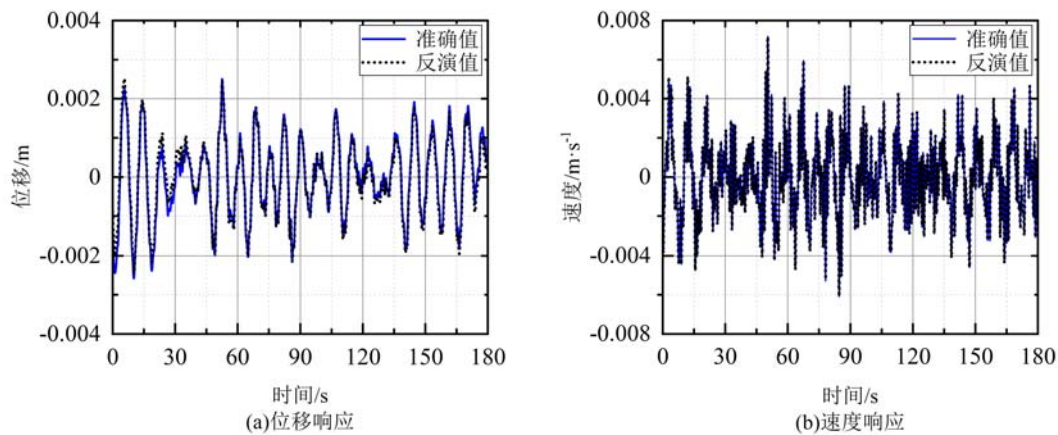


图 4  $0^\circ$  风向角下第 32 层 X 轴向位移及速度响应时程对比

Fig. 4 Time-histories comparison of X-direction displacement and velocity responses at the 32<sup>nd</sup> floor under  $0^\circ$  wind direction

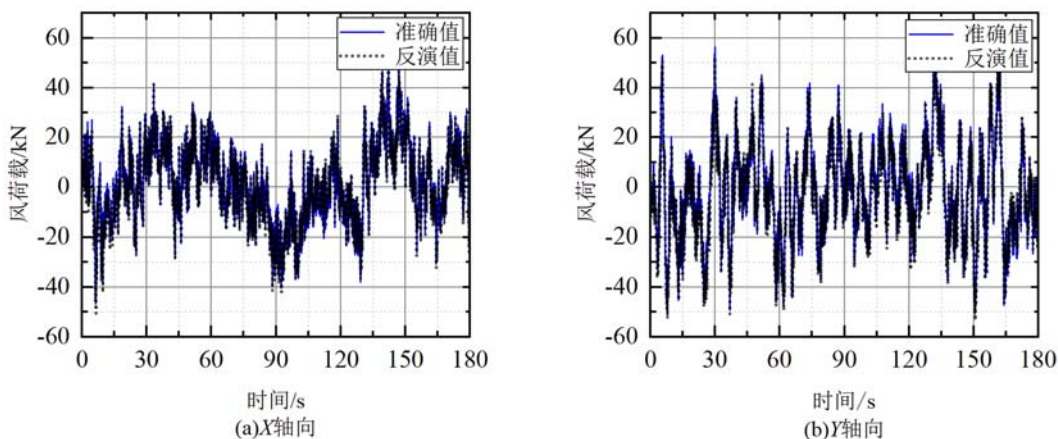


图 5  $0^\circ$  风向角下第 41 层风荷载时程对比

Fig. 5 Time-histories comparison of wind loads at the 41<sup>st</sup> floor under  $0^\circ$  wind direction

图 5 分别给出了  $0^\circ$  风向角下 X 轴向和 Y 轴向第 41 层风荷载的反演结果,并将反演荷载与风洞试验所得到的该楼层准确风荷载进行了对比,结果表明无论是 X 轴向还是 Y 轴向的反演荷载值都与准确



荷载值相吻合。图4和图5中反演值与准确值均保持了较高的重合度,并且所反演楼层与输入响应的楼层不同,这说明本文提出的算法能够准确地反演出任意楼层的风荷载及风致响应。

