

文章编号: 1001-4888(2017)05-0699-19

数字图像相关的噪声导致系统 误差及散斑质量评价标准^{*}

苏勇, 张青川

(中国科学技术大学 近代力学系 中科院材料力学行为和设计重点实验室, 合肥 230027)

摘要: 数字图像相关中散斑质量评价标准应该综合考虑系统误差和随机误差的作用。之前的工作考虑了无图像噪声情况下插值引起的系统误差, 本文则进一步研究了有图像噪声情况的系统误差, 并与随机误差综合考虑提出了完善的散斑质量评价参数。本文推导了有噪声情况下系统误差的解析形式, 揭示了噪声引入系统误差产生的内在本质在于插值引起噪声不确定性对亚像素位置的依赖。依据理论分析, 插值噪声耦合函数的概念被引入, 它由插值基函数平移平方和的斜率决定, 表征了噪声引入系统误差随亚像素位置的变化。插值耦合函数将之前的研究成果纳入统一的理论体系, 并从本质上解释了高阶 B-样条插值对应的噪声引起系统误差较小的现象。数值模拟与本文的理论分析显示一致, 在真实的亚像素平移实验验证中, 本文将公式推广到非均匀噪声情况, 并与实验结果获得了较好的吻合。基于对系统误差的理论分析, 综合考虑系统误差和随机误差影响, 提出了两种计算误差评估参数: 总误差的最大值和平方平均值, 并提出了快速估计算法且通过数值模拟进行了验证。计算误差评估参数实际也是一种散斑质量评价参数, 提出的评估参数弥补了现存散斑质量评价参数未足够考虑插值影响的缺陷, 是更完善的散斑质量评价标准。本文应用新提出的散斑评价参数对一些常见散斑图进行了评价, 并将其用于对模拟散斑图的优化。

关键词: 数字图像相关; 散斑质量评价; 噪声导致系统误差

中图分类号: O348.1

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-17-304

0 引言

数字图像相关方法自 20 世纪 80 年代提出以来^[1], 已经发展成为一种简便、有效的光学测量手段, 获得了广泛的应用^[2-6]。数字图像相关方法的基本原理是通过试件表面的纹理, 匹配变形前后子区中心点的对应位置, 从而获得全场的位移及应变。数字图像相关方法要求试件表面有足够的纹理信息, 故而通常需要在试件的表面制作散斑图案。散斑图案的质量对数字图像相关的计算精度有重要的影响, 这是数字图像相关技术的研究者和使用者都非常关心的问题^[7, 8]。在长期的研究和实践中, 已经形成了对优质散斑图的一些定性共识, 例如散斑图案要各向同性, 非周期性, 细节丰富, 具有良好的对比度, 散斑颗粒尺寸为 3~5pixels 而且颗粒尺寸分布均匀^[9], 然而对于一种精确的光学测量手段, 更重要的是定量的散斑质量评价参数。散斑质量评价参数与数字图像相关计算误差的评价紧密相关, 完善的散斑

^{*} 收稿日期: 2017-06-16; 修回日期: 2017-08-07

基金项目: 国家自然科学基金(11332010, 11627803, 11472266)和国家重点基础研究发展计划(2011CB302105)资助

通讯作者: 张青川(1962—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向: 铝合金的 PLC 效应、光镊技术、微量生化传感检测、数字图像相关等方面。Email: zhangqc@ustc.edu.cn

质量评价参数依赖于对数字图像相关技术中误差的详尽分析。数字图像相关技术中的位移测量精度约为百分之几个像素。该测量精度受到诸多因素的影响,总体可以分为随机误差和系统误差两类。

数字图像相关的随机误差由图像噪声引起,与图像噪声强度、子区大小以及散斑图案质量有关。在数字图像相关领域,王志勇等分析了图像噪声引起匹配的随机误差,表明在自相关实验中随机误差与噪声方差成正比,与相邻子区灰度差的平方和呈反比^[10];潘兵等将王志勇的工作推广到二维,并进一步提出了子区灰度梯度平方和的概念,表明增大图像子区中的灰度梯度平方和可以减小随机误差^[11];Wang 等的研究表明插值算法对随机误差的影响可以忽略,并提出通过子区对应 Hessian 矩阵的逆来估计相关计算随机误差的大小^[12];潘兵等进一步考虑了形函数过匹配的情况,从理论上证明二阶形函数的随机误差基本是一阶形函数的两倍^[13]。可以看到,在噪声引起的相关计算随机误差方面,学者们已经做了比较完善的工作。

数字图像相关的系统误差主要由插值误差、形函数欠匹配引起,图像噪声在部分算法实现中也会引入系统误差。由于形函数欠匹配引起的系统误差与内在变形相关^[14],而散斑评价参数应独立于具体的变形形式,故而本文仅考虑形函数匹配的情况。系统误差来源中直接与散斑图案紧密关联的是插值误差和图像噪声。对于无噪声情况,插值误差会引起正弦形式的系统误差,称之为插值偏差^[15]。本课题组在之前的工作中提出了插值偏差核的概念,揭示了插值偏差的内在机理,并给出了通过图像功率谱和插值偏差核对插值偏差进行估计的解析表达^[16]。实际图像不可避免存在噪声,Wang 对图像亚像素平移的研究指出,采用最小平方距离准则有噪声情况下系统误差由两部分组成,一部分是无噪声情况下的插值偏差,另一部分由图像噪声与亚像素插值耦合效应产生,随亚像素平移量呈周期性变化,称为噪声引入系统误差;Wang 推导了线性和三次插值对应噪声引入系统误差的解析形式,并表明当图像噪声较大或者图像对比度较差时,噪声引入系统误差可能远大于插值偏差^[12]。遗憾的是,Wang 对噪声引入系统误差的理论分析并不适用于当前普遍使用的 B-样条和性能优异的 O-MOMS 插值算法^[17],因为 B-样条和 O-MOMS 算法属于一般类型的卷积型插值算法^[18],基函数具有无穷大的非零域。作为 Wang 工作进一步的补充完善,Sutton 将讨论推广到一般插值算法。Sutton 指出噪声引入系统误差与噪声方差成正比,与灰度梯度平方和呈反比,但是噪声引入系统误差对亚像素平移量的直接依赖关系仍不清楚^[9],故而噪声引入系统误差仍是有待解决的问题。噪声引入系统误差的存在性也是悬而未决的问题,Amiot 等发现对于 CNRS 社区的 9 种 DIC 实现,有些存在噪声引入误差,而有些不存在,然而其深层机制不明^[19]。值得指出的是,虽然对图像预滤波可以减少图像高频分量,从而降低系统误差^[20],但是预滤波会降低测量的空间分辨率^[19],同时最近亚像素平移实验研究表明,高频分量的丢失会降低图像信息,增大计算的不确定性^[21],这表明系统误差是不可忽略的。虽然最近的研究表明反向高斯牛顿法不存在噪声导致系统误差^[22],改进的梯度算法可以有效降低噪声导致系统误差^[23],但是作为一个科学问题,研究噪声导致系统误差的本质及产生的深层机理仍然是有意义的。

数字图像相关的测量精度需要综合考虑系统误差和随机误差。随机误差可以快速估计,系统误差由于前文所述理论上的瓶颈难以快速获得。由于系统误差估计遇到的困境,当前估计数字图像相关计算误差的主流手段是通过数值方法生成一系列亚像素平移的散斑图,随后添加噪声进行相关计算,将数字图像相关的计算结果与真实平移量进行比较得到系统误差和随机误差。该方法繁琐耗时费力,而且得到的数据点有限。如果能得到系统误差的解析形式,那么就可以快速估计计算误差,同时也为散斑质量评估和优化提供了便利。

散斑质量评价参数与计算误差评价参数紧密关联,优质的散斑图既不会引起过大的系统误差也不会引起过大的随机误差,完善的散斑评价也应该综合考虑随机误差和系统误差。当前存在的散斑评价参数中,平均灰度梯度(mean intensity gradient, MIG)^[8]由于计算简单,效果较好,已被广泛采用^[24]。但是平均灰度梯度仅与散斑图灰度梯度关联,即考虑如何提高散斑图灰度梯度来降低噪声的影响。如果按照该标准,散斑颗粒应该越细密越好,比如 GOM 公司推荐的散斑与 CSI 公司推荐的散斑相比,显得颗粒细小,密度和反差都比较高。小的散斑颗粒和高衬度的二值化散斑虽然平均灰度梯度大,抵抗噪声能力较强,但是会引起图像高频分量的增多,从而增大插值偏差。尤其当散斑颗粒过小时,欠采样引

起的插值误差远远大于噪声引起的误差,会引起总误差急剧的增大。综合考虑,散斑颗粒的合适尺寸应为 3~5pixels。平均灰度梯度也无法评价关于高衬度的二值化散斑和灰阶均匀过渡的散斑的优劣。已有的其他散斑评价参数^[25]也有类似的问题,这说明以往存在的散斑评价标准由于没有考虑插值的影响,并不完善。

本文的目标在于提出一种更完善的散斑质量评价参数,从而促进散斑的标准化^[26,27]。本文的具体思路如下,首先讨论系统误差中噪声引入系统误差的存在性及其估计,随后综合考虑系统误差和随机误差对数字图像相关总误差进行一个综合的评价,计算误差评价参数实际上也是一种散斑质量评价参数,可以用于评价和优化散斑。本课题组之前的工作讨论了无噪声情况下的插值偏差,本文则考虑噪声的作用,是进一步的深化和完善。本文结构如下:第 2 部分首先从空域的角度讨论噪声引起系统误差的原因,随后详细分析插值与噪声的耦合效应,给出噪声引起系统误差的解析表达式,并通过数值模拟和真实的亚像素平移实验进行了验证;第 3 部分综合考虑插值偏差和噪声误差的影响,提出一种综合考虑随机误差和系统误差更完善的散斑质量评价方法,并给出了评价参数的快速估计算法;随后对一些常见的散斑图进行评估,并将该评价参数用于模拟散斑图的优化;第 4 部分对全文进行总结。

1 噪声引起的系统误差

1.1 噪声引起系统误差的原因

本节通过对最小平方距离(sum of squared difference, SSD)准则和互相关(cross correlation)准则相关计算结果的比较,阐明噪声产生额外系统误差的原因在于插值引起噪声不确定性对亚像素位置依赖,并给出了均匀独立噪声情况下图像灰度噪声方差随亚像素位置变化的解析形式。

为了讨论的简洁性,考虑一维函数平移。设原始函数为 $f(x)$,定义域为整个实域(对于有限定义域的函数,可以通过补 0 延拓)。平移 u_0 单位得到平移函数 $f(x-u_0)$,采样后插值重构函数为 $g(x)$ 。由最小平方距离准则和互相关准则,估计的平移量 u 分别满足

$$\begin{aligned} u_{CC} &= \operatorname{argmax} C_{CC}, \quad C_{CC} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} f(m) g(m+u), \\ u_{SSD} &= \operatorname{argmin} C_{SSD}, \quad C_{SSD} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} [f(m) - g(m+u)]^2 \end{aligned} \quad (1)$$

