

文章编号: 1001-4888(2024)01-0075-11

# 不同变形下的聚氨酯循环压缩力学性能的实验研究\*

马云昊<sup>1</sup>, 李钊<sup>2</sup>, 李旭<sup>1</sup>, 朱四荣<sup>1</sup>, 晏石林<sup>1</sup>

(1. 武汉理工大学 理学院, 新材料理论与应用湖北省重点实验室, 湖北武汉 430070; 2. 武汉第二船舶设计研究所, 湖北武汉 430064)

**摘要:** 为了获取聚氨酯弹性体的循环压缩力学性能, 通过开展聚氨酯弹性体在一系列不同最大压缩应变(10.1%、13.5%、17.5%、21.0%、30.0%)下的准静态循环压缩力学实验, 获得了该类材料从小变形到中等变形范围的压缩加卸载应力-应变曲线; 并基于实验结果探讨了该类材料的超弹性响应、残余应变、迟滞损耗和 Mullins 效应。采用经典的八链模型描述其超弹性力学特征, 并利用线性模型描述其黏弹性力学特征, 结合分子网络重构理论, 建立了一个能准确描述聚氨酯循环加卸载力学行为的本构模型。结果表明, 该本构模型可以较好地表征聚氨酯弹性体在不同应变和不同应变率下的实验结果, 包括加卸载曲线、残余应变以及 Mullins 效应等。该模型有望为聚氨酯隔振器的力学行为预测提供参考。

**关键词:** 聚氨酯弹性体; 循环压缩; Mullins 效应; 八链模型

**中图分类号:** O348 **文献标识码:** A **DOI:** 10.7520/1001-4888-23-053

## 0 引言

聚氨酯弹性体(Polyurethane Elastomer, PUE)作为一种性能优良且可调节的橡胶类材料, 近年来已越来越多地被应用于舰艇的减振降噪设计中。与传统橡胶隔振器相比, 聚氨酯隔振器具有蠕变低、使用寿命长、结构稳定性好等优点, 应用前景十分广阔<sup>[1]</sup>。另外, 随着声学超材料概念的提出, 依据局域共振原理调整高聚物的几何特征, 从而提高其对振动的吸收效果, 也成为了近年来的研究重点<sup>[2]</sup>。为了正确进行设计和充分发挥结构性能优势, 必须以全面掌握聚氨酯弹性体的黏-超弹性力学本构为前提。由于聚氨酯弹性体具有橡胶类材料的超弹性、黏弹性等非线性力学性能, 近年来许多学者对其开展了相关研究。CHEN 等<sup>[3]</sup>通过对聚氨酯弹性体开展单向拉伸、纳米压痕以及宏观压痕实验, 研究了聚氨酯弹性体的不可压缩性、微观与宏观黏弹性效应; NIKOUKALAM 等<sup>[4]</sup>通过开展中应变率范围内不同应变率下的循环拉伸/压缩加卸载及松弛实验, 考察了聚氨酯弹性体的应变率相关性、损伤及迟滞效应; SOMARATHNA 等<sup>[5]</sup>通过对聚氨酯弹性体开展准静态下不同应变率( $0.001\text{s}^{-1} \sim 0.1\text{s}^{-1}$ )的单向拉伸实验, 验证了一种新的黏-超弹性本构模型的有效性。但总的来看, 现阶段围绕聚氨酯弹性体开展的非线性力学行为测试仍然不够全面<sup>[6]</sup>, 对隔振器实际工作时的中等变形范围内的压缩力学性能与变形机制的了解尚不充分, 亟需开展更加深入的研究。橡胶类材料经历循环加卸载的过程中会发生应力软化效应(Mullins 效应), 卸载及重加载时的应力显著低于初次加载过程中的应力<sup>[7]</sup>。为了解释这一效应, MARCKMANN 等<sup>[8]</sup>提出了分子网络重构理论, 认为聚氨酯分子链在变形过程中分子链交联点发生断

\* 收稿日期: 2023-03-16; 修回日期: 2023-05-06

基金项目: 国家自然科学基金项目(11902229); 国防科技工业海洋防务技术创新中心创新基金项目

通信作者: 朱四荣(1969-), 女, 博士, 教授。主要研究领域: 复合材料力学。Email: zhusirong@whut.edu.cn

裂引起分子链结构改变,这种不可逆的损伤引起了弹性模量的降低。以往的研究中,学者们往往只关注聚氨酯弹性体的超弹性及黏弹性性能,而鲜有对其 Mullins 效应的研究报告,因此有必要对聚氨酯弹性体的 Mullins 效应进行实验及理论上的补充。

为了对聚氨酯弹性体的非线性力学行为进行更全面的研究,本文开展了准静态下多种最大应变的循环压缩加卸载实验,以获取中等变形范围内较为全面的实验数据,并考察应变及应变率大小对材料超弹性、黏弹性及 Mullins 效应的影响。依据实验揭示的规律,采用八链模型描述其超弹性响应,并采用 Neo-Hookean 模型和线性黏弹性流动模型描述其残余应变及迟滞效应,引入 Bergstrom 的损伤模型的思想,本文构建出了一种表征聚氨酯弹性体循环加卸载力学行为及 Mullins 效应的黏-超弹性本构模型。与实验数据的对比表明,该本构模型具有较好的表征效果。

## 1 准静态循环压缩实验

### 1.1 准静态循环压缩实验系统与方案

准静态循环压缩试样形状为圆柱形,直径为 12mm,厚度为 6mm,形状及尺寸如图 1 所示。对于聚氨酯弹性体的压缩性能,我们选择图 2 所示的中国济南三勤测试技术有限公司生产的 EDT 3504 电子疲劳试验机对试样进行测试。为了较为全面地获取聚氨酯弹性体在中等变形下的压缩力学性能,准静态循环压缩实验设置了 2 种应变率:  $0.05 \text{ s}^{-1}$  和  $0.005 \text{ s}^{-1}$ ; 设置 5 种最大压缩应变,分别为: 10.1%、13.5%、17.5%、21.0% 和 30.0%; 每次循环均加载到同一最大应变后立即卸载,卸载到应力为零时立即加载,卸载速率与加载速率相等,共重复 4 次; 环境温度为室温( $23^\circ\text{C}$ ); 每组实验重复 3 次,取 3 次结果的平均值绘制对应工况下的应力-应变曲线。