为进一步验证风荷载反演效果,对结构底部所受到总风荷载的反演结果展开分析,并在频域中给出相应的荷载功率谱,如图6和图7所示。为避免反演结果的偶然性,总风荷载的反演计算选用 $45^\circ$ 风向角的风致响应数据。由图6可知,加速度响应反演得到的总风荷载时程与风洞试验结果保持了吻合良好。从图7可以发现,反演风荷载功率谱与准确风荷载功率谱在频域内也吻合良好。

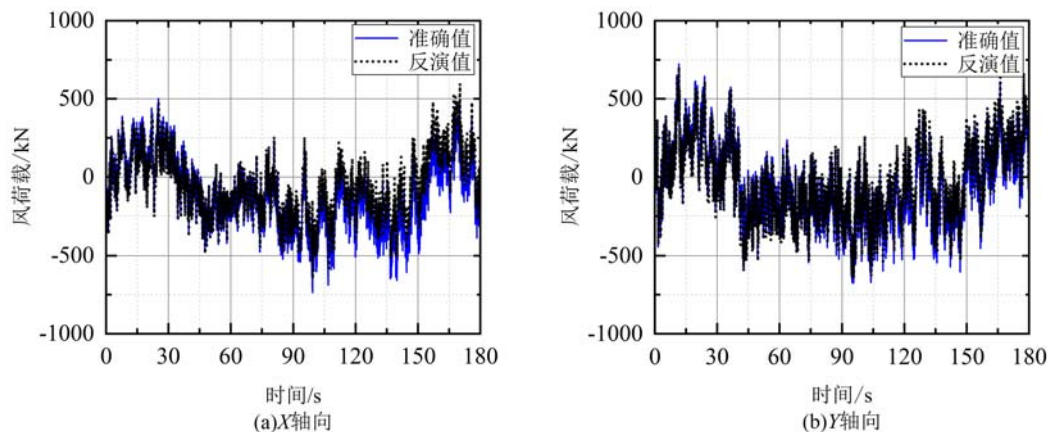


图6  $45^\circ$ 风向角下总风荷载时程对比

Fig. 6 Time-histories comparison of total wind loads on tall building under  $45^\circ$  wind direction

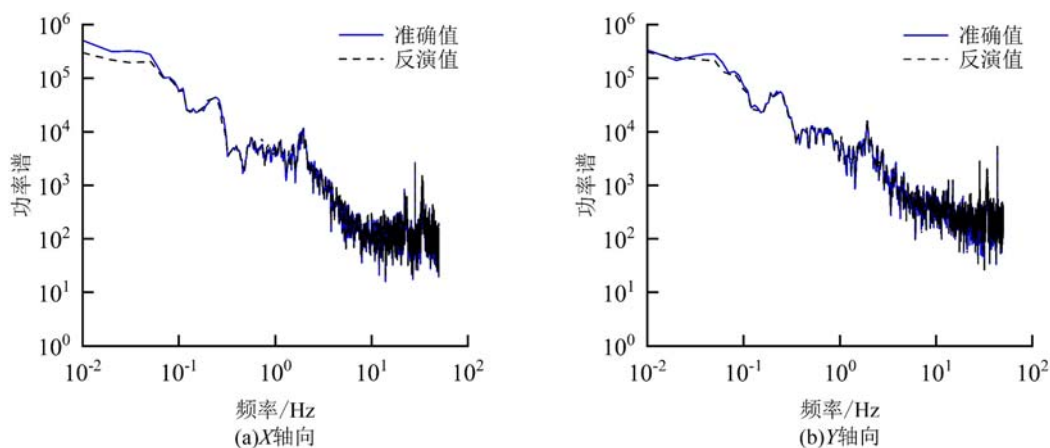


图7  $45^\circ$ 风向角下总风荷载功率谱对比

Fig. 7 Power spectral density(PSD) comparison of total wind loads under  $45^\circ$  wind direction

### 2.3 模态参数误差对反演结果的影响

已有研究发现<sup>[17]</sup>,无论是现场实测还是有限元计算得到的模态参数都与实际值存在一定误差,而模态参数误差可能会对反演结果造成一定的影响。本文将在反演计算过程中,调整输入的模态参数(自振频率和阻尼比),以探讨模态参数误差对反演精度的影响,进而考察风荷载反演结果对模态参数误差的敏感性。反演所选用的参数和初值与2.2节相同。表2给出了自振频率误差影响下基底总风荷载反演值和准确值的根方差(Root Mean Square, RMS)对比,两者之间误差保持在3%范围内。由图8可知,反演风荷载功率谱在高频段与准确功率谱基本吻合。在低频段(小于0.1Hz),自振频率的误差会对反演结果存在一定的影响,但基本满足实际工程需要。