考虑噪声的影响,对参考图整像素位置添加噪声 $\epsilon_f(m)$,则 $f_n(m) = f(m) + \epsilon_f(m)$;对变形图整像素位置添加噪声 $\epsilon_g(m)$,会对亚像素位置的插值结果有影响, $g_n(x) = g(x) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} \epsilon_g(k) \varphi(x-k)$,其中 $\varphi(x)$ 为卷积型插值基函数。实际情况中模板尺寸是有限值,故而假设在 N 个采样点存在相互独立标准差为 σ_f 和 σ_g 的噪声分布,在公式(1)中用有噪声的灰度 f_n 和 g_n 替代无噪声的灰度 f 和 g ,对 C_{CC} 和 C_{SSD} 求期望

$$\begin{aligned} E\{C_{CC}\} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} f(m) g(m+u) \\ E\{C_{SSD}\} &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} [f(m) - g(m+u)]^2 + N\sigma_f^2 + N\sigma_g^2 \Theta(u) \end{aligned} \quad (2)$$

其中 $\Theta(u) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \varphi^2(u-k)$ 。

相关计算通过最优化方法求取 CC 的最大值或者 SSD 的最小值。在 SSD 准则中 $\Theta(u)$ 是亚像素位置 u 的函数,故而会引起额外的系统误差,而且该系统误差与 $\Theta'(u)$ 相关。该项产生的原因是由于插值的影响,即使整像素位置噪声方差相同,亚像素位置噪声方差 $\sigma^2(u)$ 也会随着亚像素位置而变化:

$$\sigma^2(u) = \sigma_g^2 \sum_{k=-\infty}^{\infty} \varphi^2(u-k) \quad (3)$$

显然 $\sigma^2(u)$ 是周期为 1 的周期函数。

本文通过数值模拟验证上述结论,采用的一维散斑如图 1 所示。这些一维函数由高斯散斑组

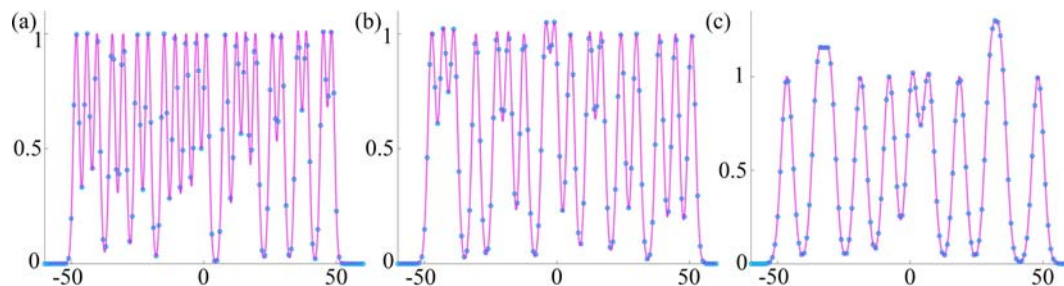


图 1 本文模拟采用的一维高斯散斑(为了便于读者比较噪声的影响, 这些散斑与文献[16]中完全相同)。(a) 半径 1.5;(b)半径 2.0;(c)半径 3.0

Fig. 1 Speckle patterns utilized for numerical simulations (there patterns are the same as that in Ref. [16] to facilitate comparisons). (a) radius 1.5; (b) radius 2.0; (c) radius 3.0

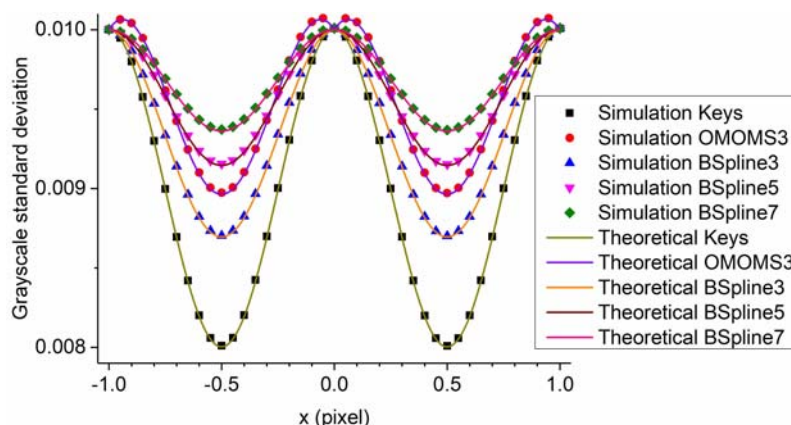


图 2 插值后的噪声标准差随亚像素位置变化

Fig. 2 The position dependence of standard deviation of interpolated noise

成^[28],固定占空比为 65%,对应的散斑半径分别为 1.5, 2.0, 3.0。为了便于对比噪声的影响,这些一维散斑与文献[16]完全相同。对图 1(a)所示的一维模拟散斑整像素位置添加均值为 0、标准差 $\sigma=0.01$ 的噪声,采用 Keys、B-样条和 O-MOMS 插值算法对亚像素灰度进行插值,重复计算 100 万次。图 2 显示了在 $[-1,1]$ 区间内不同插值算法对应亚像素位置的图像灰度标准差 $\sigma(u)$ 的模拟结果和由公式(3)的理论估计结果。可以观察到,数值模拟与理论公式高度一致。观察图 2,不同插值算法引起噪声的变化是不同的,高阶的 B-样条插值对应的波动更小;O-MOMS 插值算法由于插值基函数在 0 点处不可导,故而引起 $\Theta(u)$ 导数的不连续;Keys 和 B-样条插值算法由于连续性和对称性,在整像素和半像素位置取得极值。

在采用 CC 准则的情况下,不存在耦合项,故而可以认为插值与噪声的共同存在不会引入额外的系统误差。上述只是定性的解释,需要通过模拟实验来验证。对图 1(a)所示的函数进行平移,生成间隔是 0.05pixel 总共平移 1pixel 的一系列散斑图。对平移散斑图在整像素位置添加均值为 0 的高斯白噪声,噪声标准差分别为 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05,重复 10 万次。将含有噪声的函数与图 1(a)所示的函数进行相关计算。相关计算采用三次 B-样条插值,对于互相关准则采用黄金分割搜索法计算 CC 最大值位置,对于最小平方距离准则使用高斯牛顿法计算 SSD 最小值。图 3(a)和图 3(b)分别显示了在采用三次 B-样条插值情况时,不同噪声情形下的系统误差和随机误差。CC 准则的系统误差基本不随噪声变化而改变,随机误差随着噪声增大而增大,于是在采用 CC 准则的情况下不存在插值和噪声耦合引入的额外误差。此外,可以观察到采用 CC 准则与 SSD 准则的系统误差有明显不同,CC 准则对应的系统误差是先向下偏转,而 SSD 准则对应的系统误差是先向上偏转,而且 CC 准则的系统偏差远大于 SSD 准则。这个现象可以通过插值偏差核的概念来予以解释。采用傅里叶方法进行和文献[16]类似的推导,可以获得 CC 准则系统误差的解析表达式

$$u_e \approx C \sin 2\pi u_0$$

$$C = \frac{1}{2\pi} \frac{\int_{-1/2}^{1/2} E_{CC}(\nu) |\hat{f}(\nu)|^2 d\nu}{\int_{-1/2}^{1/2} \nu^2 \hat{\varphi}(\nu) |\hat{f}(\nu)|^2 d\nu} \quad (4)$$

$$E_{CC}(\nu) = (\nu - 1)\hat{\varphi}(\nu - 1) - (\nu + 1)\hat{\varphi}(\nu + 1)$$

其中 $E_{CC}(\nu)$ 是采用 CC 准则时对应的插值偏差核; $|\hat{f}(\nu)|^2$ 表示功率谱。在本文中, $\hat{f}(\nu)$ 表示函数 $f(x)$ 的傅里叶变换。在采用 SSD 准则时插值偏差核为

$$E_{SSD}(\nu) = (\nu - 1)\hat{\varphi}(\nu - 1) - (\nu + 1)\hat{\varphi}(\nu + 1) + \hat{\varphi}(\nu)[\hat{\varphi}(\nu - 1) + \hat{\varphi}(\nu + 1)] \quad (5)$$

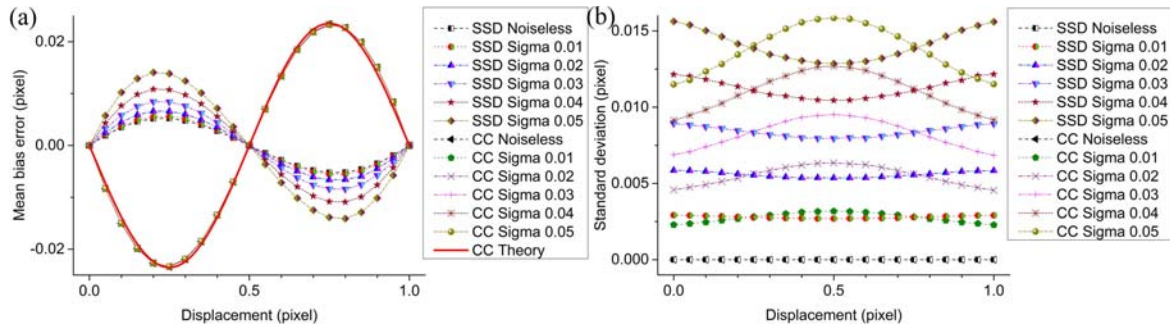


图3 (a)系统偏差;(b)随机偏差

Fig. 3 (a) mean bias error; (b) standard deviation error

图4显示了不同插值算法和相关准则对应的插值偏差核。观察图4,采用CC准则时 $E_b(\nu) < 0$, 而采用SSD准则时 $E_b(\nu) > 0$, 这就解释了翻转方向不同的原因。同时插值偏差核也解释了为什么CC准则的结果要比SSD准则差。同时,可以观察到很有趣的现象,SSD准则的方差随亚像素位置是凸函数,而CC准则对应的是凹函数。

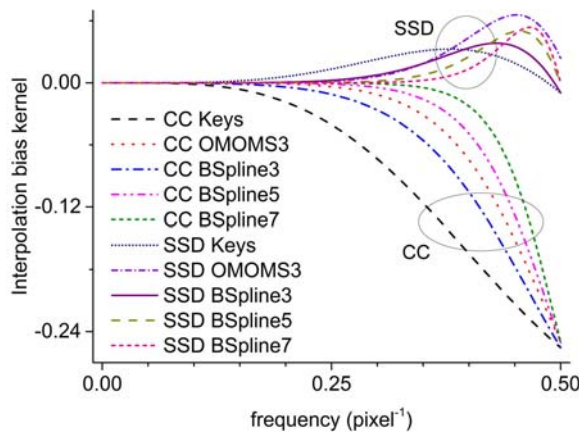


图4 最小平方距离准则和互相关准则对应的插值偏差核

Fig. 4 Interpolation bias kernels corresponding to SSD and CC criterions

Amiot 指出系统误差与数字图像相关算法的具体实现相关,有些系统误差基本与噪声无关,有些受到噪声非常强的影响^[19]。本文则从理论上证明采用CC准则不存在噪声引入系统误差,不过数字图像相关算法的实现与诸多因素有关,故而噪声引入系统偏差的存在性也是需要未来继续研究的问题。虽然采用CC准则不存在噪声引入的系统误差,但CC准则的插值误差远大于SSD准则,同时由于SSD准则具有最小二乘的形式,可以通过简化的牛顿-拉普森方法快速计算,所以普遍被采用。文献中主要应用SSD准则,故而在下面的研究中本文也主要讨论SSD准则。

1.2 系统误差的理论分析

本节推导SSD准则下有噪声情况数字图像相关中平移的系统误差的解析形式。假设原始函数为 $f(x)$, 重构函数为 $g(x)$, 参考图的图像噪声为 ϵ_f , 变形图的噪声为 ϵ_g , 若采用最小平方距离准则

$$\phi(u) = \sum_n [f(n) + \epsilon_f(n) - g(n+u) - \epsilon_g(n+u)]^2 \quad (6)$$