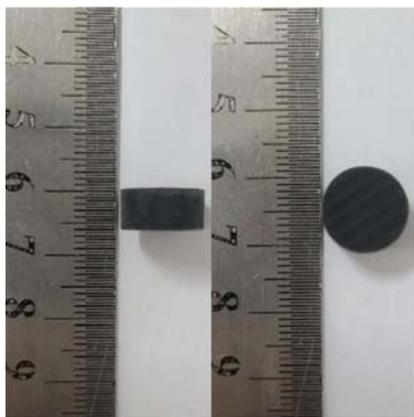


图 1 压缩试样尺寸图

Fig. 1 Size of compression sample



图 2 疲劳试验机

Fig. 2 Fatigue testing machine

### 1.2 聚氨酯弹性体的准静态循环压缩实验结果

由于实验曲线众多且不同应变率下规律相近,本文以  $0.05 \text{ s}^{-1}$  应变率下的第 1 次、第 2 次、第 4 次循环的应力-应变曲线作为代表对实验结果进行展示,如图 3 所示。对比图 3 中聚氨酯弹性体在应变率  $0.05 \text{ s}^{-1}$ 、不同历史最大应变( $\epsilon_{\text{max}}$ )下的单向压缩实验结果,可以发现,不同  $\epsilon_{\text{max}}$  下的加卸载曲线规律基本相同: (1) 试样经历过初次加载后,第 2 次加载到最大应变之前所需的应力低于初次加载时所需的应力值,表现出明显的 Mullins 效应。(2) 从第 2 次加载起,后续加载曲线之间差异变得很小,表示此时材料的 Mullins 效应已经基本消除,初次加载和第 2 次加载之间的差距即可代表材料发生的应力软化。(3) 卸载阶段应力达到零时应变不为零,而是存在一定的残余应变,表现出迟滞效应,并且残余应变随着  $\epsilon_{\text{max}}$  增大而增大。

聚氨酯弹性体的 Mullins 效应主要发生在第 1 次和第 2 次循环之间,因此主要对前 2 次循环压缩曲线进行研究,将应变率  $0.05 \text{ s}^{-1}$  下前 2 次循环的应力-应变曲线分别进行对比,前 2 次循环的加卸载曲线如图 4 所示,由图可以看出,聚氨酯弹性体的加载曲线呈现“S”形,证明聚氨酯弹性体具有显著的超弹

性。不同  $\epsilon_{max}$  的初次加载曲线构成了路径基本重合的包络线,说明实验材料的性能稳定,实验结果可靠。由于 Mullins 效应,经历初次加载后第 2 次加载曲线的整体斜率随  $\epsilon_{max}$  增大而降低。

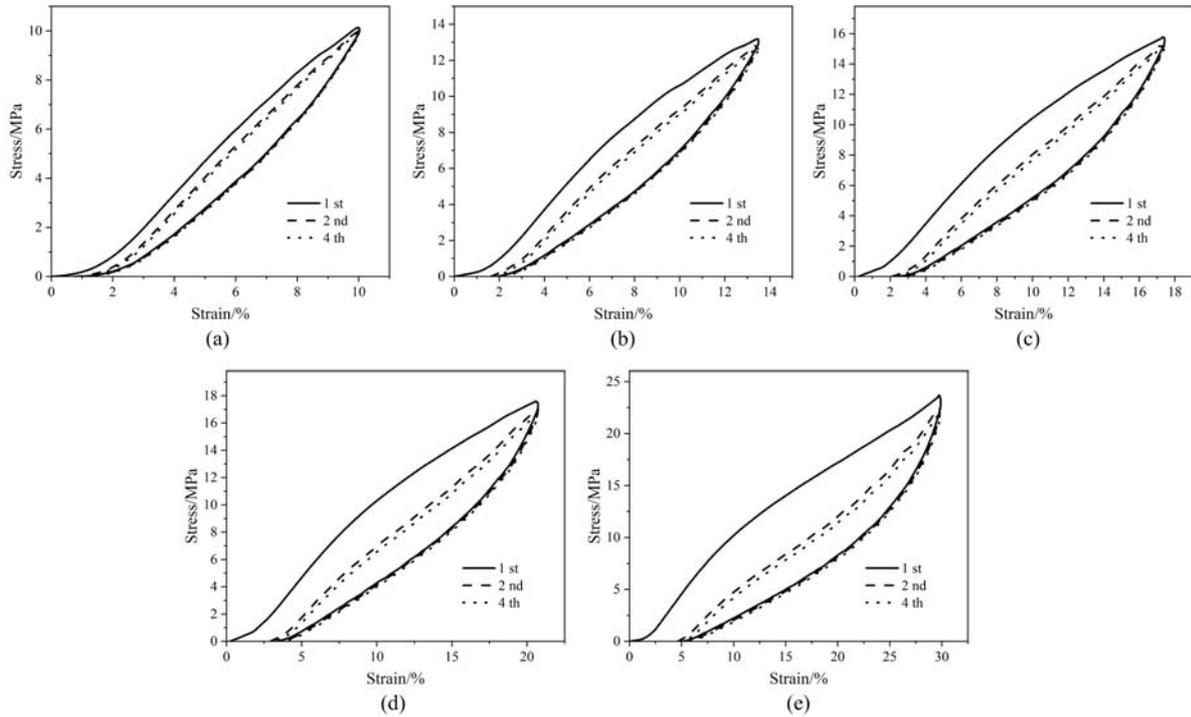


图 3 应变率  $0.05s^{-1}$  下的循环压缩曲线:(a)  $\epsilon_{max}=10.1\%$ ; (b)  $\epsilon_{max}=13.5\%$ ; (c)  $\epsilon_{max}=17.5\%$ ; (d)  $\epsilon_{max}=21.0\%$ ; (e)  $\epsilon_{max}=30.0\%$

Fig. 3 Cyclic compression curves at strain rate  $0.05s^{-1}$ : (a)  $\epsilon_{max}=10.1\%$ ; (b)  $\epsilon_{max}=13.5\%$ ; (c)  $\epsilon_{max}=17.5\%$ ; (d)  $\epsilon_{max}=21.0\%$ ; (e)  $\epsilon_{max}=30.0\%$

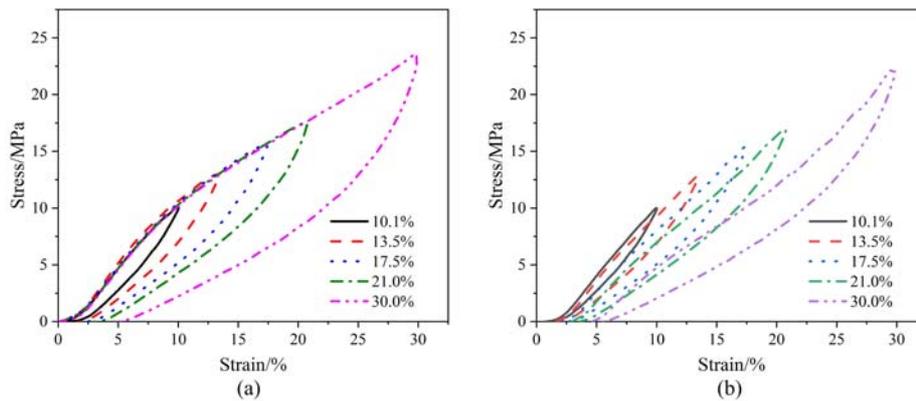


图 4 应变率  $0.05s^{-1}$  下的循环压缩曲线:(a)第 1 次循环;(b)第 2 次循环

Fig. 4 Cyclic compression curves at strain rate  $0.05s^{-1}$ : (a)first cycle; (b)second cycle

