

文章编号:1001-4888(2011)05-0565-08

虚位移场方法在石墨材料力学参数测量中的应用*

郭保桥^{1,2}, 陈鹏万¹, 谢惠民², 戴福隆², Fabrice PIERRON³

(1. 北京理工大学机电学院爆炸科学与技术国家重点实验室, 北京 100081;

2. 清华大学工程力学系教育部应用力学重点实验室, 北京 100084;

3. 巴黎高科集团高等技术学院 力学与制造过程实验室, 法国香槟-沙隆市 51006)

摘要: 光测实验技术在现代力学研究中得到了广泛的应用。对于材料力学参数如杨氏模量和泊松比的测量, 可利用典型加载试验如拉伸试验、弯曲试验并结合光测方法(如云纹和数字图像相关技术)得到位移值, 利用载荷信息和应变场信息通过计算获得相关的力学参数。本文利用虚位移场方法测量石墨材料的力学参数。结合石墨材料的三点弯曲实验, 由数字图像相关法测量得到试件表面的非均匀变形场。通过选择两组不同的虚位移场, 可以反算出材料的力学参数: 杨氏模量和泊松比。结果表明这种方法可以有效测量石墨材料的弹性参数。该方法可望在材料力学行为检测中得到推广应用。

关键词: 虚位移场方法; 光测力学; 本构参数; 反问题; 非均匀变形场

中图分类号: O34 **文献标识码:** A

0 引言

在现代力学研究中, 实验力学方法起着不可替代的作用。主要分为电测法^[1]和各种光测方法^[2-4]。在电测方法中, 电阻应变片测量方法是目前最常用的应变检测方法, 具有精度高, 测量结果可靠等优点。但是电测方法采用的是单点或多点的接触式测量, 所获得的是标距内平均应变。近些年来, 由于计算机技术为代表的信息技术的飞速发展, 各种软硬件性价比不断提高, 光学全场测量技术也得到迅速的发展, 在很多领域得到了广泛的应用。相对传统的应变片电测方法, 光学测量方法的特色是可以获得测试区域的变形场, 实现位移、应变场的量化分析, 其对非均匀变形场检测特别有效。得益于计算机和图像处理技术的迅速发展, 数据的自动化采集和处理提高了实验效率和精度, 光测方法可以完成过去常规测量手段所无法解决的测量难题。

在力学的反问题研究中, 通过加载条件、载荷信息与变形信息来反演表征材料的力学本构参数。如弹性参数、应力应变曲线关系, 可基于应变片的电测法测量得到。一般通过测量标准试件上的某个区域上平均(单点)的应变值, 结合载荷信息来计算其相应的力学本构参数。这种情况下, 试件受到的是均匀应力载荷, 发生了均匀应变的变形, 因此只需用应变片测验单点的应变即可。而在某些特殊条件下, 如高温环境下, 电测法无法完成测量。而光测方法可以在这种环境下实现测量^[5], 通过变形场的平均应变值来计算材料的本构关系参数(如弹性常数: 杨氏模量与泊松比)。相关工作多见于对实验技术本身的研究, 没有充分利用到全部变形场的有效信息。

对各向异性材料, 如碳纤维增强复合层合板, 由于有多个弹性本构参数, 用电测法需要多次不同的

* 收稿日期: 2011-06-06; 修回日期: 2011-09-13

基金项目: 国家自然科学基金(10832003)和国家重点基础研究发展计划(2011CB606105)资助

通讯作者: 郭保桥(1977-), 男, 博士, 讲师。主要研究领域: 实验光测力学。E-mail: baoqiao_guo@bit.edu.cn

实验才可以测量得到其全部弹性参数^[6-7]。由材料的力学本构关系,非均匀变形场信息与材料的多个力学参数相关,因此通过一个非均匀变形场实验可以反演材料的多个本构参数。Foudjet^[8]使用了一种非直接的实验测量/数值模拟的杂交方法,来表征正交各向异性木材的弹性参数。测量了薄木板上多个特征点离面位移的信息,结合有限元模拟相同受力条件的相同特征点的位移信息,通过迭代输入材料的参数,使得实验与数值模拟的特征点的位移差值的平方和达到最小,由此确定材料的弹性本构参数。而借助光测实验技术,可获得试件表面的全场变形信息,将比已有文献中^[8]的多点信息更为丰富,可通过计算得到准确的结果。Cooreman 等^[9-10]通过数字图像相关法测量了带孔双向拉伸金属的应变场,结合有限元模拟相同受力条件下应变场的杂交方法,计算得到了该材料的弹塑性力学参数。使用类似的杂交方法,Le Magorou 研究了一种木基板材的弹性本构参数^[11],Meuwissen 研究了铝材的弹塑性本构参数^[12]。

