

文章编号: 1001-4888(2018)02-0253-10

利用有限断裂力学方法对含尖锐 V 型切口 混凝土试件的三点弯曲试验研究^{*}

童谷生, 徐鹏华, 陈莘莘

(华东交通大学土木建筑学院, 江西南昌 330013)

摘要: 为研究含 V 型切口素混凝土梁在三点弯曲情况下的断裂特性, 本文引入了一种耦合应力与能量的有限断裂力学分析方法, 分析推导随 V 型切口开口角度变化, 对有限距离及广义断裂韧度影响的广义应力强度因子解析表达式。广义断裂韧度及有限距离采用断裂韧度及抗拉强度及开口角度的函数来表示。通过三种缝高比包含几种开口角度素混凝土的三点弯曲试验的结果表明, 与平均应力准则相比, 有限断裂力学方法预测破坏荷载有更高精度, 同时理论值与试验结果吻合程度也更好。

关键词: 脆性指数; V 型切口; 破坏荷载; 有限断裂力学; 混凝土

中图分类号: TU755

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-16-215

0 引言

有限断裂力学概念由 Hashin^[1]提出, 其概念仍属经典断裂力学范畴, 但主要方法和内涵上却有很大差别。经典断裂力学研究的是单一个裂纹(裂缝)或几个位置确定的微量扩展, 对复合材料而言, 其损伤失效的特点是同时出现数个位置难以确定的有限表面裂纹, 由于短时间内会同时出现裂纹群, 使得研究人员难以跟踪其发展路径, 因此这类新裂纹的形成称为“断裂事件”, 称这类问题为“有限断裂力学”。目前所称的有限断裂力学是由 Leguillon^[2]所提出的针对脆性或准脆性材料断裂问题的耦合应力与能量准则的失稳准则。该准则材料的失效条件为: 在裂尖前端有限距离线段上的平均应力且能量释放率达到相应临界值的要求。有限距离是有限断裂力学方法基本假定中的概念, 它是指裂缝扩展是有限增量, 区别于经典断裂力学无限小裂纹扩展增量。其大小由裂缝扩展的能量条件和应力条件共同决定。这里的有限距离不是材料常数, 而是结构参数^[3]。

对脆性材料或准脆性材料破坏问题的研究方法通常有应力准则和能量准则两种断裂准则。应力准则只适用于无裂缝体试件, 能量准则只适用于试件内部含有足够大的裂缝, 否则两者均失效^[3]。为了使断裂准则具有通用性, 有限断裂力学耦合了能量准则与应力准则, 克服了能量准则与应力准则的上述缺点。自 2001 年以来, 有限断裂力学原理的方法已成功用于预测裂纹起始及相应的结构失效, 如文献[4]采用渐进与数值法分析了含孔口有机玻璃(PMMA)试件的强度及尺寸效应问题, 文献[5—7]研究了裂纹与孔对复合材料层压板强度的影响, 文献[8—11]采用有限断裂力学分析了弹性界面问题, 也有部分研究^[12, 13]分析了含 U 型或 V 型缺口的各向同性材料构件的断裂问题。但利用有限断裂力学方法对混凝土类准脆性材料的破坏问题的研究还未见报道。