### 1.3 聚氨酯弹性体的黏弹性及 Mullins 效应分析

在准静态实验中,聚氨酯弹性体的黏弹性主要体现在应变率相关性、残余应变和迟滞效应等方面。图 5 为不同应变率下的前 2 次压缩循环曲线,该图分别以  $\epsilon_{max}$  为  $10.1\%$ 、 $21.0\%$ 、 $30.0\%$  的 3 种曲线为例,根据曲线斜率可以判断出不同应变率下材料加载及卸载过程中的瞬时模量均随着应变率的提高略有增大,说明在准静态范围内聚氨酯弹性体具有一定的应变率相关性,并且应变率相关性较弱,同时表明使用应变率为  $0.05s^{-1}$  的实验结果作为代表分析材料的准静态压缩性能的方法是可行的。

图 6 为准静态循环压缩过程中残余应变的变化规律,由图可以发现材料的残余应变随  $\epsilon_{max}$  增大而增大的同时,其与加载过程中的  $\epsilon_{max}$  比值也在增大,说明变形越大,残余应变占比越高,增大的速度会随  $\epsilon_{max}$  增大逐渐降低;应变率较低的试样,残余应变占比更高、增大速度更低。与图 5 中初次加载曲线的瞬

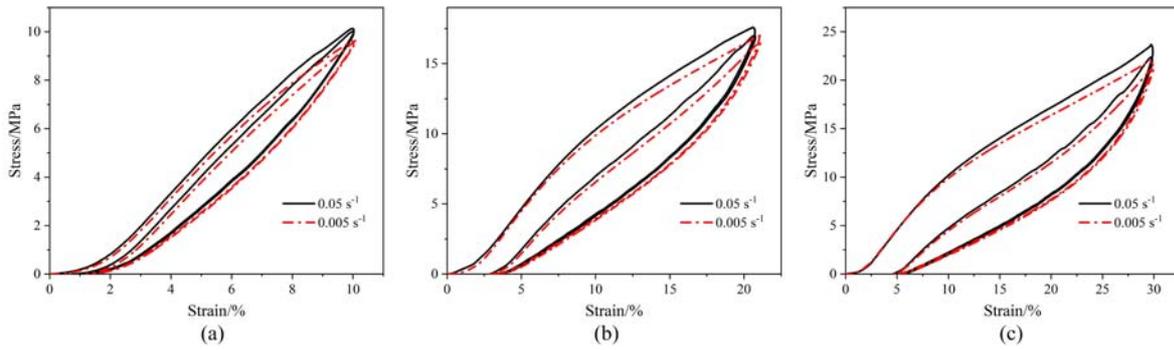


图5 不同应变率下前2次循环压缩曲线:(a)  $\epsilon_{\max} = 10.1\%$ ; (b)  $\epsilon_{\max} = 21.0\%$ ; (c)  $\epsilon_{\max} = 30.0\%$

Fig. 5 Comparison of the first two cyclic compression curves at different strain rates:

(a)  $\epsilon_{\max} = 10.1\%$ ; (b)  $\epsilon_{\max} = 21.0\%$ ; (c)  $\epsilon_{\max} = 30.0\%$

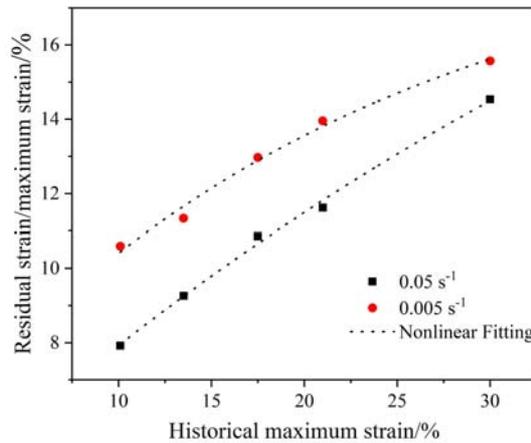


图6 循环压缩过程中残余应变的变化规律

Fig. 6 Evolution of residual strains during cyclic compression

时模量的应变率相关性对比可知,残余应变与应变率之间的相关性更强,这是由于在压缩过程中,聚氨酯分子链网络不断发生弹性变形和断裂,加载速度越慢,保持变形的时间越长,发生的断裂越多,因而应力降为零时的残余应变就越大。

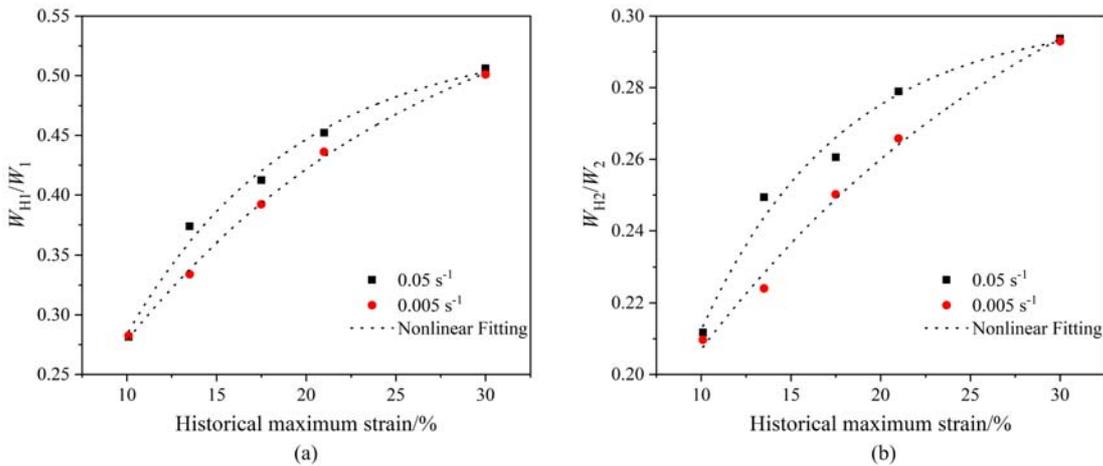


图7 循环压缩过程中的迟滞损耗变化规律:(a)第1次循环;(b)第2次循环

Fig. 7 Evolution of hysteresis loss during cyclic compression: (a) first cycle; (b) second cycle

迟滞损耗的定义是一次卸载循环之内,循环过程中产生的能量耗散  $W_H$  与加载所需能量  $W$  之比<sup>[9]</sup>。迟滞损耗越大,表示材料加卸载过程中消耗的能量越多。对准静态循环压缩过程中前2次循环的迟滞损耗进行计算,结果如图7所示。2次循环内的迟滞损耗均呈现出随  $\epsilon_{\max}$  增大而非线性增长的趋势