这些杂交方法的优点是可以通过一次实验就可以获得材料的全部弹性参数。然而,也存在一定的不足。首先,实验的边界约束条件很难与有限元数值模拟的边界条件一致,由此带来变形场的很大差别;另外,代入有限元程序中材料初始值非常关键,如果代入的材料初始参数与实际参数差别过大,可能需要很多次迭代才可以计算得到结果,消耗大量的计算量,甚至不收敛,无法得到正确的结果。因此有必要发展用于表征材料力学本构参数的高效的计算方法。

虚场位移方法(Virtual Fields Method)由法国学者 Grédiac 于 1989 年首先提出^[13],并在材料力学特性表征方面得到广泛应用。该方法基于虚功互等原理,被测量的试件可以为任意形状,通过简单的加载实验,只需单次实验就可以测量(如复合材料等)多个力学参数。这方面的工作,主要是以法国学者 Grédiac 与 Pierron 为代表的研究小组展开了一系列的理论和应用研究^[14-20]。该计算方法已成功地应用于材料的各向异性刚度本构参数^[17],金属材料的非线性特性弹塑性本构参数^[18],材料刚度及阻尼的粘弹性参数^[19],以及含有缺陷的复合材料的非均匀参数^[20]的测量等等。通过选择优化的虚位移场,这种方法能够有效的降低光学全场测量噪声及其数值处理中的误差影响,计算得到的结果具有较高的精度^[21]。Guo 等利用虚位移场方法对 PBX 炸药模拟材料的弹性及蠕变参数进行研究^[22]。这种计算理论是和光学全场测量技术密不可分的。本文将利用虚位移场方法对石墨材料的弹性参数进行研究。结合石墨材料的三点弯曲实验,利用数字图像相关法测量试件表面的非均匀变形场,通过选择两组不同的虚位移场,最后反算得到材料的弹性参数。

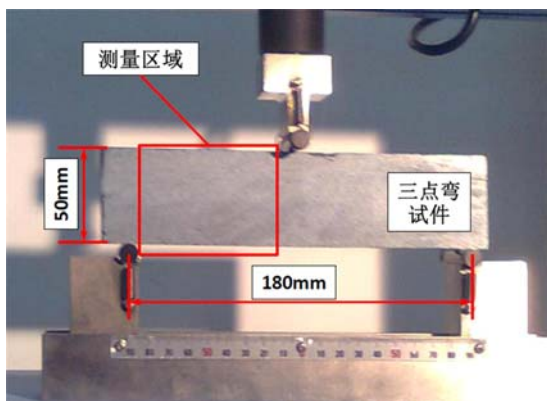


图1 实验测量实物图

Fig.1 Experimental setup

端左右两支点的跨度为 180mm。

1.2 数字图像相关法测量试件的变形场

非干涉光测方法由于不需要昂贵的激光光源以及防震装置,更适合常规条件下的测试。常见的非干涉方法有光栅法^[23]以及数字图像相关法^[24]。尤其是后者,只需利用试件表面的自然特征纹理,或者在其表面喷漆等方法得到的散斑标记即可用于相关计算,实验简单易行。如应用表面喷漆法,可实现散斑参数的调控。针对黑色石墨材料,可先在试件表面喷一层均匀的白漆,然后再喷涂黑漆颗粒,可以得