将公式(6)分为与噪声相关和与噪声无关的两部分,

$$\begin{aligned} \phi(u) &= \Gamma(u) + \Lambda(u) \\ \Gamma(u) &= \sum_n [f(n) - g(n+u)]^2 \\ \Lambda(u) &= 2 \sum_n [f(n) - g(n+u)][\epsilon_f(n) - \epsilon_g(n+u)] + \sum_n [\epsilon_f(n) - \epsilon_g(n+u)]^2 \end{aligned} \quad (7)$$

数字图像相关的计算结果满足 $\phi'(u)=0$, 从而

$$\Gamma'(u) + \Lambda'(u) = 0 \quad (8)$$

计算结果 u 包含误差 u_e , 即 $u = u_0 + u_e$, 而 u_e 通常是小量

$$u_e \approx -\frac{\Gamma'(u_0) + \Lambda'(u_0)}{\Gamma''(u_0) + \Lambda''(u_0)} \quad (9)$$

假设分母可以由其期望近似, 那么 u_e 的期望和方差为

$$\begin{aligned} E\{u_e\} &\approx -\frac{\Gamma'(u_0) + E\{\Lambda'(u_0)\}}{\Gamma''(u_0) + E\{\Lambda''(u_0)\}} \\ \text{Var}(u_e) &\approx \frac{\text{Var}(\Lambda'(u_0))}{[\Gamma''(u_0) + E\{\Lambda''(u_0)\}]^2} \end{aligned} \quad (10)$$

若模板中有 N 个点噪声标准差均为 σ , 则

$$E\{u_e\} \approx \frac{\sum_n [f(n) - g(n+u_0)]g'(n+u_0) - N\sigma^2 \sum_k \varphi(u_0 - k)\varphi'(u_0 - k)}{\sum_n g'^2(n+u_0) - \sum_n [f(n) - g(n+u_0)]g''(n+u_0) + N\sigma^2 \sum_k [\varphi'^2(u_0 - k) + \varphi(u_0 - k)\varphi''(u_0 - k)]} \quad (11)$$

公式(11)即是系统误差的解析形式。

本文通过模拟对公式(11)进行验证, 所采用的散斑图如图 1 所示。在整像素位置添加相互独立的高斯噪声, 高斯噪声的标准差分别为 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 重复相关计算 10 万次。相关采用高斯牛顿法, 0 阶形函数, 迭代收敛要求增量小于 $1e-7$, 插值分别采用三次 B-样条插值和五次 B-样条插值。图 5 显示了 DIC 的计算结果和公式(11)的理论估计结果。观察图 5, 随着散斑颗粒的增大, 对应的散斑灰度梯度平方和减小, 插值偏差减小; 然而由于灰度梯度的减小, 噪声引起的系统偏差增大, 在高噪声情况下大散斑颗粒对应的总体误差甚至更大。对于同样的散斑, 采用高阶的 B-样条插值可以同时减小插值偏差和耦合偏差, 这点与文献[9]中的报道是一致的。

1.3 系统误差的简化形式

由于公式(11)形式比较复杂, 将其进行简化会是非常有意义的。公式(11)分母包含三项, 其中 $\sum_k [\varphi'^2(u_0 - k) + \varphi(u_0 - k)\varphi''(u_0 - k)]$ 是仅由插值决定的周期函数, 是 1 的量级。由于 $f(n)$ 约等于 $g(n+u_0)$, 故而 $\sum_n g'^2(n+u_0)$ 远远大于 $\sum_n [f(n) - g(n+u_0)]g''(n+u_0)$ 。以往的文献认为参考图与变形图的灰度梯度平方和近似相等, 即 $\sum_n g'^2(n+u_0)$ 约等于 $\sum_n f'^2(n)$, 然而并没有从理论上进行解释。本文可以通过理论分析来获取灰度梯度平方和和亚像素位置之间的关系, 采用类似于以前工作的频域方法, 假设 $f(x)$ 满足采样定理, 那么

$$\sum_n g'^2(n+u) = 4\pi^2 \int_{-1/2}^{1/2} \left| \sum_m e^{j2\pi(\nu-m)u} (\nu-m) \hat{\varphi}(\nu-m) \right|^2 |\hat{f}(\nu)|^2 d\nu \quad (12)$$

考虑到插值的低通滤波效应, 可以仅考虑 $\hat{\varphi}(\nu)$ 和 $\hat{\varphi}(\nu \pm 1)$, 同时仅考虑基频的近似, 那么

$$\begin{aligned} \sum_n g'^2(n+u) &\approx 4\pi^2 \int_{-1/2}^{1/2} E(\nu) |\hat{f}(\nu)|^2 d\nu \\ E(\nu) &= [(\nu-1)^2 \hat{\varphi}^2(\nu) + \nu^2 \hat{\varphi}^2(\nu-1) + (\nu+1)^2 \hat{\varphi}^2(\nu+1)] \\ &\quad + 2\nu \hat{\varphi}(\nu)[(\nu-1)\hat{\varphi}(\nu-1) + (\nu+1)\hat{\varphi}(\nu+1)] \cos 2\pi u_0 \end{aligned} \quad (13)$$

本文称 $E(\nu)$ 为灰度梯度平方和核。图 6 给出了对图 1 中散斑图进行亚像素平移计算得到的灰度梯度

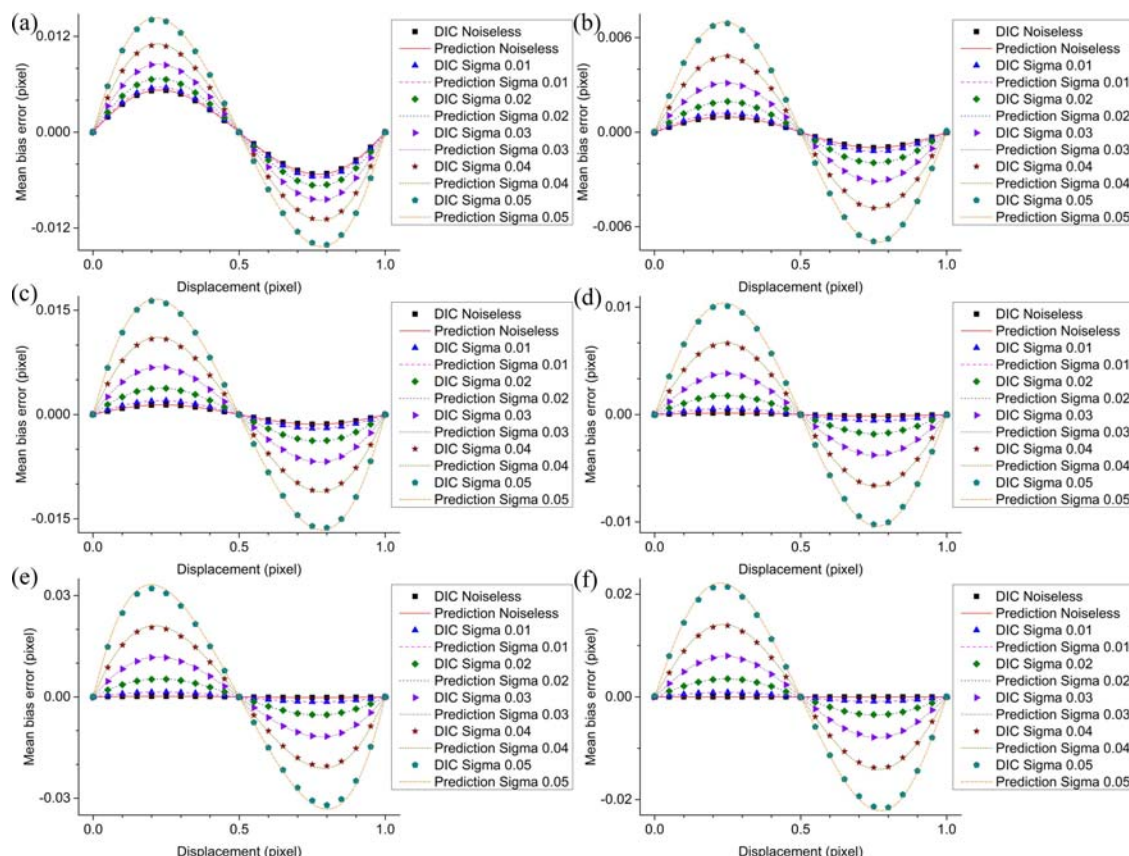


图5 (左边) 采用三次 B-样条插值的系统偏差; (右边) 采用五次 B-样条插值的系统偏差。

从上到下分别对应半径 1.5, 2.0, 3.0 的结果。

Fig. 5 (left) mean bias errors using cubic B-spline; (right) mean bias errors using quintic B-spline.

From top to bottom, mean bias errors corresponding to radii 1.5, 2.0, and 3.0 respectively.

平方和 $\sum_n g'^2(n+u_0)$ 以及采用公式(13)进行理论估计的结果。图6显示理论估计与数值模拟结果获得了较好的一致性, 灰度梯度平方和随亚像素平移量呈包含直流分量的余弦形式, 对于小的散斑颗粒, 高频成分较多, 故而波动较大。对于同样的散斑图, 由于高阶 B-样条的频率响应绝对值更小, 所以高阶 B-样条插值的波动更小。由于波动相对来说是高频量, 所以认为 $\sum_n g'^2(n+u_0)$ 约等于 $\sum_n f'^2(n)$ 是合理的。

如果平均灰度梯度平方 $\overline{f'^2} = \sum_n f'^2(n)/N$ 远大于噪声方差 σ^2 , 可以得到系统偏差的近似公式

$$E\{u_e\} \approx u_{ib} + u_{nb}$$

$$u_{ib} = \frac{\sum_n [f(n) - g(n+u_0)] g'(n+u_0)}{\sum_n g'^2(n+u_0)}, \quad u_{nb} = -\frac{N\sigma^2 \sum_k \varphi(u_0-k) \varphi'(u_0-k)}{\sum_n g'^2(n+u_0)} \quad (14)$$

其中 u_{ib} 单纯由插值引起, 随亚像素平移量 u_0 呈类似于正弦形式的变化, 以往的文献里进行了详尽的讨论; u_{nb} 是由于插值和噪声的耦合效应, 也就是由于噪声的方差随着亚像素位置的变化而变化所引起的。本文定义 $\Phi(u_0) = -\sum_k \varphi(u_0-k) \varphi'(u_0-k)$, 并称之为插值噪声耦合函数。如果忽略灰度梯度平方和随着亚像素位置的变化, 那么

$$E\{u_e\} \approx C \sin 2\pi u_0 + \Phi(u_0) \frac{\sigma^2}{\overline{f'^2}} \quad (15)$$

也就是耦合项分为两部分, 一部分是由插值噪声耦合函数 $\Phi(u_0)$ 决定, 另一部分则是噪声方差与平均灰度梯度平方之比。公式(15)由散斑的统计参数决定, 而与模板大小无关, 这解释了为什么以往的研究表