^{*} 收稿日期: 2016-10-19; 修回日期: 2017-01-13

基金项目: 国家自然科学基金项目(11462005, 11242006)资助

通讯作者: 童谷生(1962—), 男, 教授, 博士。研究方向: 结构强度与加固设计理论。Email: tonggusheng@126.com

由于结构设计的需要,机械和工程结构的零部件总含有几何不连续性,切口的存在会引起构件的应力集中。而且,随着切口几何形状的变化,切口根部的应力在很大范围内变化,有可能导致切口件的宏观断裂。因此,有必要研究切口件的断裂力学,寻求切口件断裂和强度的一般规律,以防止机械和工程结构在低于屈服强度的应力作用下发生脆性断裂。国内以及国外的应力强度因子手册给出的都是直裂缝的强度因子,关于切口的强度因子手册尚未修订。目前对于断裂问题的评估一般采用的是断裂韧度,但其概念非科研人员难以理解,如果能转换为极限承载力的形式较断裂韧度更易被工程人员所理解,尤其是含尖锐 V 型切口试件其强度因子与传统的强度因子有所区别,因此预测极限承载力比预测切口应力强度因子更适于实际应用。本文将有限断裂力学应用于含尖锐 V 型切口混凝土试件分析,基于尖锐 V 型切口的尖端应力场和广义强度因子,得到通过特殊角度的破坏荷载值来预测其他任意角度破坏荷载的方法,并得到含尖锐 V 型切口混凝土的破坏荷载与缝高比的关系。本文利用这种方法对混凝土的三点弯曲试验结果进行预测,通过试验所得结果证实了这种方法的有效性。

1 含尖锐 V 型切口在三点弯曲荷载作用下的广义断裂韧度

Carpinteri^[3]等基于有限断裂力学概念提出了含尖锐 V 型切口破坏准则:试件破坏时切口尖端裂缝增量为 Δ_{SE} 。在有限断裂力学概念中,需要同时满足应力准则和能量准则。

平均应力准则定义为切口裂缝表面奇应力分量在裂缝扩展长度为 Δ_{SE} 上的平均应力大于材料极限抗拉强度 σ_u 时,材料发生破坏。能量准则定义为当裂缝扩展长度为 Δ_{SE} 上的能量释放率达到极限值时,材料发生破坏。平面应变条件下,由 Irwin 关系可知能量释放率 G 为应力强度因子 K_I 的函数,因此可以得到能量准则的简化方程。可以得到含尖锐 V 型切口构件断裂破坏的判别准则,即同时满足式(1)、式(2):

$$\text{平均应力准则:} \quad \int_0^{\Delta_{SE}} \sigma_y(x) dx = \int_0^{\Delta_{SE}} \frac{K_I^*}{(2\pi x)^{1-\lambda_1}} dx \geq \sigma_u \cdot \Delta_{SE} \quad (1)$$

$$\text{能量准则:} \quad \int_0^{\Delta_{SE}} K_I^2(a) da = \int_0^{\Delta_{SE}} \left[\psi(\omega) \frac{K_I^*}{(2\pi)^{1-\lambda_1}} a^{\lambda_1-\frac{1}{2}} \right] da \geq K_{Ic}^2 \cdot \Delta_{SE} \quad (2)$$

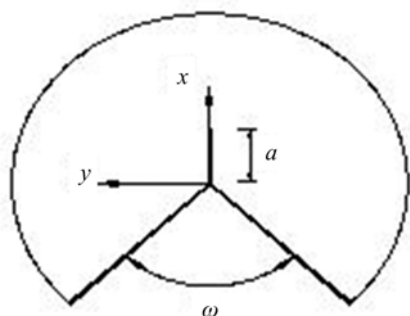


图 1 在 V 型切口尖端建立坐标系

Fig. 1 Establishing the coordinate system at the V notch tip

式中, Δ_{SE} 为 V 型切口尖端裂缝增量, λ 为 Williams 的 I 型荷载条件特征值^[14], x 轴方向为切口角平分线, a 为切口尖端裂缝长度; ω 为切口角度,具体坐标如图 1 所示。参数 K_I^* 为 Carpinteri^[3] 定义的切口应力强度因子。

为了应用能量准则,有必要得到含尖锐 V 型切口的应力强度因子 K_I 。根据 Tada 等^[15] 提出的表达式,可以得到应力强度因子 K_I :

$$K_I(a) = \psi(\omega) \cdot \frac{K_I^*}{(2\pi)^{1-\lambda}} \cdot a^{\lambda-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