1 实验测量

1.1 实验测量装置

三点弯曲实验是一种常用的力学实验方法,通常通过施加载荷及压头的位移等测量数据就可以得到材料的弹性模量。而通过本文提出的测量方法及理论计算,可以同时得到弹性模量及泊松比。图1为三点弯曲加载装置的实物图片。实验中的加载设备为岛津 AGS-X 系列电子万能试验机,最大载荷为 5kN。将石墨材料加工成板型弯曲试件(几何尺寸为 208mm×50.0mm×10.7mm)放入试验机系统中,三点弯曲试件下

到高质量的散斑场。图 1 中试件表面已经制作了散斑场,图像采集设备为 Point Gray 公司的 CCD 相机(型号 GRAS-50S5M,5 百万像素)。图中方框为变形测量区域,采集试件表面在加载变形前后的图像,用数字图像相关软件,可以计算得到试件在不同载荷下的位移场。

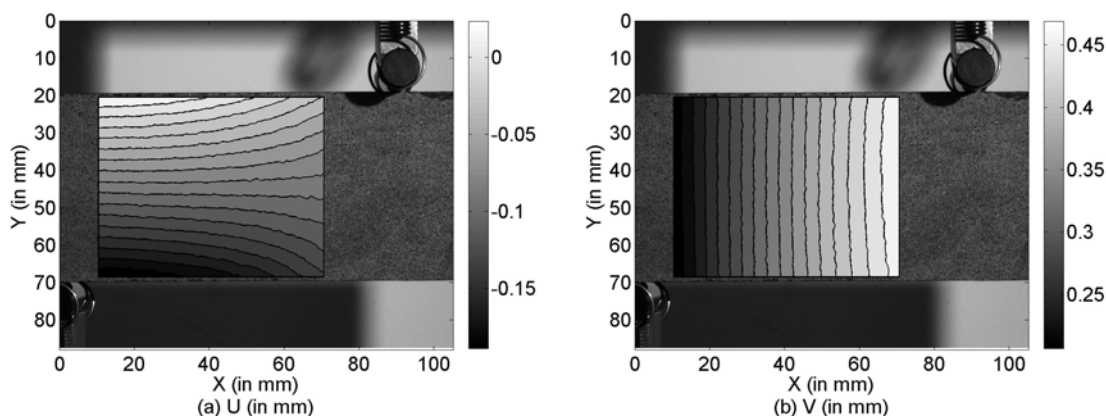


图 2 U 场和 V 场(载荷为 2009N)

Fig. 2 U and V fields (under loading of 2009N)

采用商业数字图像相关法软件 Vic-2D 来计算试件的位移场。实际采集图像中,每个像素的大小约为 $43\mu\text{m}$,相关计算窗口的大小为 41×41 像素,每隔 10 个像素计算一个点。实验过程中有多步加载,图 2 是在试验机上压头载荷为 2009N 时,沿水平及竖直方向的位移场分量,Y 轴的正方向为竖直向下。图中的位移场矩阵为 113×143 个测量点,对应的实际大小为 $48.6\text{mm}\times 61.5\text{mm}$ 。位移场的背景图为试件在未变形时,由 CCD 相机采集得到的试件表面散斑图。

1.3 多项式拟合方法计算应变场

在虚位移场方法中,计算材料的弹性本构参数需要实验测量得到的试件表面的应变场。基于石墨试件的三点弯曲实验和数字图像相关法,可得到试件表面的位移场和应变场。这是一种基于局部区域的差分算法,类似的算法也在文献中有报道^[25]。另外还可以基于有限单元法的应变场求解^[26]。在本实验中,位移场的梯度变化较小,如图 2 所示,因此可以采用二维多项式拟合的方法计算应变场^[17]。这是一种全局式的拟合方法,沿 X 轴和 Y 轴方向的位移场分量 U 场和 V 场可以用位移场上的每个点横纵坐标 x 和 y 以及最高维度为 n 的二维多项式表示:

$$\begin{cases} P_x(x, y, n) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{i=0 \\ (j=k-i)}}^k (a_{ij} x^i y^j) \\ P_y(x, y, n) = \sum_{k=0}^n \sum_{\substack{i=0 \\ (j=k-i)}}^k (b_{ij} x^i y^j) \end{cases} \quad (1)$$