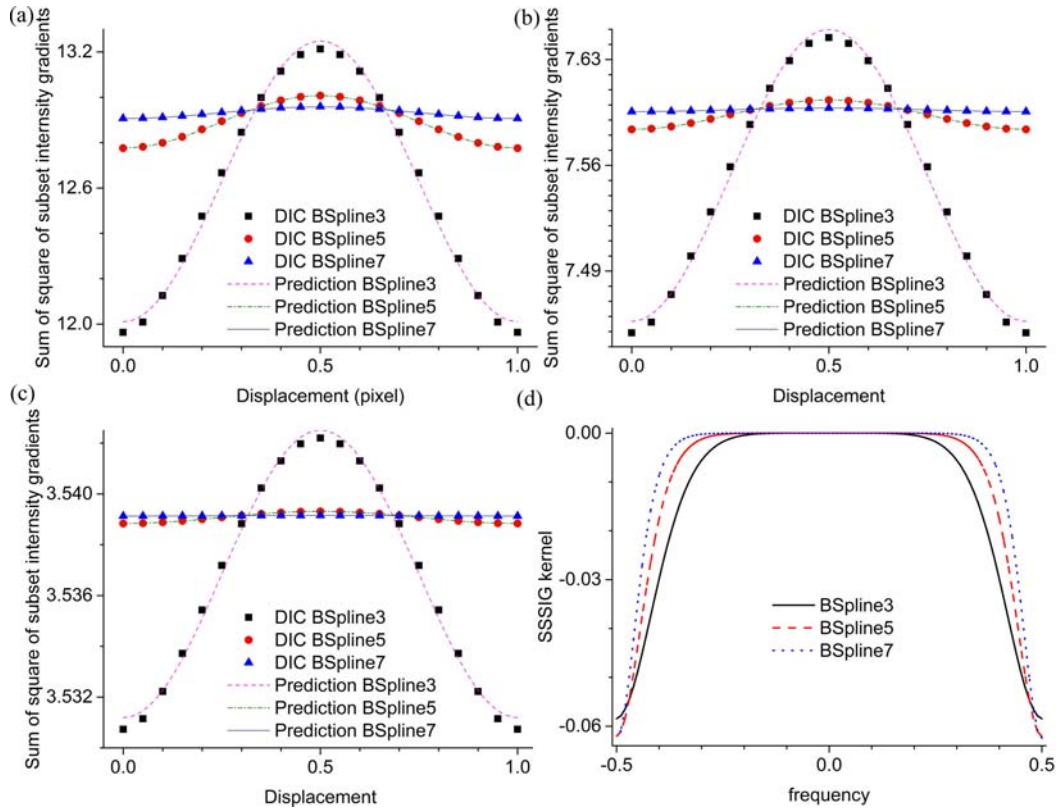


图6 由于插值引起的灰度梯度平方和随亚像素位置的变化。

(a, b, c) 分别对应半径 1.5, 2.0, 3.0 的结果; (d) 不同算法对应的灰度梯度平方和核

Fig. 6 The position dependence of SSSIG caused by interpolation.

(a, b, c) results corresponding to radii 1.5, 2.0, and 3.0 respectively;

(d) SSSIG kernels corresponding to various interpolation algorithms

明系统误差并不会随模板大小而变化^[29]。可以通过模拟验证公式(15)。插值偏差已经被验证^[16], 本文的重点是验证噪声引起的系统误差。对图5的计算结果进行处理, 用有噪声时的系统偏差减去无噪声的系统偏差可以认为是噪声引入的系统偏差, 将 DIC 的计算结果与理论估计值进行比较, 如图7所示。可见噪声引入的系统偏差随噪声的增大而增大; 小散斑由于灰度梯度平方和较大, 从而抗噪能力强, 噪声引入的系统误差较小; 高阶的 B-样条插值有较小的噪声引入的系统误差。

高阶的 B-样条插值对应的噪声引入的系统偏差更小的原因可以用本文的公式进行解释。由于 $\Phi(u_0)$ 是周期为 1 的周期函数, 故而可以进行傅里叶级数展开, 经过一系列推导, 其傅里叶展开的系数可以通过插值传递函数求得

$$\Phi(u_0) = \sum_{m=-1}^{\infty} a_m \sin(2\pi m u_0), \quad a_m = 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} \hat{\varphi}(\nu) \hat{\varphi}(m - \nu) d\nu \quad (16)$$

可以用傅里叶级数系数的大小来估计噪声引入系统误差, 尤其基频的系数 a_1 决定了量级。由公式(16)可见, 插值混叠效应明显的插值算法对应的 a_m 更大, 这就从理论上解释了为什么高阶的 B-样条插值具有更小的噪声引入的误差。

Wang 等^[12]曾经讨论过线性和三次插值, 实际是本文公式的特殊情况。以线性插值为例, 线性插值的插值基函数为

$$\varphi_{\text{linear}}(x) = \begin{cases} 1 - |x| & -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (17)$$

对应地

$$\Phi_{\text{linear}}(x) = -[-(1-x) + x] = 1 - 2x \quad \text{when } 0 \leq x \leq 1 \quad (18)$$

这与文献[12]是一致的, 而本文的结果更具一般性, 推导也相对简单。

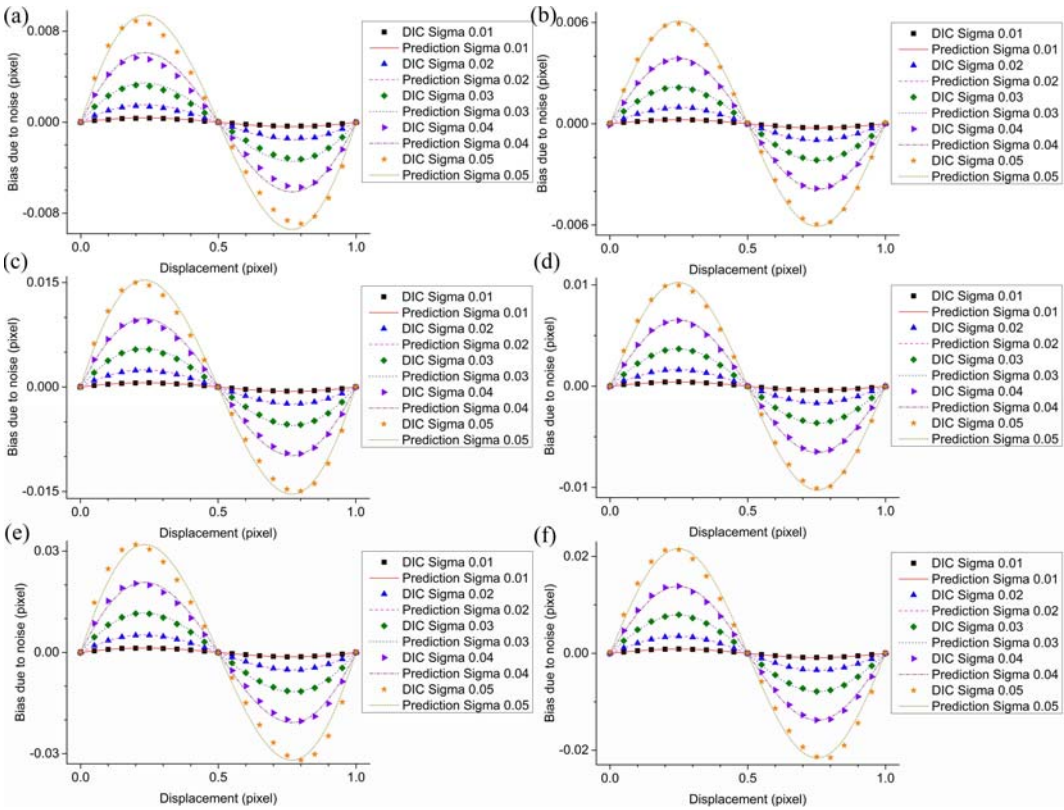


图 7 (左边)采用三次 B-样条插值噪声引入的系统偏差;(右边)采用五次 B-样条插值噪声引入的系统偏差。从上到下分别对应半径 1.5, 2.0, 3.0 的结果。

Fig. 7 (Left) noise-induced biases using cubic B-spline; (Right) noise-induced biases using quintic B-spline. From left to bottom, noise-induced biases corresponding to radii 1.5, 2.0, and 3.0 respectively.

表 1 不同插值算法对应插值噪声耦合函数的前三阶傅里叶级数展开系数
Tab. 1 The Fourier coefficients of the first three orders of interpolation-noise coupling function for different interpolation algorithms

插值算法	a_1	a_2	a_3
Keys	0.561132	0.035677	0.008680
三次 O-MOMS	0.340200	-0.053092	-0.043962
三次 B-样条	0.380988	0.022756	0.005378
五次 B-样条	0.256827	0.001654	0.000136
七次 B-样条	0.193976	0.000137	0.000004

1.4 系统误差的实验验证

本节通过亚像素平移实验验证插值与噪声的耦合公式,实验方法参见文献[30]。该方法的思路是将散斑图显示在电脑屏幕上,通过电脑屏幕整像素的平移,实现相机采图的亚像素平移。在实验过程中对于每一个平移过程采集 100 幅散斑图。本文的数据处理流程如图 8 所示。计算插值偏差的计算过程如图 8(a)所示,通过对 100 幅采集的有噪声的散斑图进行平均,得到平均后的散斑图,平均得到的变形图可以认为消除了噪声的影响。本文研究噪声引入的系统误差,其计算过程如图 8(b)所示,参考图与 100 张有噪声的散斑图进行相关计算,得到 100 个相关计算结果,然后对这 100 个相关计算结果进行平均得到有噪声情况下的系统误差。为了考虑散斑颗粒的影响,如图 9(a1)(b1)(c1)所示采用了三种半径不同的散斑图案。

为了对系统误差进行估计,需要知道噪声的分布,可以通过 100 幅图的标准差估计相机的噪声,计算得到的标准差如图 9(a2)(b2)(c2)所示。实验中观察到各点的噪声是不同的,和散斑本身的灰度呈