势,增长速度随  $\epsilon_{\max}$  增大而减缓。在应变为 10.1%~30.0%时,迟滞损耗呈现出了显著的应变率相关性,并且第 2 次循环的迟滞损耗的应变率相关性强于第 1 次循环。这是由于第 1 次循环中迟滞损耗由黏弹性和 Mullins 效应两方面引起,经历第 1 次循环后 Mullins 效应基本消除,第 2 次循环的迟滞损耗几乎只由材料的黏弹性引起,因此表现出更强的应变率相关性<sup>[10]</sup>。

为了描述聚氨酯弹性体在循环压缩过程中 Mullins 效应的变化规律,参考 REY 等<sup>[11]</sup>的做法,对 2 种应变率下循环压缩曲线的第 2 次加载所需能量  $W_2$  与第 1 次加载所需能量  $W_1$  之比分别进行计算,若忽略残余应变的影响,该方法与直接计算 Mullins 效应损失的能量等效,可以消除由黏弹性损耗带来的影响,由于 Mullins 效应的存在,能量比的值必定小于 1,能量比越小,表明 Mullins 效应越强。准静态循环压缩状态下前 2 次加载所需的能量之比如图 8 所示,能量比随着  $\epsilon_{\max}$  增大而减小,表明材料的 Mullins 效应随着  $\epsilon_{\max}$  增大而增强,并且这种增强逐渐趋于缓和;另外随着应变率增大,材料的 Mullins 效应略有增强。

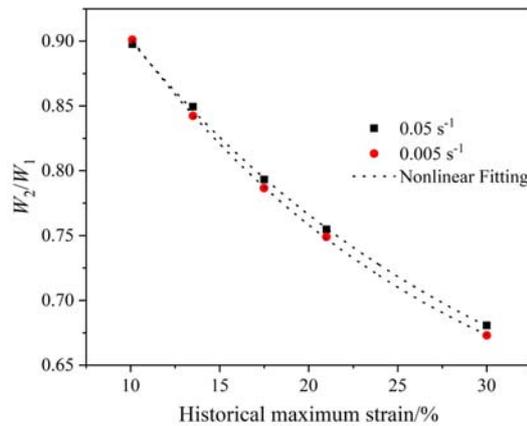


图 8 不同应变率下前 2 次加载过程中的能量比

Fig. 8 Energy ratio of the first two loading curves at different strain rates

## 2 表征聚氨酯弹性体 Mullins 效应的黏超弹性本构模型

经过对图 3、图 4 中聚氨酯准静态循环压缩曲线的分析可知,该材料在中等变形范围内表现出明显的超弹性、黏弹性以及 Mullins 效应,因此仅凭现有的橡胶类超弹性本构模型,无法对本文研究工况下的聚氨酯弹性体压缩加卸载力学行为完成表征。参考张成等<sup>[12]</sup>对硅胶弹性体循环拉伸力学行为的表征方法,本文考虑将材料的黏超弹性响应分解为平衡响应和瞬态响应,结合其残余应变和加卸载过程中的损伤效应,建立由 2 个网络并联而成的聚氨酯弹性体黏超弹性本构模型,如图 9 所示。

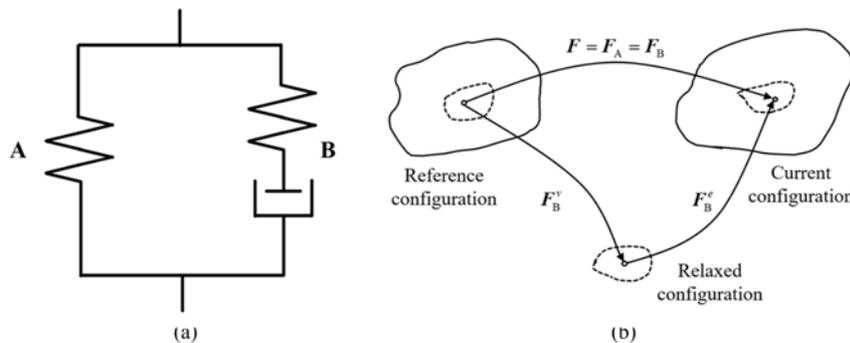


图 9 黏超弹性本构模型:(a) Cauchy 应力;(b) 变形梯度<sup>[13]</sup>

Fig. 9 Viscohyperelastic constitutive model:(a) Cauchy stress; (b) deformation gradient<sup>[13]</sup>

本文模型中的 2 个网络分别用网络 A 和网络 B 来表示。网络 A 为平衡响应,代表应变率无关的超弹性行为,由一个八链模型和 Bergstrom 损伤演化模型组成;网络 B 为瞬态响应,代表应变率相关的黏弹性行为,由一个 Neo-Hookean 模型和一个线性黏弹性流动模型组成。通过联立网络 A 和网络 B,本

文模型可以实现对聚氨酯弹性体超弹性、黏弹性及 Mullins 效应等性质较为全面的表征,并且网络 A 和网络 B 中选用的本构模型参数具有实际物理意义,与唯象模型相比,通过本文模型可以直观地观察到材料力学性能的变化。

由连续介质理论可知,图 9 所示模型中的总变形梯度张量  $\mathbf{F}$ 、网络 A 的变形梯度张量  $\mathbf{F}_A$  与网络 B 的变形梯度张量  $\mathbf{F}_B$  相等,  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_A = \mathbf{F}_B$ 。材料总 Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}$ 、网络 A 的 Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}_A$  与网络 B 的 Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}_B$  的关系为  $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}_A + \boldsymbol{\sigma}_B$ 。

网络 B 中的变形梯度张量  $\mathbf{F}_B$  可以进一步分解为弹性部分  $\mathbf{F}_B^e$  和黏性流动部分  $\mathbf{F}_B^v$  ( $e$  为弹性分量,  $v$  为黏性分量),有  $\mathbf{F}_B = \mathbf{F}_B^e \mathbf{F}_B^v$ , 变形梯度示意图如图 9(b) 所示。其中弹性部分的 Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}_B^e$  与黏性流动部分的 Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}_B^v$  的关系为  $\boldsymbol{\sigma}_B = \boldsymbol{\sigma}_B^e + \boldsymbol{\sigma}_B^v$ 。

## 2.1 超弹性模型

橡胶类材料的超弹性本构模型主要可以分为 2 类:一类是基于连续介质力学的唯象模型,以 Yeoh 模型、Gent 模型、Mooney-Rivlin 模型为代表;另一类基于分子统计理论的分子链网络模型,以三链模型、四链模型、八链模型为代表<sup>[14]</sup>。八链模型于 1993 年由 ARRUDA 和 BOYCE<sup>[15]</sup> 基于分子统计理论提出,是目前最常用的超弹性本构模型之一,被广泛用于表征橡胶类材料的超弹性力学行为。使用八链模型作为超弹性网络的本构模型,其 Cauchy 应力张量可以表示为

$$\boldsymbol{\sigma}_A = \frac{\mu_A}{J_A \lambda_A^*} \frac{L^{-1}(\bar{\lambda}^*/\lambda_L)}{L^{-1}(1/\lambda_L)} \text{dev}[\mathbf{B}^*] + \kappa_A (J - 1) \mathbf{I} \quad (1)$$