利用最小二乘法,使得每个点上的位移测量值与拟合值的差值的平方和达到最小,如式(2)所示:

$$\begin{cases} \text{Min}(\sum [P_x(x, y, n) - U(x, y)]^2) \\ \text{Min}(\sum [P_y(x, y, n) - V(x, y)]^2) \end{cases} \quad (2)$$

由式(2)可以计算得到每个位移场分量的二维多项式的所有系数 a_{ij} 和 b_{ij} ,即可得到平滑化后的位移场。对公式(1)进行微分,可以计算得到各个应变场分量。

$$\begin{cases} \epsilon_{xx}(x, y) = \frac{\partial P_x}{\partial x} = \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{i=1 \\ (j=k-i)}}^k (ia_{ij} x^{i-1} y^j) \\ \epsilon_{yy}(x, y) = \frac{\partial P_y}{\partial y} = \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{i=1 \\ (j=k-i)}}^k (jb_{ij} x^i y^{j-1}) \\ \gamma_{xy}(x, y) = \frac{\partial P_x}{\partial y} + \frac{\partial P_y}{\partial x} = \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{i=1 \\ (j=k-i)}}^k (ja_{ij} x^i y^{j-1} + ib_{ij} x^{i-1} y^j) \end{cases} \quad (3)$$

在公式(1)和(3)中,当多项式的最高维度 n 取值越大,就能够拟合分布越为复杂的变形场。本实验为典型三点弯曲实验,被测量部分的应变梯度相对较为平缓,所以在 n 较低的情况下,就能够拟合得到很好的结果。图3是在选取 $n=4$ 的情况下计算得到的对应图2的位移场的各个应变场分量。进一步利用在实验中测量得到的非均匀应变场,结合虚位移场方法,可计算材料的弹性参数。

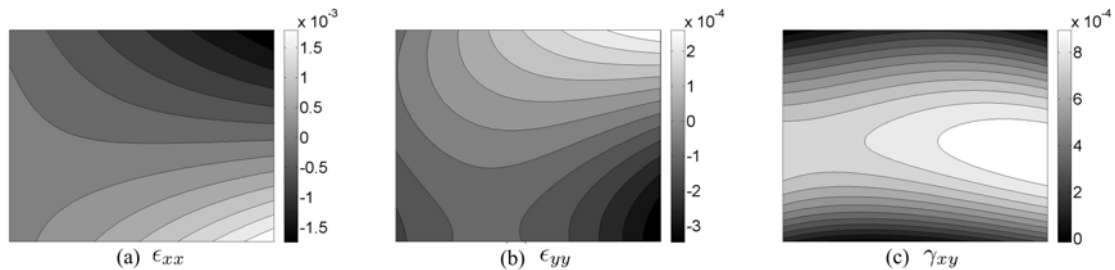


图3 应变场分量(对应图2中的位移场,载荷为2009N)

Fig. 3 Strain field components (corresponding to the displacement fields in Fig. 2, under loading of 2009N)

2 用虚位移场方法反演材料的弹性参数

2.1 虚位移场方法测量原理

首先对虚位移场方法的基本原理做一个简要的介绍。这种方法基于虚功互等原理,有:

$$-\int_V \sigma : \epsilon^* dV + \sum_{i=1}^n F_i \cdot u^* = 0 \quad (4)$$

在上式中,虚功可分为两部分:材料内应力虚功和外力虚功。其中 σ 是材料应力场(包括各个应力场分量), F_i 是被研究对象受到的外在载荷。 u^* 和 ϵ^* 代表虚位移场和对应的虚应变场(同样包括各个虚位移场分量以及虚应变场分量)。虚位移场通过选择确定,但是在连续介质力学的范畴内,必须是连续的,而且要满足固体变形运动的规律。对于各向同性材料,根据胡克定律,则有:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{ss} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{xx} & Q_{xy} & 0 \\ Q_{xy} & Q_{xx} & 0 \\ 0 & 0 & (Q_{xx} - Q_{xy})/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