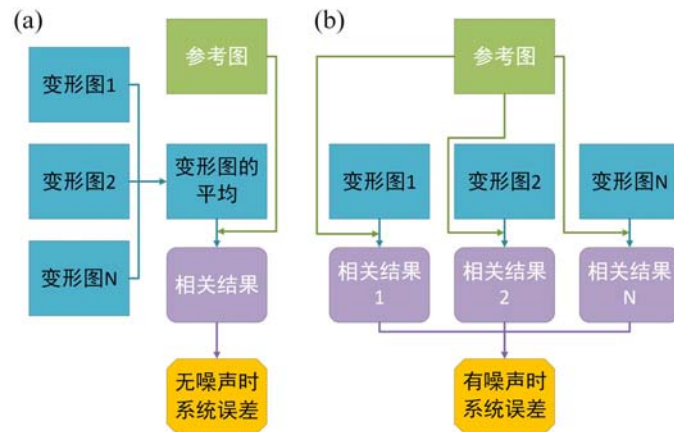


图 8 无噪声(a)和有噪声(b)系统误差的计算流程图

Fig. 8 Computational flows (a) without noise and (b) with noise

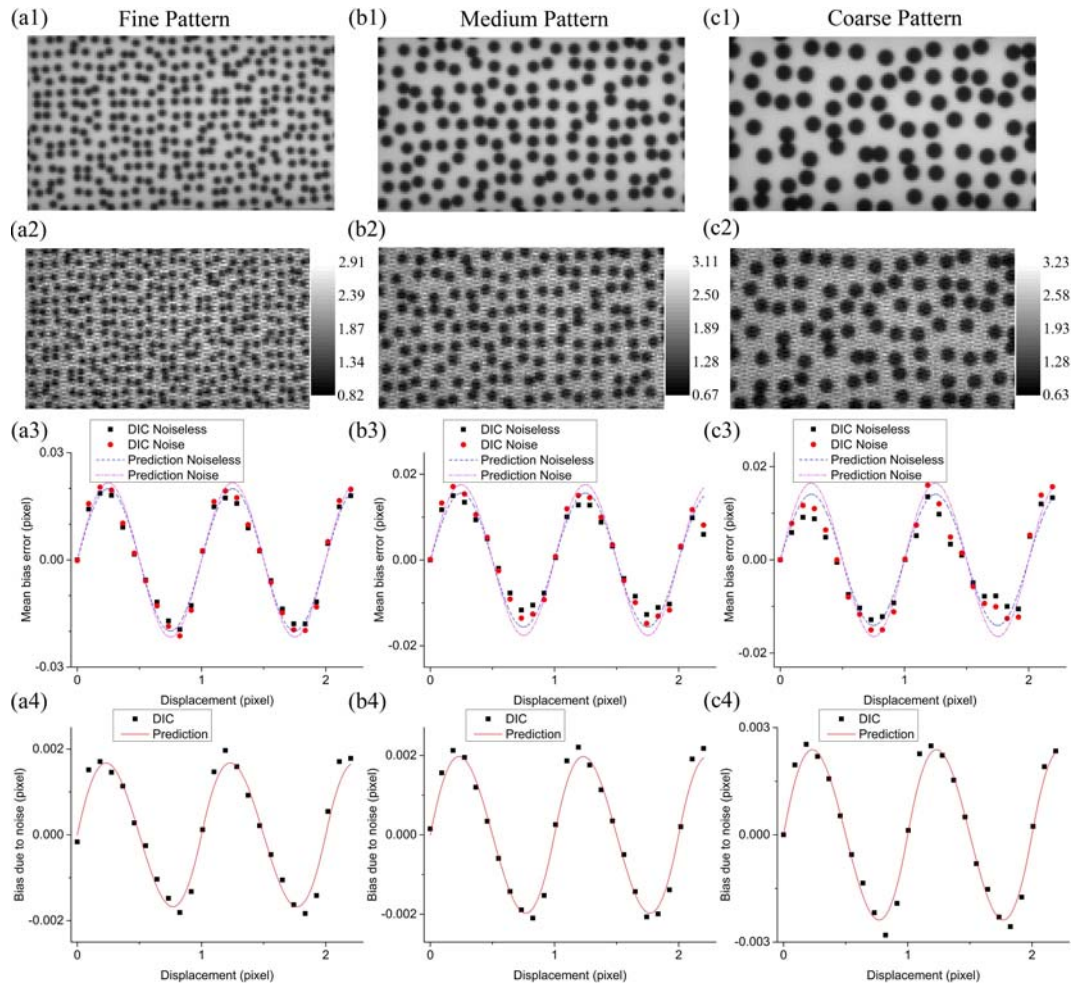


图 9 实验验证耦合项的影响。从左到右,不同颗粒大小的散斑,直径分别约为 4pixels, 6pixels, 8pixels。从上到下分别为计算模板散斑图,图像噪声,有噪声和无噪声对应的系统误差,噪声引入系统误差的实验结果和理论估计值。

Fig. 9 The experimental verification of the coupling of interpolation and noise. From left to right, different speckle radii with diameters 4 pixels, 6 pixels, and 8 pixels respectively. From top to bottom: correlation subset, image noise, systematic errors with and without noise, the experimental and theoretical results of noise-induced bias.

正相关。因此有必要将公式推广到各点噪声不同的情况,可以采用类似于前面的推导过程:

$$E(u_e) \approx C \sin 2\pi u_0 + \Phi(u_0) \frac{\bar{\sigma}^2}{f'^2}, \quad (19)$$

$$\bar{\sigma}^2 = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sigma^2(m, n) / MN, \quad \overline{f'^2} = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^M f'^2(m, n) / MN$$

其中 M 和 N 分别是子区的高度和宽度,也就是用平均图像噪声方差 $\bar{\sigma}^2$ 替代假设的噪声方差 σ^2 。由于采用的是相同相机而且散斑的占空比是一定的,所以平均噪声基本相同(表2)。

数字图像相关实现采用 SSD 准则、0 阶形函数、正向高斯牛顿法。本文主要关心系统误差,由于参考图的噪声不会引入系统误差,故而参考图采用的是 100 幅散斑图的平均,可以认为参考图不存在噪声。如文献[28]中所言,B-样条插值由于对应的插值偏差很小,所以容易受到环境噪声的影响,故而在实验中采用的是 Keys 插值算法,Keys 插值算法对应的插值基函数为

$$\varphi_{\text{keys}}(x) = \begin{cases} \frac{3}{2} |x|^3 - \frac{5}{2} |x|^2 + 1 & 0 < |x| < 1 \\ -\frac{1}{2} |x|^3 + \frac{5}{2} |x|^2 - 4|x| + 2 & 1 < |x| < 2 \\ 0 & 2 < |x| \end{cases} \quad (20)$$

对应地

$$\Phi_{\text{Keys}}(x) = \frac{9}{2}x - 6x^2 - 21x^3 + \frac{75}{2}x^4 - 15x^5 \quad (21)$$

图 9(a3)(b3)(c3)显示了有噪声和无噪声情况下的系统误差,小的散斑颗粒具有更大的插值偏差,但是抗噪声能力更强,噪声引入系统误差更小。图 9(a4)(b4)(c4)显示了噪声引入的系统误差的实验值与理论估计值,可以看到吻合的比较好。而且可以看到,在占空比不变的情况下,小的散斑颗粒由于具有较大的灰度梯度平方和,故而抵抗噪声能力强,从而噪声引入的系统误差更小。

表2 实验散斑图的噪声和灰度梯度平方平均

Tab. 2 Noise and mean of square of gradients of experimental speckle images

散斑颗粒	$\bar{\sigma}^2$	$\overline{f'^2}$
小	3.4053	1152.9
中	3.4175	983.37
大	3.3956	809.38

2 散斑质量的评价标准

2.1 散斑质量评价标准

前面的工作分析了有噪声情况下的系统误差,随机误差的研究已经比较成熟,综合考虑系统误差和随机误差可以得到数字图像相关计算误差的估计,而总误差可以用均方误差(mean square error) MSE 表示

$$\text{mse}(\hat{\theta}) = \text{Var}(\hat{\theta}) + [E(\hat{\theta} - \theta)]^2 \quad (22)$$

即总误差是系统误差和随机误差的平方和。

计算误差参数实际也是一种散斑质量评价参数。数字图像相关领域中现有的散斑质量评价参数由于基本只考虑了噪声效应,故而并不完善,本文通过数值模拟来显示这一点。本文采用一维的模拟散斑图,采用三次 B-样条插值算法,占空比固定为 65%,在 $[-50, 50]$ 的区间内分别生成半径为 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0 的一维高斯散斑,选取 $[-60, 60]$ 共 121 个点作为相关计算模板。将原始信号进行平移生成一系列平移散斑图,在整像素位置添加标准差为 0.01 的高斯噪声(普通相机的信噪比约为 1%),采用最小平方距离准则重复相关计算 10 万次,获得系统误差和随机误差,图 10(a)(b)分别显示了计算的系统误差和随机误差。

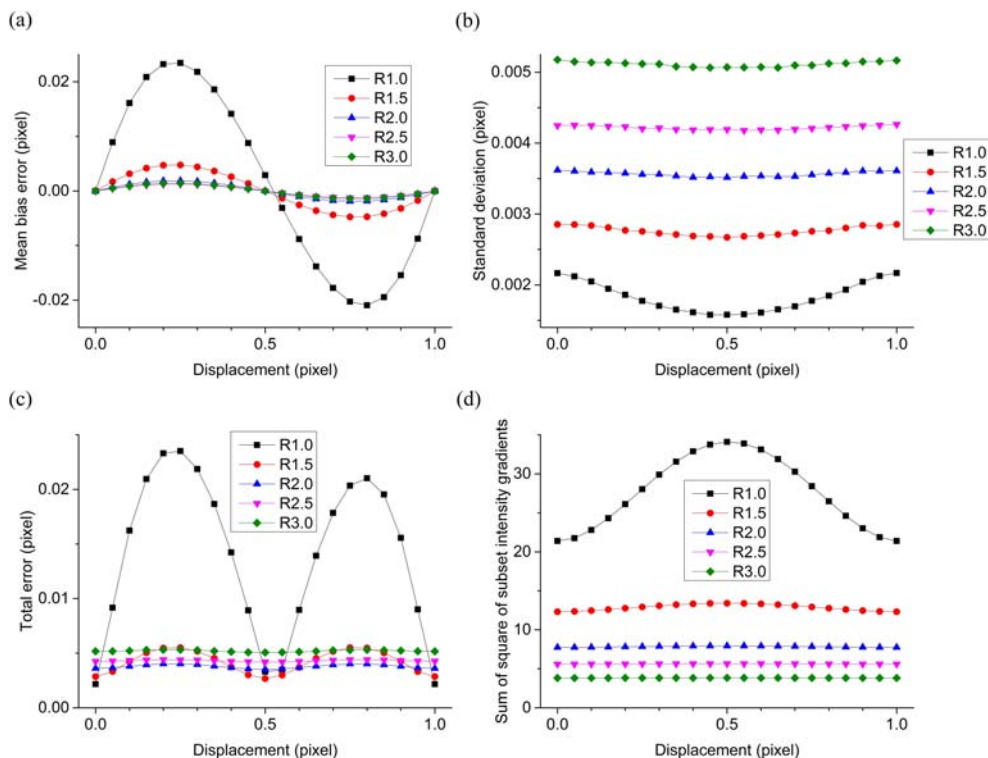


图 10 散斑半径的影响。(a)系统误差；(b)随机误差；(c)总误差；(d)灰度梯度平方和

Fig. 10 The influence of speckle radius. (a) mean bias errors;

(b) standard deviation errors; (c) total errors; (d) SSSIG

图 10(c)显示了不同散斑半径对应的总误差,图 10(d)则是子区灰度梯度平方和随平移量的变化。可以观察到,对于半径 1.0 的一维散斑,插值偏差起主要作用,随着散斑颗粒的增大,灰度梯度减小(如图 10(d)所示),总体误差减小;当散斑颗粒增大到一定程度,继续增大散斑尺寸会增大总误差,这是由于此时插值偏差已不是主要作用,此时主要受到噪声的影响,由于增大散斑会引起灰度梯度减小从而抗噪声能力减弱,故而散斑继续增大会引起总误差的增大。观察图 10(c),散斑颗粒半径在 1.5~2.5 之间是比较好的选择,也就是对应着散斑直径 3~5 个像素。

当前的散斑质量评价标准本质上均与灰度梯度相关,实际上忽略了插值的影响。例如如果按照灰度梯度平方和来评价^[11],散斑颗粒越小时灰度梯度平方和越大,故而散斑质量更优,但是明显半径 1.0 的散斑不是好的选择,当散斑颗粒非常小时,高频成分很多,插值误差的影响是非常大的。

总误差是亚像素位置的函数,通过绘制的曲线比较散斑图的优劣比较麻烦,最好可以找统一的评价参数。本文提出两种评价总体误差的参数

$$\begin{aligned} V_I^2 &= \max(\text{mse}(u_0)) \\ V_{II}^2 &= \text{mean}(\text{mse}(u_0)) \end{aligned} \quad (23)$$

如果采用评价标准 V_I ,散斑半径 2.5 是比较好的散斑图,但是半径 1.5 的散斑虽然在最大值方面较大,但是如果看平均值基本与半径为 2.5 的图像一致,所以本文倾向于采用评价标准 V_{II} 。