式中:  $\mu_A$  为超弹性网络的剪切模量;  $J_A = \det[\mathbf{F}]$  为变形梯度张量  $\boldsymbol{\sigma}$  的行列式;  $L^{-1}(x)$  为 Langevin 函数的逆函数,一般取逆 Pade 近似为  $L^{-1}(x) = x(3 - x^2)/(1 - x^2)$ ;  $\bar{\lambda}_A^*$  为有效伸长比;  $\lambda_L$  为极限伸长比;  $\mathbf{B} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T$  为左 Cauchy-Green 张量;  $\mathbf{B}^* = J^{-2/3} \mathbf{B}$  为  $\mathbf{B}$  的等容量;  $\text{dev}[\mathbf{B}^*]$  为  $\mathbf{B}^*$  的偏量部分;  $\kappa_A$  为网络 A 的体积模量;  $\mathbf{I}$  为单位张量。

由于聚氨酯弹性体各向同性且近乎不可压缩,于是在单向压缩情况下,有  $\lambda_1 = \lambda$ ,  $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2}$ , 此时有效伸长比  $\bar{\lambda}_A^* = \sqrt{\frac{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}{3}} = \sqrt{\frac{\lambda^2 + 2\lambda^{-1}}{3}}$ , 并且有  $J_A = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 = 1$ , 因此原式可简化为

$$\boldsymbol{\sigma}_A = \frac{\mu_A}{\lambda^*} \frac{L^{-1}(\bar{\lambda}^*/\lambda_L)}{L^{-1}(1/\lambda_L)} \text{dev}[\mathbf{B}^*] \quad (2)$$

## 2.2 黏弹性本构模型

网络 B 主要用于表征聚氨酯材料的黏弹性行为,包括应变率相关性、残余变形等,该黏弹单元主要由一个超弹性模型和一个黏性流动模型串联而成,考虑到实验揭示的聚氨酯黏弹性特征并不强,在此选用形式简单的 Neo-Hookean 超弹性模型和线性黏弹性流动模型。

Neo-Hookean 模型是最简单的超弹性模型,该模型对于小变形下的超弹性力学响应预测效果较好,其 Cauchy 应力表达式为

$$\boldsymbol{\sigma}_B = \frac{\mu_B}{J_B^e} \text{dev}[\mathbf{B}_{eB}^*] + \kappa_B (J_B^e - 1) \mathbf{I} \quad (3)$$

式中:  $\mu_B$  为材料黏弹性网络的剪切模量;  $J_B^e$  为弹性变形梯度张量  $\mathbf{F}_B^e$  的行列式;  $\text{dev}[\mathbf{B}_{eB}^*]$  为  $\mathbf{B}_{eB}^*$  的偏量部分;  $\kappa_B$  为网络 B 的体积模量。Neo-Hookean 模型采用与八链模型相同的处理方法,在近似不可压缩的条件下,式(3)可以简化为单一参数形式:

$$\boldsymbol{\sigma}_B = \mu_B \text{dev}[\mathbf{B}^*] \quad (4)$$

为了计算网络 B 中变形张量的弹性部分,需要先确定黏性流动变形梯度张量  $\mathbf{F}_B^v$ 。网络 B 的速度梯度张量可以表示为  $\mathbf{L}_B = \dot{\mathbf{F}}_B \mathbf{F}_B^{-1}$ , 其同样可以分解为弹性和黏性流动部分:

$$\mathbf{L}_B = \mathbf{L}_B^e + \tilde{\mathbf{L}}_B^v = \mathbf{L}_B^e + \dot{\gamma}_B^v \frac{\text{dev}[\boldsymbol{\sigma}_B]}{\|\text{dev}[\boldsymbol{\sigma}_B]\|_F} \quad (5)$$

式中:  $\dot{\gamma}_B^v$  为黏性流动速率;  $\|\cdot\|_F$  为 Frobenius 范数。黏性流动部分的速度梯度张量可以表示为

$$\mathbf{L}_B^v = \dot{\mathbf{F}}_B^v (\mathbf{F}_B^v)^{-1}, \tilde{\mathbf{L}}_B^v = \mathbf{F}_B^e \mathbf{L}_B^v (\mathbf{F}_B^e)^{-1} \quad (6)$$

联立式(5)和式(6), 可以将网络 B 中的黏性流动变形梯度表示为

$$\dot{\mathbf{F}}_B^v = \dot{\gamma}_B^v (\mathbf{F}_B^v)^{-1} \frac{\text{dev}[\boldsymbol{\sigma}_B]}{\|\text{dev}[\boldsymbol{\sigma}_B]\|_F} \mathbf{F}_B^v \mathbf{F}_B^v \quad (7)$$

线性黏弹性流动模型的黏性流动方程为

$$\dot{\gamma}^p = \frac{\tau}{\hat{\tau}} \quad (8)$$

式中:  $\tau$  为剪切应力, 可由  $\tau = \|\text{dev}[\boldsymbol{\sigma}_B]\|_F$  得到;  $\hat{\tau}$  为剪切流动阻力, 若  $\hat{\tau} < 0$  则不会产生流动。将八链模型与网络 B 联立, 即可得到用以表征聚氨酯弹性体超弹性及黏弹性响应的本构模型。

### 2.3 损伤模型

建立 2.2 节中的本构模型后, 已经可以初步对材料的大变形以及应变率相关性进行描述, 但对于 2 次循环的变形历史相关性, 仍需引入 Mullins 效应相关模型才能描述。经过初步考评, 在此借鉴 BERGSTROM 等<sup>[16]</sup>提出的基于塑性应变的损伤演化模型, 用以捕捉聚氨酯材料瞬时模量随应变方向改变而发生的变化, 该模型中瞬时模量的变化趋势与历史最大变形水平相关。

引入 Mullins 效应相关项后, 基于损伤的超弹性应力变为

$$\boldsymbol{\sigma}_A = \eta \text{dev}[\boldsymbol{\sigma}_A] + \text{vol}[\boldsymbol{\sigma}_A] \quad (9)$$

式中:  $\text{dev}[\boldsymbol{\sigma}_A]$  对应 Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}_A$  的偏量部分;  $\text{vol}[\boldsymbol{\sigma}_A]$  对应 Cauchy 应力张量  $\boldsymbol{\sigma}_A$  的正压部分;  $\eta$  为随加载历史变化的损伤变量, 该变量遵从以下演化法则:

$$\frac{d\eta}{dt} = h(\eta_s - \eta) \dot{\gamma}^p \quad (10)$$

式中:  $h$  为特征跃迁速率;  $\eta_s$  为稳定损伤状态;  $\dot{\gamma}^p$  为黏性流动速率。

联立式(9)及式(10), 更新超弹性网络 A 的性质, 再与黏弹性网络 B 并联, 即可得到能完整刻画聚氨酯弹性体单向压缩循环加载卸载及 Mullins 效应的黏-超弹性本构模型。