假设所研究问题是平面应力状态,对于满足一定条件的虚位移场,由式(4)和式(5),则可得到:

$$Q_{xx} \int_S \left[\epsilon_{xx} \epsilon_{xx}^* + \epsilon_{yy} \epsilon_{yy}^* + \frac{1}{2} \gamma_{xy} \gamma_{xy}^* \right] dS + Q_{xy} \int_S \left[\epsilon_{xx} \epsilon_{xx}^* + \epsilon_{yy} \epsilon_{yy}^* - \frac{1}{2} \gamma_{xy} \gamma_{xy}^* \right] dS = -\frac{Fd^*}{2t} \quad (6)$$

在式(6)中, F 为试验机压头施加的竖直方向载荷, t 为试件的厚度, d^* 为压头沿竖直方向的虚位移值。式(6)中左边的两个积分项为常数值,只存在两个待求解的未知材料的弹性参数 Q_{xx} 和 Q_{xy} 。如果选择两组虚位移场,就可以得到一个 2×2 的线性方程组,很容易求得这两个参数。两个参数 Q_{xx} 、 Q_{xy} 和弹性参数杨氏模量 E 及泊松比 ν 的关系为:

$$\begin{cases} Q_{xx} = \frac{E}{1-\nu^2} \\ Q_{xy} = \frac{\nu E}{1-\nu^2} \end{cases} \quad (7)$$

由上式可得到材料的弹性参数 E 和 ν 。

2.2 虚位移场的选择

对于前面介绍的三点弯曲实验,我们选取的研究对象是试件在试验机压头的左半部分,如图 1 所示。式(6)只考虑了研究区域右端垂直方向的载荷,没有考虑左端载荷外力以及右端水平方向外力的虚功。这是出于简化计算处理的考虑,因此对虚位移场的选择提出了一定的约束条件。

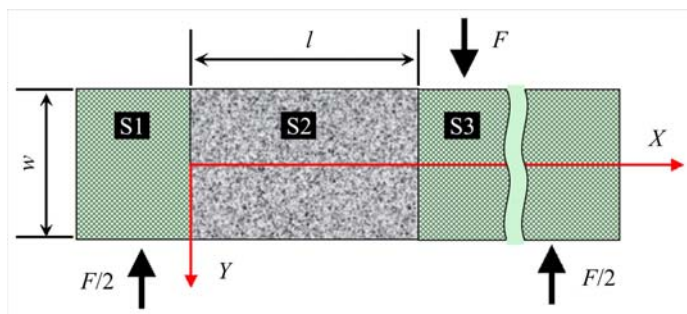


图 4 三点弯试件示意图

Fig. 4 Schematic of the three-point bending specimen

在虚位移场方法中,虚位移场应该满足基本的变形规律,在研究区域是连续的。图 4 给出了三点弯曲实验的示意图。由于是一个对称结构,因此只对试件的左半部分(实验测量区域)进行分析。为了与图 2 中测量得到的位移场的坐标轴保持一致,图中的 Y 轴方向向下。试件分为三段:左端 S1 为夹持段;中间部分 S2 为研究区域,对应于数字图像相关法计算位移场所选取的区域;右端 S3 对应于施加载荷的部分。前面介绍在式(5)没有研究区域 S2 段左边和 S1 相邻边界上的外力所做的虚功,以及 S2 右端水平方向外力的虚功。实际上并不是没有考虑到这部分虚功,而是通过构造有一定约束的虚位移场,使得这部分的虚功为零。在选择虚位移场的时候,需满足的条件如下:

(1) S1 区域:虚位移场整体不动,即 $u^*(x, y) = 0, v^*(x, y) = 0$ 。这样各个应变场分量都为零,此部分的内力虚功和外力虚功都为零;

(2) S3 区域:可以整体沿 Y 轴移动,即 $u^*(x, y) = 0, v^*(x, y) = \text{const}$ 。整体不发生虚应变,这样内应力所做虚功为零。水平方向的外力虚功无论沿试件的 Y 轴高度方向如何分布,其虚功都为零,竖直方向的外力所做虚功都为常数,并作用到 S2 区域;

(3) S2 区域:为测量区域,此区域的虚位移场须和 S1 区域及 S3 区域的虚位移场保持连续性。此区域为左边下支点及试件上端压头之间的区域,可任意选取。由于外力分布的情况很难准确得到,因此,选择区域应包括试件整个 Y 轴方向的高度。在 S2 区域与 S3 区域的边界上, Y 轴方向的合力为压头载荷的一半,即需满足条件: $\int_{-w/2}^{+w/2} f_y dy = \frac{F}{2t}$ (t 为试件的厚度)。