2.2 散斑质量快速评价方法

散斑质量评价参数 V_I 和 V_{II} 通过相关程序计算是比较麻烦的事情,如果可以快速估计会有益于对散斑质量的评价。潘兵, Wang 等^[11,12]已经做过很好的工作估计噪声引起的随机误差,所以本文主要分析系统误差。对于不存在噪声引入系统误差的情况下,例如采用互相关准则,并不存在噪声引入的系统误差,故而可以根据公式(4)估计系统误差。对于采用最小平方距离准则的情况,系统误差是插值偏差和噪声引入系统偏差的共同结果,插值偏差的估计,之前的文章已经进行了详细的讨论,关键问题是快速估计噪声引入的系统误差。对于线性插值和 Keys 插值等传统型插值算法,插值基函数具有闭合形

式,故而耦合项也具有闭合形式,可以显式求出。然而插值效果更好的 B-样条和 O-MOMS 算法等一般型插值算法,其插值基函数无限扩展,并不具有闭合形式。观察图 7(a)可以发现耦合项 $\Phi(u_0)$ 类似于正弦变化,故而可以用傅里叶级数近似插值噪声耦合函数。图 11(a)显示了双三次、双五次、双七次 B-样条插值对应的 $\Phi(x)$ 以及对应的前三阶傅里叶展开,可见傅里叶级数的前几项已经可以较好地描述函数 $\Phi(x)$ 。

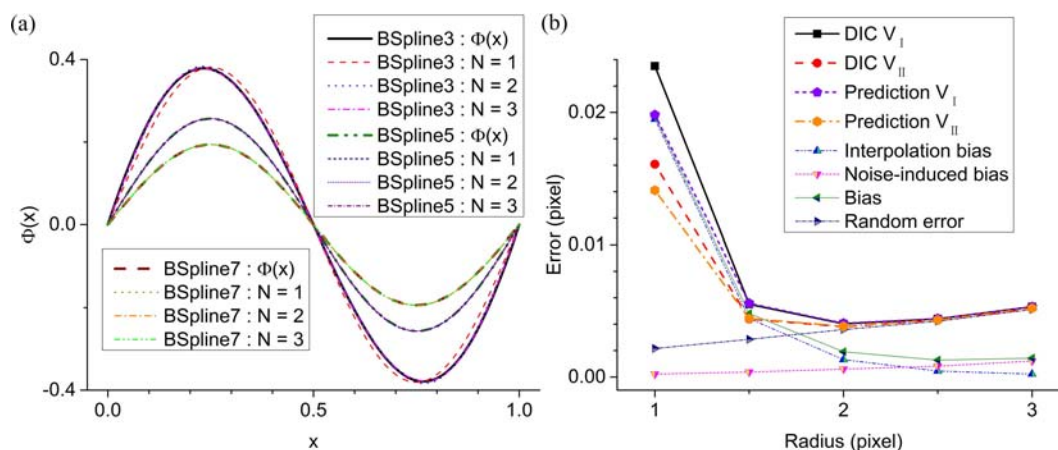


图 11 (a) 插值噪声耦合函数的傅里叶级数展开; (b) 理论和 DIC 计算的评价参数

Fig. 11 (a) the Fourier series of interpolation-noise coupling functions;

(b) the assessment parameters by DIC and by theoretical estimations

在用傅里叶级数近似 $\Phi(x)$ 之后,可以得到对评价准则的快速估计。对于评价准则 V_I , 由公式 (15) 可得

$$V_I^2 \approx \left[C + a_1 \frac{\sigma^2}{f'^2} \right]^2 + \frac{\sigma^2}{N f'^2} \quad (24)$$

其中 a_1 是 $\Phi(x)$ 傅里叶展开的基频系数,可以事先计算,可参见表 1。

对于评价标准 V_{II} , 系统误差

$$V_{II}^2 \approx \int_0^1 \left[C \sin 2\pi u_0 + \Phi(u_0) \frac{\sigma^2}{f'^2} \right]^2 du_0 + \frac{\sigma^2}{N f'^2} \quad (25)$$

公式(25)中, $\Phi(u_0)$ 直接计算比较复杂。考虑到对于周期函数 $f(x) = \sum_{m=1}^{\infty} a_m \sin(2\pi m x)$ 有

$$\int_0^1 f^2(x) dx = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\infty} a_m^2 \quad (26)$$

于是

$$V_{II}^2 \approx \frac{1}{2} \left[C + a_1 \frac{\sigma^2}{f'^2} \right]^2 + \frac{1}{2} \left[a_2 \frac{\sigma^2}{f'^2} \right]^2 + \dots + \frac{\sigma^2}{N f'^2} \approx \frac{1}{2} \left[C + a_1 \frac{\sigma^2}{f'^2} \right]^2 + \frac{\sigma^2}{N f'^2} \quad (27)$$

为了验证公式(24)和公式(27)的正确性,对不同散斑半径进行模拟验证,图 11(b)显示了 DIC 和理论估计的结果。DIC 的 V_{II} 通过梯形法近似求得。理论估计则首先计算插值偏差 C , 随后计算噪声引入的系统偏差 $a_1 \sigma^2 / f'^2$ 振幅,从而得到总的系统偏差;随机偏差部分则通过灰度梯度平方理论来估计,插值偏差、噪声导致的系统误差、总系统误差和随机误差随散斑颗粒的变化也显示在图 11(b)中。观察图 11(b),可见除了半径为 1.0 的情况,其他时候 DIC 计算结果与理论估计均获得了较好的吻合。对于半径 1.0 的情况,由于散斑颗粒很小,从而高频成分非常多,难以保证采样定理的满足。而理论上对插值偏差的估计是基于带限函数的假设,故而估计误差比较大,当散斑颗粒增大时则获得了较好的吻合。总误差随着散斑颗粒的增大,先减小后增大,在半径 1.5~2.5 之间取得比较小的值,也就是对应着散斑尺寸 3~5 个像素。当散斑颗粒过小时,虽然噪声引入误差较小,但是插值偏差非常大,引起总体误差很大;当散斑颗粒过大时,插值误差很小,抗噪声能力很弱,噪声的影响具有决定性作用,也造成噪声总体误差

很大。对于好的散斑,插值和噪声对误差的影响应在同一量级,不会出现其中一个远远大于另一个的情况。

2.3 散斑质量快速评价方法的模拟验证

本节通过一些二维的散斑图对本文提出的估计算法进行验证,同时对这些散斑图进行评价。本文选取了 10 种散斑图,如图 12 所示,其中(a~e)来自我们平时的实验,而(f~j)来自 DIC Challenge 数据库(<https://sem.org/dic-challenge/>),本文将这些散斑图统一截取为 500×500 的大小。图 13(a)显示了散斑中心 400×400 区域的自相关曲线(自相关曲线的半高宽可以用来估计散斑尺寸),图 13(b)则显

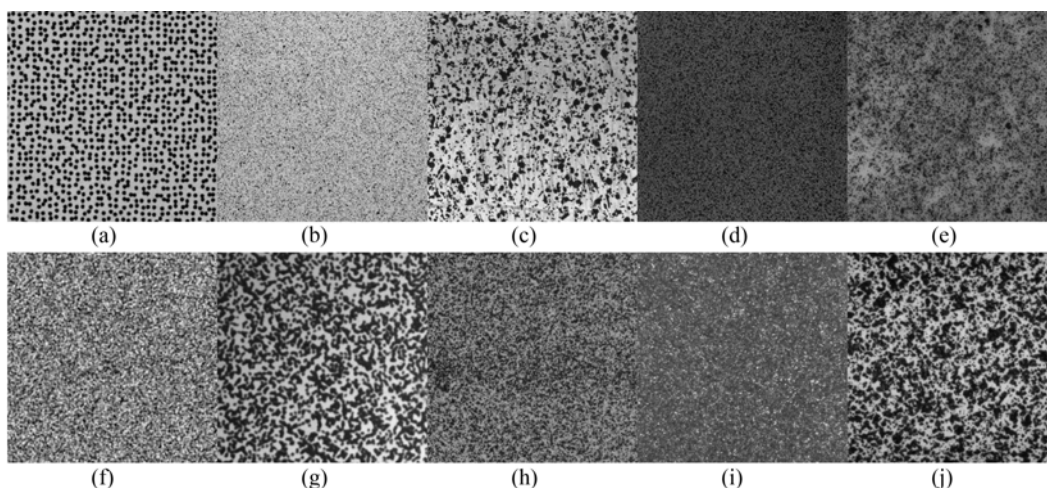


图 12 模拟计算采用的散斑图,(a~e)来自我们的实验,(f~j)来自 DIC Challenge 数据库

Fig. 12 Speckle patterns used for numerical experiments, (a~e) come from our daily experiment, (f~j) come from the DIC challenge Database

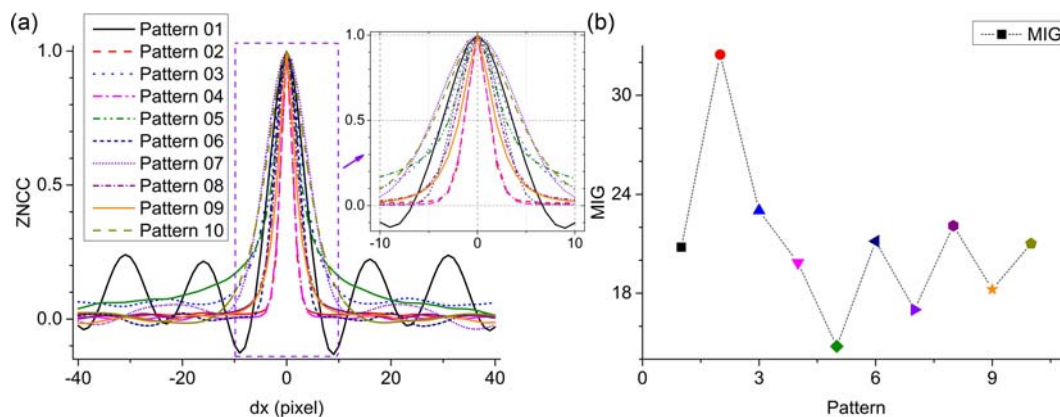


图 13 (a)散斑图的自相关曲线,(b)平均灰度梯度平方,即 MIG

Fig. 13 (a) the autocorrelation of speckle patterns, (b) Mean image gradients, i. e. MIG

示了不同散斑的平均灰度梯度。本文通过频域平移的方法生成 21 张平移散斑图,两幅相邻散斑图的平移量为 0.05 个像素,一共平移 1 个像素。为了模拟噪声的影响,采用 MATLAB 在生成的平移图上添加高斯白噪声,本文添加了两种方差的噪声,考虑到普通相机的信噪比为 40dB,第一种噪声标准差为 2.55,即灰度的 1%;第二种情况考虑到实际实验(如 1.4 节的亚像素平移实验所示),图像噪声与图像灰度相关,需要用噪声方差的平均值来替代,对平移实验的三种结果进行平均,本文选择第二种噪声的标准差为 1.80。相关计算的参考图为无噪声散斑图,这是由于通常实验中参考图可以通过多幅图取平均的方式消除噪声的影响,而且研究表明参考图的噪声对系统误差没有贡献。选取的计算区域为图像坐标 $[30, 480] \times [30, 480]$ 矩形区域,选取的计算网格间距为 5,故而一共有 8281 个计算点,选取的计算模板大小为 29×29 。相关计算采用最小平方距离准则,由于仅考虑平移故而采用 0 阶形函数,插值算法采用常用的双三次 B-样条插值。对于每一个平移阶段,通过所有计算点相关得到的位移来确定系统