### 2.4 表征结果

使用本文提出的本构模型对实验数据进行拟合, 拟合方法采用 LM 非线性最小二乘法, 拟合结果如图 10、图 11 所示。该本构模型的参数共 6 个, 分别为  $\mu_A$ 、 $\lambda_L$ 、 $\mu_B$ 、 $\hat{\tau}$ 、 $\eta_s$ 、 $h$ , 其中超弹性和黏弹性模型共有 4 个参数, 分别为  $\mu_A$ 、 $\lambda_L$ 、 $\mu_B$ 、 $\hat{\tau}$ , 这 4 个参数由循环加载卸载实验的前 2 次滞回环形状和面积决定, 网络 A 中的超弹性参数主要受初次加载过程影响, 网络 B 中的黏弹性参数与 2 次滞回环曲线的差别有关。不同应变率下的超弹性及黏弹性本构模型参数见表 1。表中  $\mu_A$  与  $\mu_B$  分别为平衡变形及非线性流动状态下材料的剪切模量, 由于网络 A 与应变率无关, 因此对 2 种应变率下应变最大(30.0%)的循环曲线取平均值, 拟合得到剪切模量  $\mu_A$  和极限伸长比  $\lambda_L$ ; 之后对 2 种应变率下的循环曲线分别进行拟合得到剪切模量  $\mu_B$  和材料的剪切流动阻力  $\hat{\tau}$ 。由表 1 可以看出,  $\mu_A$ 、 $\lambda_L$ 、 $\mu_B$  的值几乎不随应变率改变, 而  $\hat{\tau}$  的值随应变率小幅增加, 反映出材料剪切流动阻力与变形速率的相关性。

在确定了一定应变率下的超弹性和黏弹性模型参数后, 可以对损伤参数  $\eta_s$  与  $h$  进行拟合,  $\eta_s$  和  $h$  的值由材料经历的历史变形决定, 损伤参数见表 2。

表 1 超弹性及黏弹性参数

Tab. 1 Hyperelastic and viscoelastic parameters

	0.05s <sup>-1</sup>	0.005s <sup>-1</sup>
$\mu_A/\text{MPa}$	20.29	20.29
$\lambda_L$	1.20	1.20
$\mu_B/\text{MPa}$	9.06	9.00
$\hat{\tau}/\text{MPa}$	1.31	1.22

表2 损伤参数  
Tab. 2 Damage parameters

$\epsilon_{\max}$	$0.05\text{s}^{-1}$		$0.005\text{s}^{-1}$	
	$\eta_s$	$h$	$\eta_s$	$h$
10.1%	0.75	7.13	0.73	8.93
13.5%	0.74	6.11	0.69	7.02
17.5%	0.63	4.94	0.62	5.37
21.0%	0.58	4.23	0.56	4.77
30.0%	0.44	3.91	0.42	4.08

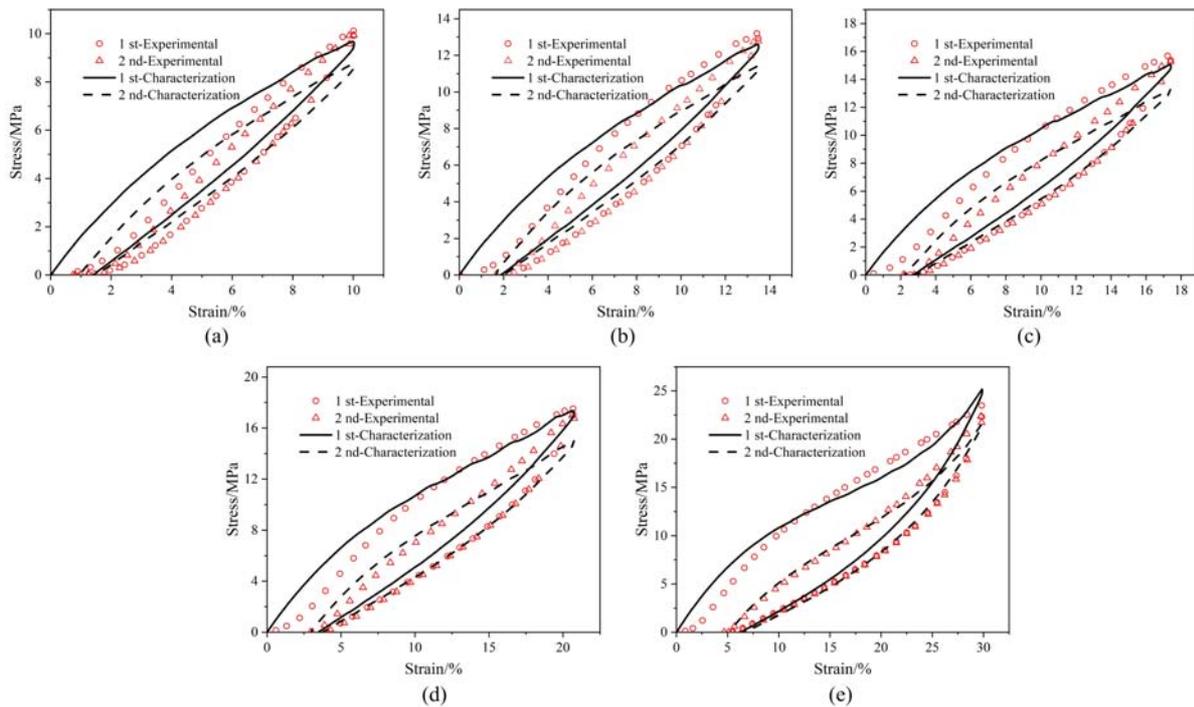


图10 应变率  $0.05\text{s}^{-1}$  下循环压缩实验曲线与拟合曲线对比: (a)  $\epsilon_{\max} = 10.1\%$  ;  
(b)  $\epsilon_{\max} = 13.5\%$  ; (c)  $\epsilon_{\max} = 17.5\%$  ; (d)  $\epsilon_{\max} = 21.0\%$  ; (e)  $\epsilon_{\max} = 30.0\%$

Fig. 10 Comparison of experimental curves and fitting curves under cyclic compression at strain rate  $0.05\text{s}^{-1}$  :

(a)  $\epsilon_{\max} = 10.1\%$  ; (b)  $\epsilon_{\max} = 13.5\%$  ; (c)  $\epsilon_{\max} = 17.5\%$  ; (d)  $\epsilon_{\max} = 21.0\%$  ; (e)  $\epsilon_{\max} = 30.0\%$