因此,需要选择两组满足上面条件的不同虚位移场,从而实现对材料弹性参数求解的目的。满足以上条件的虚位移场有无数种选择,表 1 列出了 S2 区域的两组虚位移场的示意图及其表达式。第一组虚位移场为纯剪应变场,水平及垂直方向的虚应变场均为零;第二组虚位移场左右两端保持不变,水平方向的正应变场为零,外力所做虚功为零。这两组虚应变场的变形模式不同,代入到式(6),可以得到一个 2×2 的非线性相关的方程组,如式(8)所示:

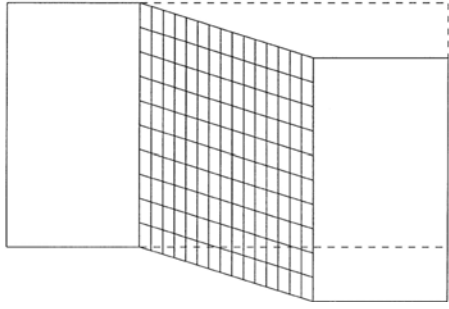
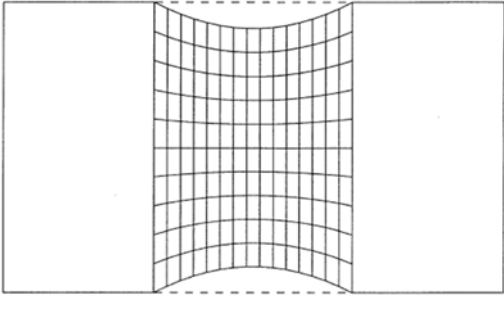
$$\begin{bmatrix} \overline{x\gamma_{xy}} & -\overline{x\gamma_{xy}} \\ x(x-l)\epsilon_{yy} + \frac{1}{2}(2x-l)y\gamma_{xy} & x(x-l)\epsilon_{yy} - \frac{1}{2}(2x-l)y\gamma_{xy} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_{xx} \\ Q_{xy} \end{Bmatrix} = -\frac{F}{lwt} \begin{Bmatrix} l \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (8)$$

式(8)中左边 2×2 矩阵中的各个单元表示取其平均值,这样研究区域 S2 的表面积 lw 就可以提取,并对方程左右两边组相除后转移到式中右边的分母部分。本例中实际用于计算的尺寸 $l \times w \times t$ 为 $48.6\text{mm} \times 61.5\text{mm} \times 10.7\text{mm}$ 。求解这个线性方程组,就可以计算得到未知的两个参数。结合式(7),

就可得到材料的弹性模量与泊松比。

表 1 在 S2 区域选取的两组虚位移场

Tab. 1 Two group of virtual fields selected in zone S2

虚位移场 1	虚位移场 2
	
$\begin{cases} u^*(x, y) = 0 \\ v^*(x, y) = x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \epsilon_{xx}^*(x, y) = 0 \\ \epsilon_{yy}^*(x, y) = 0 \\ \gamma_{xy}^*(x, y) = 1 \end{cases}$	$\begin{cases} u^*(x, y) = 0 \\ v^*(x, y) = x(x-D)y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \epsilon_{xx}^*(x, y) = 0 \\ \epsilon_{yy}^*(x, y) = x(x-D) \\ \gamma_{xy}^*(x, y) = (2x-D)y \end{cases}$

2.3 材料的弹性参数的求解

在实验过程中,施加不同重量的载荷,测量其变形场,通过前面所选取的虚位移场,可计算得到在这些载荷下的材料的弹性参数。表 2 中给出了在 3 种载荷下用虚位移场方法计算得到的材料的杨氏模量和泊松比。在弹性范围内,其值相差不大,结果是令人满意的。

表 2 计算得到的在不同载荷下的杨氏模量和泊松比

Tab. 2 Identified results of Young's modulus and Poisson's ratio under different loadings