误差、随机误差和总误差。这是在文献中普遍采用的方法,然而值得注意的是,这与本文前面的计算方法有所不同,本文在前面的计算主要是对单一模板。理论估计方面,系统误差的估计采用公式(15),随机误差的估计采用灰度梯度平方和理论^[11],由于每个模板灰度梯度平方和不同,本文用 $N\bar{f}^2$ 作为近似替代 $\sum f'^2$,总误差的评估参数 V_I 和 V_{II} 采用公式(24)和公式(27)。

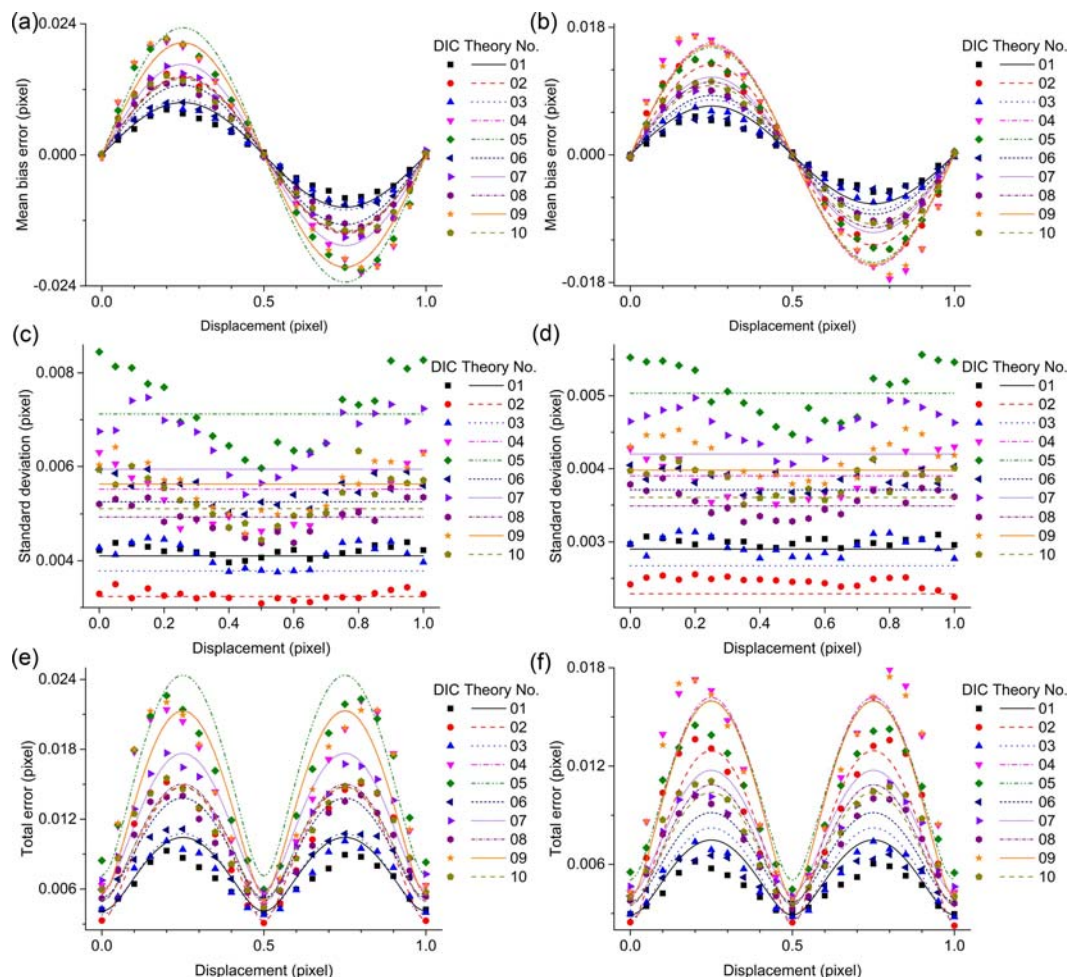


图14 不同散斑对应的计算误差。左边为噪声标准差 2.55 的结果,右边为噪声标准差 1.80 的结果。从上往下依次为系统误差、随机误差、总误差。

Fig. 14 Errors of different speckle patterns. Left is the results of noise standard deviation 2.55, right is the results of standard deviation 1.80. From top to bottom is mean bias errors, standard deviation errors, and total errors.

图14显示了不同噪声情况下数字图像相关计算的系统误差、随机误差和总误差。图15显示了误差评价参数,通过数值模拟发现DIC结果与理论估计获得了较好的一致性。计算结果也显示出平均灰度梯度的局限性。如果采用平均灰度梯度评价散斑,那么从优到差的顺序为02,03,08,06,10,01,04,09,07,05,如果采用DIC计算的 V_{II} ,对于噪声标准差为2.55的情况,顺序为01,03,06,08,02,10,07,04,09,05,对于噪声1.80的情况,顺序为01,06,03,08,07,10,02,05,09,04。从上可以看到平均灰度梯度的局限性,如果采用平均灰度梯度准则的话02是最优散斑,但是虽然02号散斑随机误差最小,其对应的系统误差大,从而并不是好的散斑。综合考虑总误差,01才是最优的散斑。

2.4 散斑质量优化

散斑质量评价参数不仅可以用于评价散斑,也可以用于散斑的优化。本文调整占空比和散斑半径,生成高斯模拟散斑,通过对总误差的优化来获得最佳的占空比和散斑半径。占空比分别设定为30%,35%,40%,45%,50%,55%,60%,65%,70%,75%,80%,85%,90%,散斑半径分别设为1.0,1.5,2.0,2.5,3.0,3.5,4.0,4.5,5.0。对于特定的占空比和散斑半径,通过对原始散斑的平移生成

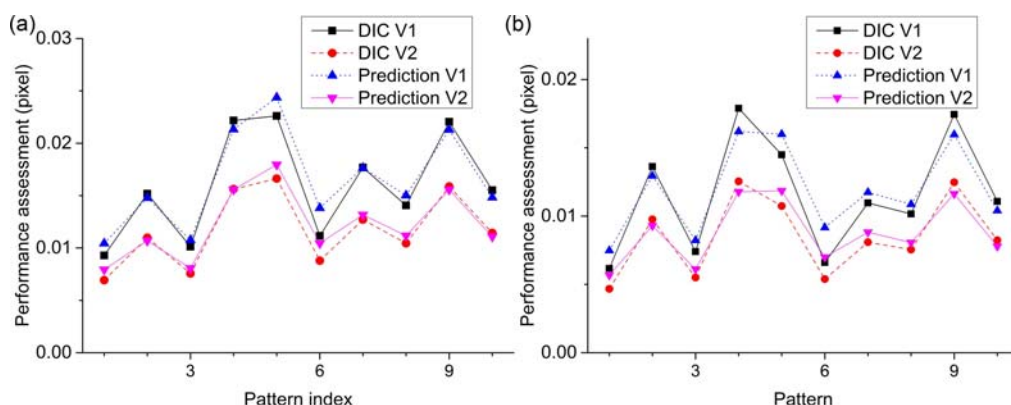


图 15 散斑质量评价参数。左边为噪声标准差 2.55 的结果,右边为噪声标准差 1.80 的结果。

Fig. 15 Speckle pattern assessment parameters. Left is the results with noise of standard deviation 2.55, right is the results with noise of standard deviation 1.80.

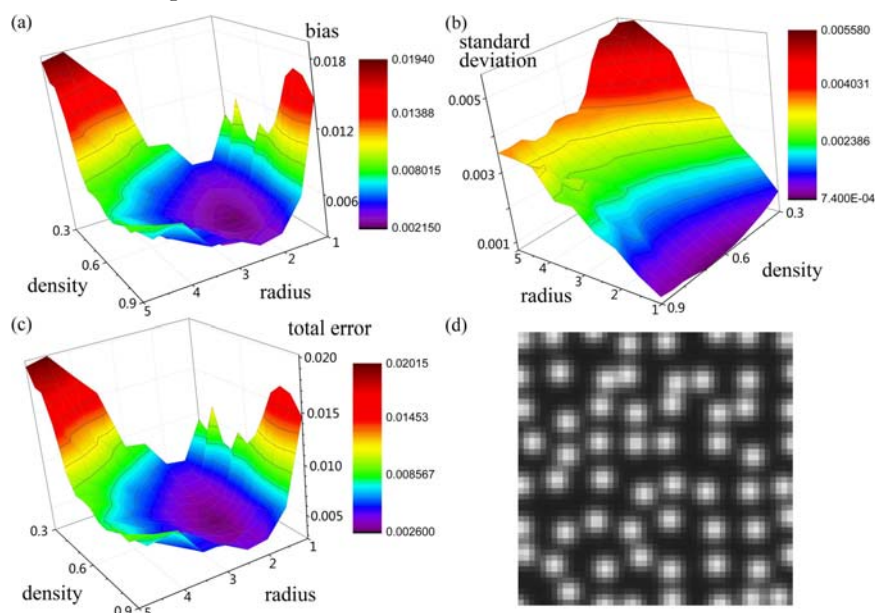


图 16 模拟散斑优化 (a)系统误差;(b)随机误差;(c)总误差;(d)最优化的散斑

Fig. 16 Optimization of synthetic speckle patterns (a) mean bias errors; (b) standard deviation errors; (c) total errors; (d) optimized speckle pattern

间隔为 0.05pixel 总计为 1pixel 的一系列散斑。对生成的模拟散斑进行采样,将采样结果量化为 $30 \sim 230$ 灰度级之间,随后添加标准差为 2.55 的高斯白噪声,再进行量化。对于特定的平移量,添加噪声重复 1000 次。相关计算采用高斯牛顿法、0 阶形函数、双三次 B-样条插值,固定模板大小为 49×49 ,计算系统误差、随机误差,然后通过梯形法进行数值积分估算总误差。图 16 显示了计算结果以及最优的散斑。图 16(a)显示的系统误差类似于谷地的分布,当散斑半径过小占空比过大时,插值误差过大;散斑半径过大占空比过小时,噪声引起的系统误差过大;图 16(b)显示了随机误差,随机误差主要受散斑颗粒尺寸的影响,散斑颗粒的增大引起灰度梯度的减小从而增大了随机误差;图 16(c)所示的总误差的形状也类似于谷地,半径在 2pixels ,占空比为 60% 获得比较好的效果,这与以往文献的报道是一致的。图 16(d)显示了最优的散斑。

3 结论

本文针对数字图像相关技术中插值与噪声耦合引起系统偏差的问题进行了理论分析,并以此为基础提出了考虑插值误差的新的散斑质量评价标准。本文的工作结论如下:

(1) 比较了相关准则对数字图像相关系统误差的影响,表明在采用互相关准则(cross-correlation criterion)情况下噪声不会引入系统误差,仅包含插值偏差,但是根据推导的采用CC准则插值偏差的解析表达形式,CC准则对应的插值偏差与SSD准则的相比,正弦曲线的朝向不同,由于数值上要远大于SSD准则,故而不适于实际应用,数值模拟也验证了这一点。进一步解释了SSD情况下噪声引入误差产生的原因,即在于插值引起噪声不确定性随亚像素位置的变化。