为研究阻尼比误差对反演精度的影响,将输入的阻尼比增大或减小10%,经计算后,在频域内对比了反演风荷载与准确风荷载的功率谱,如图9所示,由图可见反演值与准确值吻合情况良好。对比图9与图8可以发现,存在阻尼比误差时,反演功率谱的低频段没有产生较大的波动,说明本文提出的反演算法对于阻尼比误差更加不敏感。自振频率和阻尼比误差研究结果表明,模态参数误差对本文提出的

反演算法影响较小。

表 2 自振频率误差影响下反演值与准确值根方差对比

Tab. 2 Comparison of RMS between estimated value and accurate value under the influence of natural frequency errors

频率变化值	X 向		Y 向	
	+10%	-10%	+10%	-10%
估计值/kN	231.4	233.5	370.9	374.2
准确值/kN	227.5	227.5	375.3	375.3
误差/%	1.68	2.6	-1.1	-0.3

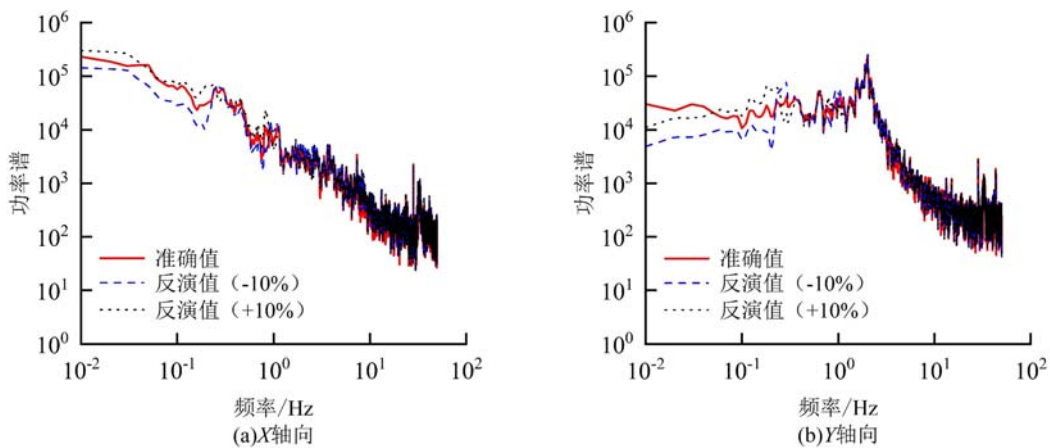


图 8 0°风向角下±10%自振频率误差时总风荷载功率谱对比

Fig. 8 PSD comparison of the total wind loads for ±10% errors in natural frequency under 0° wind direction

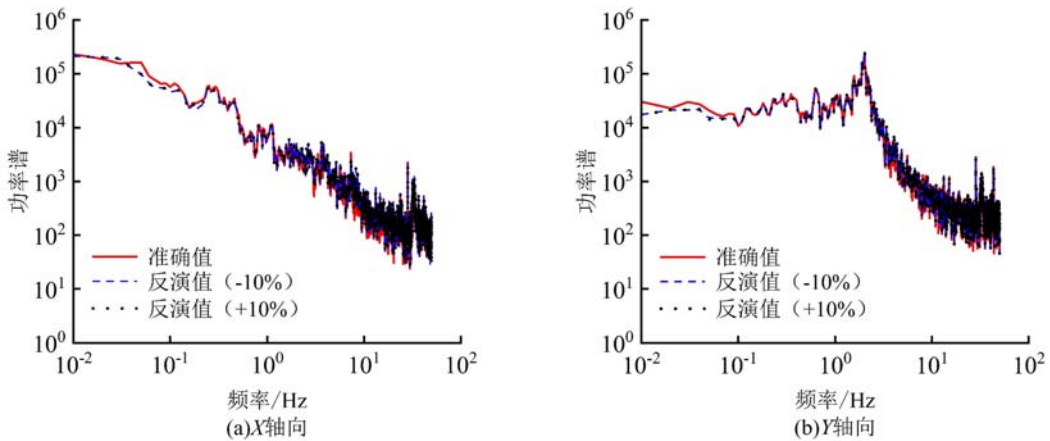


图 9 0°风向角下±10%阻尼比误差时总风荷载功率谱对比

Fig. 9 PSD comparison of the total wind loads for ±10% errors in damping ratio under 0° wind direction