载荷 F(N)	杨氏模量 E(GPa)	泊松比 ν
1712	10.5	0.336
1878	10.7	0.365
2009	10.2	0.334

2.4 讨论

结合数字图像相关法测量变形场,基于虚位移场方法,计算得到了石墨材料的弹性参数。本文中两组虚位移场为“手动”方式选择,虽然可以计算得到材料的弹性参数,但没有充分利用到实际测量得到的各个应变场分量的所有有用信息。如在式(8)中,由于选取的两组虚位移场的 X 轴方向的虚应变场 $\epsilon_{xx}^*(x, y) = 0$,因此测量得到的正应变场 ϵ_{xx} 在计算中被消除了。而通过优化选择虚位移场,不仅可以充分利用实际测量得到的变形场的信息,另外还可以把测量得到的变形场的误差对求解结果的影响降到最小^[21]。相关的工作还有待进一步深入研究。

3 结论

本文针对基于虚位移场方法求解力学参数测试的方法开展研究工作。结合一种石墨材料的三点弯曲实验,利用数字图像相关法测量试件表面的非均匀变形场。通过选择两组不同的虚位移场,可以反算出材料的力学参数。对实际中更为复杂的材料参数的测量需求,结合相关的本构关系(如各向异性材料弹性本构模型、非线性弹性本构模型、弹塑性本构模型、粘弹性模型等),运用虚位移场方法,可有效地解决相关问题。研究表明,利用虚位移场方法求解力学参数的方法是一种有应用前景的方法。

参考文献:

- [1] 张如一, 沈观林, 李朝弟. 应变电测与传感器[M]. 北京: 清华大学出版社, 1999 (Zhang Ruyi, Shen Guanlin, Li Chaodi. Strain Gauge and Transducer[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1999(Chinese))
- [2] 戴福隆. 现代光测力学[M]. 北京: 科学出版社, 1990 (Dai Fulong. Modern Optical Mechanics[M]. Beijing: Science Press, 1990(in Chinese))
- [3] Rastogi P. Photomechanics (Topics in Applied Physics), Volume 1. 2000.
- [4] 戴福隆, 沈观林, 谢惠民. 实验力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 2010 (Dai Fulong, Shen Guanlin, Xie Huimin. Experimental Mechanics[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2010(Chinese))
- [5] 戴福隆, 尚海霞, 林国松等. 定向结晶材料高温蠕变规律研究[J]. 力学学报, 2002, 34(2): 186-191 (Dai Fulong, Shang Haixia, Lin Guosong, et al. Study of High Temperature Creep Deformation For Crystallizing Materials [J]. Acta Mechanica Sinica, 2002, 34(2): 186-191 (in Chinese))
- [6] ASTM D 3039/D 3039M; Standard test method for tensile properties of polymer matrix composite materials [S]. 2002.
- [7] ASTM D 5379/D 5379M; Standard test method for shear properties of composites materials by the v-notched beam method [S]. 1998.
- [8] Foudjet A, Surry C, Jullien J F. Indirect identification methods for the elastic constants of orthotropic materials and their application to wood [J]. Wood Science and Technology, 1982, 16(3): 215-222.
- [9] Cooreman S, Lecompte D, Sol H, et al. Identification of Mechanical Material Behavior Through Inverse Modeling and DIC [J]. Experimental Mechanics, 2008, 48(4): 421-433.
- [10] Lecompte D, Smits A, Sol H, et al. Mixed numerical-experimental technique for orthotropic parameter identification using biaxial tensile tests on cruciform specimens [J]. International Journal of Solids and Structures, 2007, 44(5): 1643-1656.
- [11] Le Magorou L, Bos F, Rouger F. Identification of constitutive laws for wood-based panels by means of an inverse method [J]. Composite Science and Technology, 2001, 62(4): 591-596.
- [12] Meuwissen M H, Oomens C W J, Baaijens F P T, et al. Determination of the elasto-plastic properties of aluminium using a mixed numerical experimental method [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1998, 75: 204-211.
- [13] Grédiac M. Principe des travaux virtuels et identification [J]. Comptes Rendus de l'Académie des Sciences, 1989, 309: 1-5.
- [14] Grediac M, Toussaint E, Pierron F. Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 2 - Application to in-plane properties [J]. International Journal of Solids and Structures, 2002, 39(10): 2707-2730.
- [15] Grediac M, Toussaint E, Pierron F. Special virtual fields for the direct determination of material parameters with the virtual fields method. 3. Application to the bending rigidities of anisotropic plates [J]. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40(10): 2401-2419.
- [16] Grediac M, Pierron F, Avril S, et al. The virtual fields method for extracting constitutive parameters from full-field measurements: A review [J]. Strain, 2006, 42(4): 233-253.
- [17] Chahal H, Avril S, Pierron F. Characterization of the nonlinear shear behaviour of UD composite materials using the virtual fields method [J]. Advances in Experimental Mechanics IV, 2005(3-4): 185-90.
- [18] Avril S, Pierron F, Pannier Y, et al. Stress reconstruction and constitutive parameter identification in plane-stress elasto-plastic problems using surface measurements of deformation fields [J]. Experimental Mechanics, 2008, 48(4): 403-419.
- [19] Giraudeau A, Guo B, Pierron F. Stiffness and damping identification from full field measurements on vibrating plates [J]. Experimental Mechanics, 2006, 46(6): 777-787.
- [20] Kim J H, Pierron F, Wisnom M R, Syed-Muhamad K. Identification of the local stiffness reduction of a damaged composite plate using the virtual fields method [J]. Composites Part a-Applied Science and Manufacturing, 2007, 38(9): 2065-2075.