由图10、图11可以看出,本文模型对于聚氨酯弹性体准静态循环压缩力学行为拟合效果良好,对于残余应变的描述与实验结果基本一致,在中等变形下(17.5%~30.0%)与循环加卸载的滞回环形状及变化趋势基本吻合。2种应变率下  $\epsilon_{\max}$  为30.0%时拟合效果最好,以应变率  $0.05\text{s}^{-1}$ 、 $\epsilon_{\max}$  为30.0%的压缩曲线为例,2次循环中拟合曲线的最大应力与实验结果的差距分别为7.1%和3.4%,滞回环面积差距分别为12.0%和10.0%,表明该模型对于较大变形下的加卸载循环曲线具有较好的表征效果。但该模型也存在一些问题,如不能很好地还原初次加载过程的超弹性响应,小变形下(10.1%~13.5%)加载应力值与实验结果差距较大等。这主要是由于该模型采用了八链模型作为超弹性模型,八链模型更适于描述大变形下材料的力学行为,对于小变形下的超弹性响应描述效果较差。综上所述,本文建立的本构模型可以较好地再现聚氨酯弹性体的准静态循环压缩曲线,对于其超弹性响应、残余应变以及变形历史相关性均有着较好的拟合效果,同时形式简单、参数较少并且参数具备物理意义,因此有望在聚氨酯弹性体相关的减振降噪器件设计中发挥有力作用。

损伤参数的演化规律如图12所示,由图可知,损伤参数  $\eta_s$  随着  $\epsilon_{\max}$  增大呈线性递减趋势,损伤参数  $h$  随着  $\epsilon_{\max}$  增大呈指数递减趋势,不同应变率下的同一损伤参数变化趋势基本一致。通过与图8对比可

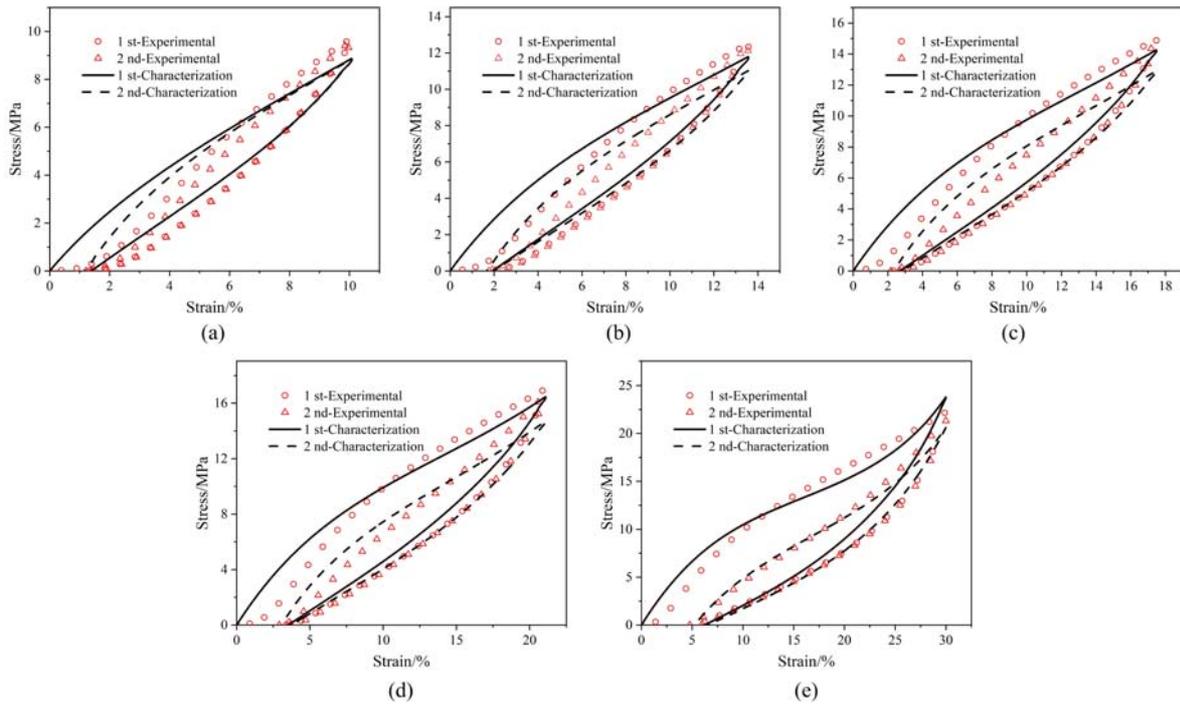


图 11 应变率  $0.005s^{-1}$  下循环压缩实验曲线与拟合曲线对比: (a)  $\epsilon_{max} = 10.1\%$  ; (b)  $\epsilon_{max} = 13.5\%$  ; (c)  $\epsilon_{max} = 17.5\%$  ; (d)  $\epsilon_{max} = 21.0\%$  ; (e)  $\epsilon_{max} = 30.0\%$

Fig. 11 Comparison of experimental curves and fitting curves under cyclic compression at strain rate  $0.005s^{-1}$  : (a)  $\epsilon_{max} = 10.1\%$  ; (b)  $\epsilon_{max} = 13.5\%$  ; (c)  $\epsilon_{max} = 17.5\%$  ; (d)  $\epsilon_{max} = 21.0\%$  ; (e)  $\epsilon_{max} = 30.0\%$

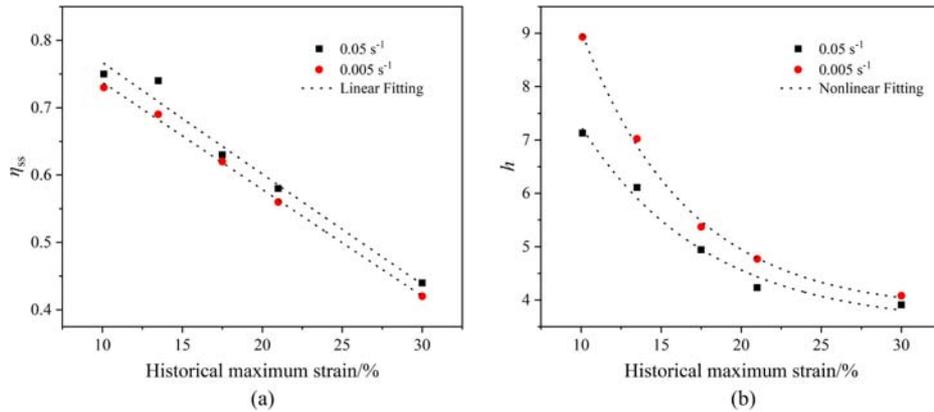


图 12 损伤参数演化: (a)  $\eta_{ss}$  ; (b)  $h$

Fig. 12 Evolution of damage parameters: (a)  $\eta_{ss}$  ; (b)  $h$

知,  $\eta_{ss}$  和  $h$  越小, Mullins 效应(即应力软化)越强, 据此可以断定, 模型中  $\eta_{ss}$  和  $h$  可以理解为与聚氨酯分子网络交联点数量有关的参数, 随着应变增大, 材料内部链交联点的数量减少,  $\eta_{ss}$  和  $h$  也随之减小。

### 3 结论

对聚氨酯弹性体开展了中等变形下的准静态循环压缩实验; 结合八链模型、线性模型及分子网络重构理论, 建立了表征 Mullins 效应的黏-超弹性本构模型, 拟合结果与准静态压缩实验结果吻合较好。