### 2.4 噪声对反演结果的影响

在实际工程中,由于存在测量误差或是环境干扰等原因,现场测量的风致响应信号往往会存在一定的噪声,所以有必要研究测量噪声是否会对反演结果产生影响。本文以一定比例输入风致响应的根方差,乘上高斯分布的白噪声序列来模拟响应信号采集时混入的测量噪声,本节反演分析中选取比例为 5%,即噪声强度为 5%。

由式(9)可知,测量噪声  $v(t)$  的选取对风荷载反演效果起到关键的作用,其协方差矩阵  $R(k)$  的选取受到传感器精度的影响,故难以给出一个准确的值,使得反演效果最优。本文将协方差矩阵  $R(k)$  定义为单位矩阵与噪声参数  $\gamma$  乘积的形式,并通过 L 曲线方法来确定噪声参数的最优取值<sup>[18-19]</sup>。L 曲线方



法主要是通过改变  $\gamma$  值的大小来计算所观测风致响应的残差范数  $\|y_{\text{测量}} - \hat{y}\|_2^2$ , 以及相应的风荷载范数  $\|\hat{F}\|_2^2$ , 其中  $\|\cdot\|_2^2$  为向量 2-范数的平方。并分别以残差范数和荷载范数为横、纵坐标绘制对数曲线, 所绘制的曲线呈现典型的 L 形特征, 取该曲线的角部所对应的噪声参数为最优  $\gamma$  值, 如图 10 所示。本文利用 L 曲线方法, 获得了  $0^\circ$  风向角下 X 轴向和 Y 轴向最优噪声参数  $\gamma$ , 其值分别为  $5e-4$  和  $2e-3$ 。

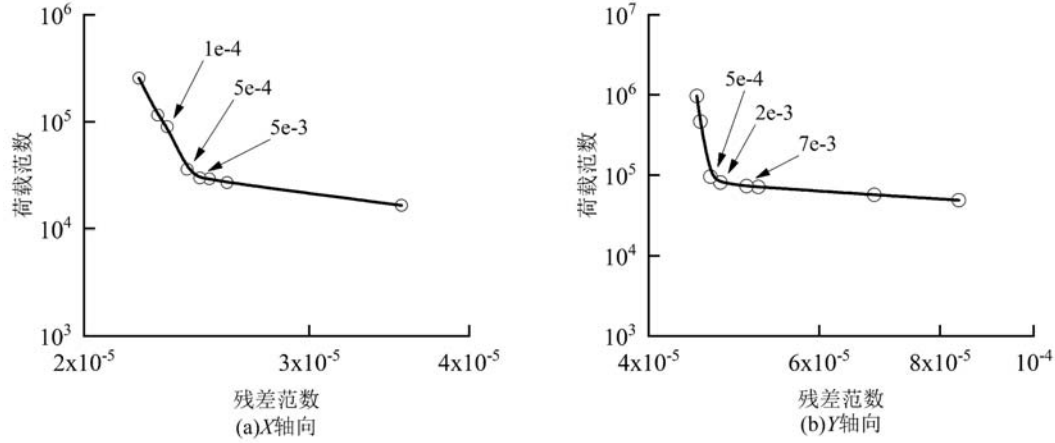


图 10  $0^\circ$  风向角下风荷载反演的 L 曲线(5% 噪声强度)

Fig. 10 L-curve of wind load inversion under  $0^\circ$  wind direction (noise level is 5%)