(2) 在采用SSD准则的情况下,通过理论推导,得到采用一般插值算法情况下噪声引起系统误差的解析形式,引入了插值噪声耦合函数的概念。噪声导致系统误差的解析形式表明噪声引起系统误差随亚像素位置的变化形式由插值噪声耦合函数决定,与噪声方差成正比,与灰度梯度平方和呈反比。同时得到了亚像素位置灰度梯度平方和随亚像素位置的变化,结果表明灰度梯度平方和随亚像素位置近似呈余弦函数的变化。证明了之前学者得到线性插值和三次插值的公式实际是本文公式的退化。插值基函数平移平方和的斜率是周期函数,推导了对应傅里叶级数各阶的解析表达式。高阶B-样条插值由于混叠效应小,故对应的傅里叶系数小,这就从本质上解释了高阶B-样条插值对应的噪声引起系统误差较小的现象。数值模拟与本文的理论分析显示了较好的一致性。为了进一步验证理论分析,进行了真实的图像亚像素平移实验,实验观察到图像噪声与图像灰度相关,将噪声引入系统误差的公式推广到非均匀噪声情况,实验结果与理论估计获得了较好的吻合。

(3) 基于对系统误差的理论分析,提出了两种综合考虑系统误差和随机误差影响的计算误差评估参数:总误差的最大值和平方平均值。本文通过采用插值基函数平移平方和斜率函数的基频近似替代原始函数,提出了对上述两个评价参数的快速估计算法,并通过数值模拟进行了验证。计算误差评估参数实际也是一种散斑质量评价参数,本文的评估参数弥补了现存散斑质量评价参数未足够考虑插值影响的缺陷,是更完善的散斑质量评价标准。本文应用新提出的散斑评价标准对一些常见散斑图进行了评价,并将其用于对模拟散斑图的优化。结果表明,当占空比一定,散斑颗粒过小时,插值偏差占主要作用,当散斑颗粒过大时,图像灰度梯度过小引起抗噪能力差,总误差增大,从而本文解释了为什么最优散斑尺寸是3~5pixels的原因。

本文工作的出发点在于实现散斑的标准化,提出一种可靠的散斑质量评价标准。本文提出了考虑系统误差的新散斑质量评价标准。传统的评价方法由于仅考虑灰度梯度变化的影响,倾向于过于细碎的散斑,而过于细碎的散斑会产生过大的插值误差。新的散斑评价标准克服了传统评价方法倾向于过小散斑的缺陷。

参考文献:

- [1] Peters W H, Ranson W F. Digital imaging techniques in experimental stress analysis[J]. Optical Engineering, 1982, 21(3):213427.
- [2] Zhang Q, Jiang Z, Jiang H, et al. On the propagation and pulsation of Portevin-Le Chatelier deformation bands: An experimental study with digital speckle pattern metrology[J]. International Journal of Plasticity, 2005, 21: 2150—2173.
- [3] Zhang H, Fu D H, Song H P, et al. Damage and fracture investigation of three-point bending notched sandstone beams by DIC and AE techniques[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2015, 48(3):1297—1303.
- [4] 邵新星, 戴云彤, 何小元, 等. 实时数字图像相关用于土木准静态实验测量[J]. 光学学报, 2015, 35(10):125—133 (SHAO Xinxing, DAI Yuntong, HE Xiaoyuan, et al. Real-time digital image correlation for quasi-static test in civil Engineering[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(10):1012003 (in Chinese))
- [5] 蔡玉龙, 符师桦, 王玉辉, 等. 基于三维数字图像相关法的5456铝镁合金锯齿形屈服研究[J]. 金属学报, 2014, 50(12):1491—1497 (CAI Yulong, FU Shihua, WANG Yuhui, et al. Serrated yielding of 5456 aluminium magnesium alloy based on three dimensional digital image correlation[J]. Acta Metallurgica Sinica, 2014, 50(12): 1491—1497 (in Chinese))
- [6] 牛永强, 胡秋实, 闫德莹, 等. 基于数字图像体相关的物体内部三维位移场分析[J]. 实验力学, 2011, 26(3): 247—253 (NIU Yongqiang, HU Qiushi, YAN Deying, et al. Internal 3D displacement analysis using digital

- image volumn correlation method[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2011, 26(3):247—253 (in Chinese))
- [7] 王志勇, 王磊, 郭伟, 等. 数字图像相关方法最优散斑尺寸[J]. *天津大学学报*, 2010, 43(8):674—678 (WANG Zhiyong, WANG Lei, GUO Wei, et al. Optimal size of speckle spot in digital image correlation[J]. *Journal of Tianjin University*, 2010, 43(8):674—678 (in Chinese))
- [8] 潘兵, 吴大方, 夏勇. 数字图像相关方法中散斑图的质量评价研究[J]. *实验力学*, 2010, 25(2):120—129 (PAN Bing, WU Dafang, XIA Yong. Study of speckle pattern quality assessment used in digital image correlation[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2010, 25(2):120—129 (in Chinese))
- [9] Sutton M A, Orteu J J, Schreier H. *Image correlation for shape, motion and deformation measurements: basic concepts, theory and applications*[M]. Springer Science & Business Media, 2009.
- [10] Wang Z Y, Li H Q, Tong J W, et al. Statistical analysis of the effect of intensity pattern noise on the displacement measurement precision of digital image correlation using self-correlated images[J]. *Experimental Mechanics*, 2007, 47(5):701—707.
- [11] Pan B, Xie H, Wang Z, et al. Study on subset size selection in digital image correlation for speckle patterns[J]. *Optics Express*, 2008, 16(10):7037—7048.
- [12] Wang Y Q, Sutton M A, Bruck H A, et al. Quantitative error assessment in pattern matching: Effects of intensity pattern noise, interpolation, strain and image contrast on motion measurements[J]. *Strain*, 2009, 45: 160—178.
- [13] Wang B, Pan B. Random errors in digital image correlation due to matched or overmatched shape functions[J]. *Experimental Mechanics*, 2015, 55(9):1717—1727.
- [14] 徐小海, 苏勇, 蔡玉龙, 等. 数字图像相关法测量局域变形场中形函数和模板尺寸的影响[J]. *力学学报*, 2015, 47(5):848—862 (XU Xiaohai, SU Yong, CAI Yulong, et al. Influence of shape functions and template size in digital image correlation method for highly inhomogeneous deformation[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2015, 47(5):848—862 (in Chinese))
- [15] Schreier H W, Braasch J R, Sutton M A. Systematic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation[J]. *Optical Engineering*, 2000, 39:2915—2921.
- [16] 苏勇, 张青川, 徐小海, 等. 数字图像相关技术中插值偏差的理论估计[J]. *力学学报* 2016, 48(2):495—510 (SU Yong, ZHANG Qingchuan, XU Xiaohai, et al. Theoretical estimation of interpolation bias error in digital image correlation[J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2016, 48(2):495—510 (in Chinese))
- [17] 王朝阳. 数字图像相关方法的准确度与速度增强[J]. *实验力学*, 2011, 26(5):632—638 (WANG Zhaoyang. On the accuracy and speed enhancement of digital image correlation technique[J]. *Journal of Experimental Mechanics*, 2011, 26(5):632—638 (in Chinese))
- [18] Thevenaz P, Blu T, Unser M. Interpolation revisited[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2000, 19:739—758.
- [19] Amiot F, Bornert M, Doumalin P, et al. Assessment of digital image correlation measurement accuracy in the ultimate error regime: Main results of a collaborative benchmark[J]. *Strain*, 2013, 49(6):483—496.
- [20] Pan B. Bias error reduction of digital image correlation using Gaussian pre-filtering[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2013, 51:1161—1167.
- [21] Baldi A, Bertolino F. Experimental analysis of the errors due to polynomial interpolation in digital image correlation[J]. *Strain*, 2015, 51(3):248—263.
- [22] Shao X, Dai X, He X. Noise robustness and parallel computation of the inverse compositional Gauss-Newton algorithm in digital image correlation[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2015, 71:9—19.
- [23] Chen W, Jiang Z, Tang L, et al. Equal noise resistance of two mainstream iterative sub-pixel registration algorithms in digital image correlation[J]. *Experimental Mechanics*, 2017, 57(6):979—996.
- [24] Chen Z, Quan C, Zhu F, et al. A method to transfer speckle patterns for digital image correlation[J]. *Measurement Science and Technology*, 2015, 26:095201.
- [25] Hua T, Xie H, Wang S, et al. Evaluation of the quality of a speckle pattern in the digital image correlation method by mean subset fluctuation[J]. *Optics & Laser Technology*, 2011, 43(1):9—13.

- [26] Su Y, Zhang Q, Gao Z, et al. Noise-induced bias for convolution-based interpolation in digital image correlation [J]. *Optics Express*, 2016, 24(2):1175–1195.
- [27] Su Y, Zhang Q, Xu X, et al. Quality assessment of speckle patterns for DIC by consideration of both systematic errors and random errors[J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 86:132–142.
- [28] Zhou P, Goodson K E. Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation (DISC) [J]. *Optical Engineering*, 2001, 40(8):1613–1620.
- [29] 潘兵, 谢惠民, 戴福隆. 数字图像相关中亚像素位移测量算法的研究[J]. *力学学报*, 2007, 39(2):245–252 (PAN Bing, Xie Huimin, DAI Fulong. An investigation of sub-pixel displacements registration algorithms in digital image correlation [J]. *Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics*, 2007, 39(2):245–252 (in Chinese))
- [30] Gao Z, Xu X, Su Y, et al. Experimental analysis of image noise and interpolation bias in digital image correlation [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 81:46–53.

Noise-Induced Bias and Evaluation Criterion of Speckle Quality in Digital Image Correlation

SU Yong, ZHANG Qing-chuan

(Department of Modern Mechanics, University of Science and Technology of China, Hefei 230027, China)

Abstract: In digital image correlation (DIC), the evaluation criteria of speckle quality should comprehensively consider the effect of systematical error and effect of random error. Our previous works consider the systematical error caused by interpolation under no image noise condition. In this paper, the systematical error produced by image noise is studied further, and improved speckle quality evaluation parameters are put forward by taking into account the random error. In this paper, an analytical form of systematical error in the presence of noise is derived, and the intrinsic nature of systematical error introduced by noise is revealed, that is the dependence of interpolation-induced noise uncertainty on the sub-pixel location. According to theoretical analysis, the concept of interpolating noise coupling function is introduced. It is determined by the slope of translation square sum of interpolation basis function, which characterizes the variation of noise-induced systematical error along with the sub-pixel position change. The interpolated coupling function incorporates previous study achievement into a unified theoretical system, the phenomenon of noise-induced smaller systematical error which is corresponding to the higher order B-spline interpolation is also explained. The numerical simulation is consistent with the theoretical analysis in this paper. In real experimental verification of sub-pixel translation, the formula is extended to the case of nonuniform noise, and the results are in good agreement with the experimental results. Based on the theoretical analysis of systematical error, and considering the effect of systematical error and random error, two evaluation parameters of calculation error are proposed, that are the maximum total error and square mean error. A fast estimation algorithm is proposed and validated by numerical simulation. Calculation of error evaluation parameter is actually also a kind of speckle quality evaluation parameter. The proposed evaluation parameters make up the defects, that is in existing speckle quality evaluation parameters, the influence of interpolation is not considered sufficiently. It is a more perfect standard for speckle quality evaluation. In this paper, some common speckle patterns are evaluated by the newly proposed speckle evaluation parameters, and are applied to the optimization of simulated speckle patterns.

Keywords: digital image correlation; speckle pattern assessment; noise-induced bias