(1) 准静态压缩实验中, 聚氨酯弹性体初次加载曲线呈现出“S”形响应, 相同应变率下均在同一条包络线上。材料在循环加卸载过程中表现出了一定的应变率相关性、残余变形与迟滞效应。经历初次加载后材料出现了 Mullins 效应, 随历史最大应变的增大, Mullins 效应有所增强。

(2) 对于聚氨酯弹性体循环加卸载曲线, 本文提出的黏-超弹性本构模型可以很好地再现该材料在准静态、中等变形下循环加卸载的滞回环形状、面积以及残余应变等力学特征。该模型形式简单、未知

参数较少并且参数具备物理意义,可为聚氨酯弹性体减振降噪研究提供参考。

#### 参考文献:

- [1] 刘勇,曹进一,吕志强,等. 舰用柴油发电机组聚氨酯隔振器设计与仿真研究[J]. 应用力学学报, 2018, 35(1): 161—165, 234—235 (LIU Yong, CAO Jinyi, LÜ Zhiqiang, et al. Finite element analysis of polyurethane isolator used in diesel engine set[J]. Chinese Journal of Applied Mechanics, 2018, 35(1):161—165, 234—235 (in Chinese))
- [2] 冯涛,王余华,王晶,等. 结构型声学超材料研究及应用进展[J]. 振动与冲击, 2021, 40(20):150—157 (FENG Tao, WANG Yuhua, WANG Jing, et al. Progress in research and application of structural acoustic metamaterials [J]. Journal of Vibration and Shock, 2021, 40(20):150—157 (in Chinese))
- [3] CHEN Z, DIEBELS S. Indentation of PU at different scales and computational modeling: identification of viscoelasticity and quantification of adhesion effects[J]. Archive of Applied Mechanics, 2015, 85:1225—1243.
- [4] NIKOUKALAM M T, SIDERIS P. Experimental characterization and constitutive modeling of polyurethanes for structural applications, accounting for damage, hysteresis, loading rate and long term effects[J]. Engineering Structures, 2019, 198:109462.
- [5] SOMARATHNA H, RAMAN S N, MOHOTTI D, et al. Hyper-viscoelastic constitutive models for predicting the material behavior of polyurethane under varying strain rates and uniaxial tensile loading[J]. Construction and Building Materials, 2020, 236(1):117417.
- [6] 邹蕊璐,伍海辉,雷婧宇,等. 聚氨酯(PU)在力学性能测试中的摩擦效应与变形均匀性研究[J]. 实验力学, 2015, 30(5):583—589 (ZOU Ruilu, WU Haihui, LEI Jingyu, et al. On the friction effect and deformation uniformity of PU in mechanical property measurement[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2015, 30(5):583—589 (in Chinese))
- [7] 李晓芳,杨晓翔. 橡胶材料的超弹性本构模型[J]. 弹性体, 2005, 15(1):50—58 (LI Xiaofang, YANG Xiaoxiang. A review of elastic constitutive model for rubber materials[J]. China Elastomerics, 2005, 15(1):50—58 (in Chinese))
- [8] MARCKMANN G, VERRON E, GORNET L, et al. A theory of network alteration for the Mullins effect[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2002, 50(9):2011—2028.
- [9] 魏明杰,王银龙,刘敏,等. 温度影响下炭黑增强橡胶复合材料的循环拉伸力学行为[J]. 实验力学, 2020, 35(6):1030—1040 (WEI Mingjie, WANG Yinlong, LIU Min, et al. Temperature effect on the mechanical behavior of carbon black reinforced rubber composites under cyclic tensile loadings[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2020, 35(6):1030—1040 (in Chinese))
- [10] ZHANG C, GOU X F, XIAO R. Hysteresis in glass microsphere filled elastomers under cyclic loading[J]. Polymer Testing, 2021, 95(2):107081.
- [11] REY T, CHAGNON G, LE C B, et al. Influence of the temperature on the mechanical behaviour of filled and unfilled silicone rubbers[J]. Polymer Testing, 2013, 32(3):492—501.
- [12] 张成,苟晓凡,肖锐. 超弹-粘弹-损伤仿射微球模型及其应用[J]. 固体力学学报, 2022, 43(4):397—405 (ZHANG Cheng, GOU Xiaofan, XIAO Rui. A hyper-visco-damage affine microsphere model and its application [J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2022, 43(4):397—405 (in Chinese))
- [13] BERGSTROM J S, BOYCE M C. Constitutive modeling of the large strain time—dependent behavior of elastomers[J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 1998, 46(5):931—954.
- [14] 胡小玲,刘秀,李明,等. 炭黑填充橡胶超弹性本构模型的选取策略[J]. 工程力学, 2014, 31(5):34—42, 48 (HU Xiaoling, LIU Xiu, LI Ming, et al. Selection strategies of hyperelastic constitutive models for carbon black filled rubber[J]. Engineering Mechanics, 2014, 31(5):34—42, 48 (in Chinese))
- [15] ARRUDA E M, BOYCE M C. A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials[J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 1993, 41(2):389—412.
- [16] BERGSTROM J S, RIMNAC C M, KURTZ S M. An augmented hybrid constitutive model for simulation of unloading and cyclic loading behavior of conventional and highly cross linked UHMWPE[J]. Biomaterials, 2004, 25(11):2171—2178.

## Experimental study on the cyclic mechanical behavior of polyurethane at different compression strains

MA Yunhao<sup>1</sup>, LI Zhao<sup>2</sup>, LI Xu<sup>1</sup>, ZHU Sirong<sup>1</sup>, YAN Shilin<sup>1</sup>

(1. Hubei Key Laboratory of Theory and Application of Advanced Materials Mechanics, College of Science, Wuhan University of Technology, Wuhan 430070, Hubei, China; 2. Wuhan Second Ship Design and Research Institute, Wuhan 430064, Hubei, China)

**Abstract:** In order to obtain the cyclic compression mechanical properties of polyurethane elastomers (PUE), a series of cyclic compression mechanical experiments of PUE under different moderate strains (10.1%, 13.5%, 17.5%, 21.0%, 30.0%) were carried out, and the compression stress-strain curves in the range of small to moderate strains were obtained. Based on the experimental results, the hyperelastic response, residual strain, hysteresis loss, and Mullins effect of the materials were discussed. The classical 8-chain model was used to describe the hyperelastic mechanical characteristics of PUE. The linear model was used to describe the viscoelastic mechanical characteristics. And combined with the theory of network alteration, a constitutive model was established which could accurately describe the cyclic loading and unloading mechanical behavior of PUE. The results show that the constitutive model can characterize the experimental results of PUE under different strains and different strain rates, including loading and unloading curves, residual strain, and Mullins effect, etc. It is expected to provide theoretical support for the prediction of mechanical behavior of polyurethane vibration isolators.

**Keywords:** polyurethane elastomer; cyclic compression; Mullins effect; 8-chain model