通过 L 曲线方法所获取的最优协方差矩阵  $\mathbf{R}(k)$  和含有 5% 噪声强度的加速度响应反演了结构基底总风荷载, 其余参数和初值的选取与 2.2 节相同。图 11 给出了在  $0^\circ$  风向角情况下反演荷载和准确荷载的对比结果, 由图可知, 在含有 5% 噪声的情况下, 反演结构底部总风荷载与准确荷载值基本吻合, 这证明了本文提出的算法有较好的抗噪性。

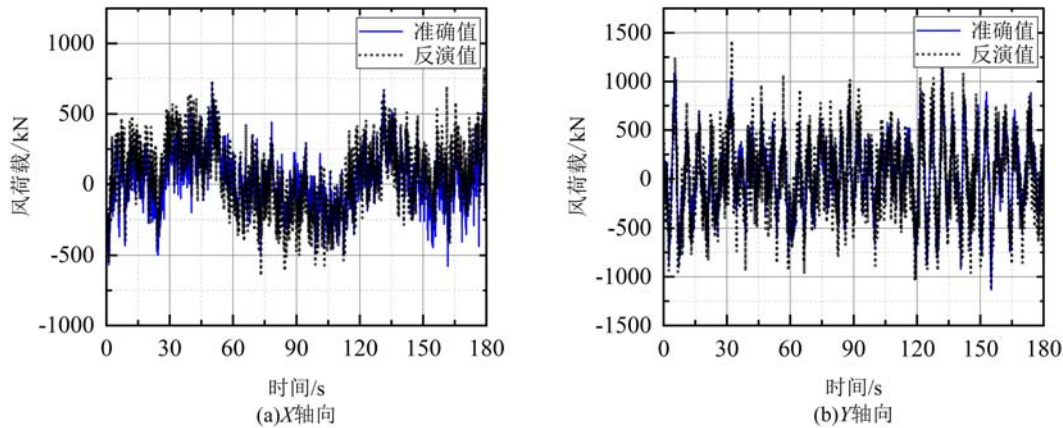


图 11  $0^\circ$  风向角下结构总风荷载时程对比(5% 噪声强度)

Fig. 11 Time-histories comparison of the total wind loads under  $0^\circ$  wind direction (noise level is 5%)

### 3 结论

(1) 基于无迹卡尔曼滤波理论提出了一种可以实时反演未知风荷载及风致响应的算法, 根据算法所计算的风致响应及风荷载反演值, 与风洞试验得到的准确值对比发现, 风致响应反演值与准确值几乎一致, 反演的风荷载在时域与频域内均与准确值保持了良好的吻合度, 从而证明了该方法的可行性和准确性。

(2) 通过改变模态参数(例如阻尼比和自振频率), 发现该方法在一定的模态参数误差下, 反演的结果没有出现较大波动, 可见本文提出的方法对于结构的模态参数误差不敏感。

(3) 在模拟有测量噪声的情况下, 可利用 L 曲线法获取最优的噪声协方差矩阵, 以此值反演得到的风荷载时程与准确值具有较高的吻合度, 证明了该算法良好的抗噪性, 并具有一定的工程使用价值。