- [21] Avril S, Grediac M, Pierron F. Sensitivity of the virtual fields method to noisy data [J]. *Computational Mechanics*, 2004, 34(6): 439–452.
- [22] Guo B, Xie H, Chen P, et al. Creep properties identification of PBX using digital image correlation [C]. *Proceedings of SPIE*, 2009, 7522: 75222V.
- [23] Surrel Y, Zhao B. Simultaneous uv displacement field measurement with a phase-shifting grid method [C]. *Proceedings of SPIE*, 1994, 66: 2342V.
- [24] Pan B, Qian K M, Xie H M, et al. Two-dimensional digital image correlation for in-plane displacement and strain measurement: a review [J]. *Measurement Science & Technology*, 2009, 20: 062001.
- [25] 潘兵, 谢惠民. 数字图像相关中基于位移场局部最小二乘拟合的全场应变测量 [J]. *光学学报*, 2007, 27(11): 1980–1986 (Pan B, Xie H M. Full-Field Strain Measurement Based on Least-Square Fitting of Local Displacement for Digital Image Correlation Method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, 27(11): 1980–1986 (in Chinese))
- [26] Guo B Q, Xie H M, Li Y J, et al. Displacement fields denoising and strains extraction by finite element method [J]. *Theoretical & Applied Mechanics Letters*, 2011, 1(1): 011004-1-4.

Application of Virtual Displacement Field for the Mechanical Property Measurement of Graphite Material

GUO Bao-qiao^{1,2}, CHEN Peng-wan¹, XIE Hui-min², DAI Fu-long², Fabrice PIERRON³

(1. State Key Laboratory of Explosion Science and Technology, School of Mechatronical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China; 2. AML, Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China; 3. LMPP, Arts et Métiers ParisTech, Rue Saint Dominique, BP 508, 51006, Châlons-en-Champagne, France)

Abstract: Optical full-field measurement is now widely applied in modern experimental mechanics. Mechanical constitutive parameters measurement, such as Young's modulus and Poisson's ratio are first focused on displacement values based on typical loading experiment including tension test or bending test combined with optical measurement (Moire technique and digital image correlation technique), then the parameters can be identified by calculation by using the load and the strain informations. In this paper, a so-called virtual displacement field method for graphite material constitutive parameters identification is presented. Non-uniform deformation field on specimen surface were measured by the digital image correlation technique, based on three-point bending test of graphite material specimen. By selecting two groups of different virtual displacement field, elastic parameters (Young's Modulus and Poisson's ratio) can be inverted. Results show that the elastic parameters of graphite can be successfully identified by this method. Virtual displacement field method has a good potential in further application of material mechanical behavior inspection.

Keywords: virtual displacement field method; photomechanics; constitutive parameters; inverse problem; Non-uniform deformation field