## 参考文献:

- [1] Liu J J, Ma C K, Kung I C. Input force estimation of a cantilever plate by using a system identification technique [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics & Engineering*, 2000, 190(11/12):1309–1322.
- [2] Gilljns S, Moor B D. Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems with direct feedthrough[J]. *Automatica*, 2007, 43:934–937.
- [3] Hwang J S, Kareem A, Kim W J. Estimation of modal loads using structural response[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 326(3-5):522–539.
- [4] Hwang J S, Kareem A, Kim H. Wind load identification using wind tunnel test data by inverse analysis[J]. *Journal of Wind Engineering & Industrial Aerodynamics*, 2011, 99(1):18–26.
- [5] Niu Y, Fritzen C P, Jung H, et al. Online simultaneous reconstruction of wind load and structural responses-theory and application to canton tower[J]. *Computer-aided Civil and Infrastructure Engineering*, 2015, 30(8):666–681.
- [6] Zhi L H, Chen B, Fang M X. Wind load estimation of super-tall buildings based on response data[J]. *Structural Engineering and Mechanics*, 2015, 56(4):625–648.
- [7] Zhi L H, Li Q S, Fang M X, et al. Identification of wind loads on supertall buildings using Kalman filtering-based inverse method[J]. *Journal of Structural Engineering*, 2017, 143(4):06016004.1–06016004.6.
- [8] 鄧倫海, 胡峰, 余攀. 超高层建筑风荷载及风致响应的同步反演方法研究[J]. *应用力学学报*, 2020, 37(6):2309–2316 (ZHI Lunhai, HU Feng, YU Pan. A simultaneously inverse method for wind load and wind-induced responses of super-tall buildings[J]. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, 2020, 37(6):2309–2316 (in Chinese))
- [9] 方明新, 杨志勇, 鄧倫海. 超高层建筑横风向荷载反演分析[J]. *振动与冲击*, 2015, 34(22):35–41 (FANG Mingxin, YANG Zhiyong, ZHI Lunhai. Inverse analysis of across-wind loads on super tall buildings[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2015, 34(22):35–41 (in Chinese))
- [10] Chen X Z, Kareem A. Proper orthogonal decomposition-based modeling, analysis, and simulation of dynamic wind load effects on structures[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2005, 131(4):325–339.
- [11] Azam S E, Mariani S. Investigation of computational and accuracy issues in POD-based reduced order modeling of dynamic structural systems[J]. *Engineering Structures*, 2013, 54:150–167.
- [12] 方明新. 超高层建筑风荷载反演分析[D]. 武汉: 武汉理工大学, 2016:53–56 (FANG Mingxin. Inverse analysis of wind load on super tall buildings[D]. Wuhan: Wuhan University of Technology, 2016:53–56 (in Chinese))
- [13] Wu Y, Chen X. Identification of nonlinear aerodynamic damping from stochastic crosswind response of tall buildings using unscented Kalman filter technique[J]. *Engineering Structures*, 2020, 220:110791.
- [14] 王磊, 王泽康, 张振华, 等. 超高层建筑多种风洞试验方式对比研究[J]. *实验力学*, 2018, 33(4):534–542 (WANG Lei, WANG Zekang, ZHANG Zhenhua, et al. Comparative study of various wind tunnel experimental methods for super high-rise building[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2018, 33(4):534–542 (in Chinese))
- [15] GB 50009–2012, 建筑结构荷载规范[S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2012 (GB 50009–2012, Load code for the design of building structures [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2012 (in Chinese))
- [16] 李斌. 高层建筑结构模态分析方法的应用[D]. 上海: 同济大学, 2006:35–36 (LI Bin. Application study on structural modal analysis method for high-rise buildings[D]. Shanghai: Tongji University, 2006:35–36 (in Chinese))
- [17] Li Q S, Zhi L H, Yi J, et al. Monitoring of typhoon effects on a super-tall building in Hong Kong[J]. *Structural Control & Health Monitoring*, 2014, 21(6):926–949.
- [18] Lourens E, Reynders E, Roeck G D, et al. An augmented Kalman filter for force identification in structural dynamics[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, 27:446–460.
- [19] Naets F, Cuadrado J, Desmet W. Stable force identification in structural dynamics using Kalman filtering and dummy-measurements[J]. *Mechanical Systems & Signal Processing*, 2015, 50-51:235–248.

## Wind load estimation of tall building by an unscented Kalman filtering based inverse method

ZHANG Hui, ZHI Lunhai

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, Anhui, China)

**Abstract:** An inverse estimation algorithm is developed to effectively identify wind loads on tall buildings using limited measured structural responses. This algorithm is based on the unscented Kalman filter and allows determining unknown wind loads and wind-induced responses within one sampling time. The accuracy and applicability of the proposed method are verified by wind load inversion example analysis through wind tunnel tests of typical high-rise buildings. The effects of crucial factors such as errors of structural modalparameters and noise levels in the measurements on the identification accuracy are evaluated through detailed parametric studies. The effect of the errors of structural modalparameters on the estimation of wind loads is found to be small. The accuracy of the estimated wind loads at a certain noise level is acceptable in engineering practices. The results show that the proposed algorithm provide an effective tool for identifying the wind load and wind-induced response of tall buildings in real time.

**Keywords:** tall building; wind load; wind-inducedresponse; wind tunnel test; unscented Kalman filter; inverse analysis