根据 Carpinteri 准则^[3],含尖锐 V 型构件破坏发生的条件是同时满足式(1)、式(2)。解出这个方程系,可以得到裂缝增量 Δ_{SE} 和广义断裂韧度 K_{Ic}^* :

$$\Delta_{SE} = \frac{2}{\lambda \cdot \psi^2} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (4)$$

$$K_I^* \geq \left[\lambda^\lambda \left(\frac{4\pi}{\psi(\omega)^2} \right)^{1-\lambda} \right] \cdot K_{Ic}^{2(1-\lambda)} \cdot \sigma_u^{2\lambda-1} = [\xi(\omega)] \cdot K_{Ic}^{2(1-\lambda)} \cdot \sigma_u^{2\lambda-1} = K_{Ic}^* \quad (5)$$

公式(3)中的 $\psi(\omega)$ 及式(5)中的 $\xi(\omega)$ 随切口角度取值如表 1 所示。

若考虑平均应力准则,在三点弯曲试验中,含尖锐 V 型切口尖端的广义断裂韧度为^[16]:

$$K_{Ic}^* = \lambda \frac{(2K_{Ic})^{2(1-\lambda)}}{\sigma_u^{1-2\lambda}} \quad (6)$$

表 1 $\psi(\omega)$ 和 $\xi(\omega)$ 随 V 型切口角度取值^[3]
 Tab. 1 The value of $\psi(\omega)$ and $\xi(\omega)$ change with angle of V notch^[3]

$\omega/(^{\circ})$	$\psi(\omega)$	$\xi(\omega)$	$\omega/(^{\circ})$	$\psi(\omega)$	$\xi(\omega)$
0	2.5068	1	15	2.5192	0.995
30	2.5306	0.990	45	2.5384	0.986
60	2.5401	0.983	90	2.5127	0.983
120	2.4233	0.994	150	2.2516	1.011
180	1.9869	1			

同时, 平均应力准则临界距离^[3]为:

$$\Delta_s = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_u} \right)^2 \quad (7)$$

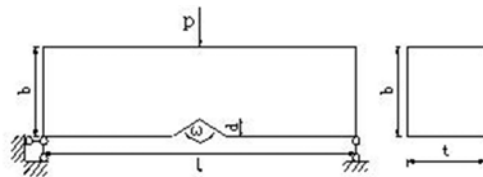


图 2 含 V 型切口的试件三点弯曲试验示意图

Fig. 2 Three-point bending test of specimens containing V-shaped notch schematic

2 广义应力强度因子

2.1 V 型切口形状函数

对于三点弯曲试验(如图 2 所示), V 型切口尖端广义应力强度因子^[17]可以表示为:

$$K_I^* = \frac{Pl}{tb^{1+\lambda}} f^* \left(\frac{d}{b}, \omega \right) \quad (8)$$

其中

$$f^* \left(\frac{d}{b}, \omega \right) = f \left(\frac{d}{b} \right) + \left(\frac{\omega}{\pi} \right)^{\beta} \left[g \left(\frac{d}{b} \right) - f \left(\frac{d}{b} \right) \right] \quad (9)$$

$$f \left(\frac{d}{b} \right) = 2.9 \left(\frac{d}{b} \right)^{1/2} - 4.6 \left(\frac{d}{b} \right)^{3/2} + 21.8 \left(\frac{d}{b} \right)^{5/2} - 37.6 \left(\frac{d}{b} \right)^{7/2} + 38.7 \left(\frac{d}{b} \right)^{9/2} \quad (10)$$

$$g \left(\frac{d}{b} \right) = \frac{1.5}{\left[1 - \frac{d}{b} \right]^2} \quad (11)$$

式中的 β 为关于缝高比的未知参数, 为了确定 β 值, 本文按与文献[17, 18]的值拟合度最高时所得的 β 取用, β 随缝高比取值由图 3 给出。

在缝高比 0.2~0.7 范围内, 形状因子随 β 的变化关系由图 4 给出。

文[17]和文[18]在 V 型切口角度 $0^{\circ} \sim 90^{\circ}$ 范围内的形状因子大小相对误差在 1.5% 以内。

2.2 含 V 型切口三点弯曲梁的极限承载力与 V 切口角度的关系

试件发生破坏时, 跨中荷载记为 p_{σ}^{ω} , 此时广义应力强度因子达到广义断裂韧度:

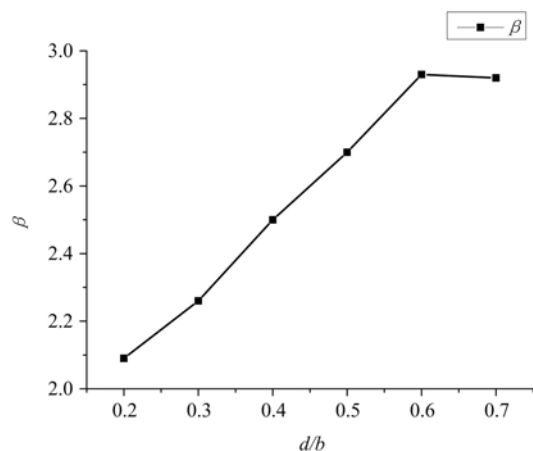
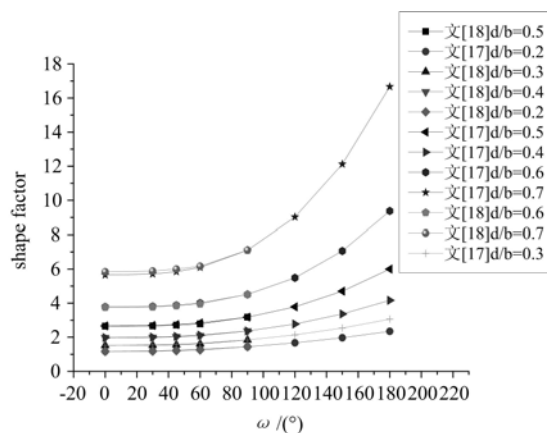
$$K_{Ic}^* = \frac{p_{\sigma}^{\omega} l}{tb^{1+\lambda}} f^* \left(\frac{d}{b}, \omega \right) \quad (12)$$

ω 为 180° 时,

$$K_{Ic}^* = \sigma_u = \frac{p_{\sigma}^{\pi} l}{tb^2} f^* \left(\frac{d}{b}, \pi \right) \quad (13)$$

将式(12)除以式(13), 得到:

$$\frac{p_{cr}^{\omega}}{p_{cr}^{\pi}} = b^{\lambda-1} \frac{f^* \left(\frac{d}{b}, \pi \right)}{f^* \left(\frac{d}{b}, \omega \right)} \frac{K_{Ic}^*}{\sigma_u} \quad (14)$$

图 3 β 随缝高比变化的关系Fig. 3 The value β change with crack height ratio图 4 形状因子随切口角度 ω 的变化关系Fig. 4 The value of shape factor change with incision angle ω

将有限断裂力学广义断裂韧度表达式(5)代入(14)式,得到根据有限断裂力学方法计算的各个角度破坏荷载公式:

$$p_{cr}^{\omega} = \xi(\omega) \frac{f^* \left(\frac{d}{b}, \pi \right)}{f^* \left(\frac{d}{b}, \omega \right)} s^{2(1-\lambda)} p_{cr}^{\pi} \quad (15)$$

按文献[17], s 定义为材料脆性指数,其表达式由式(16)给出:

$$s = \frac{K_{Ic}}{\sigma_u \sqrt{b}} \quad (16)$$

式中极限抗拉强度 σ_u 由式(13)确定。

将平均应力准则广义断裂韧度表达式(6)代入式(14),得到根据平均应力准则预测的破坏荷载公式:

$$p_{cr}^{\omega} = 4^{1-\lambda} \frac{f^* \left(\frac{d}{b}, \pi \right)}{f^* \left(\frac{d}{b}, \omega \right)} s^{2(1-\lambda)} p_{cr}^{\pi} \quad (17)$$

3 试验设计

3.1 试验概况

混凝土设计强度等级为 C30,其中拌合材料分别为:水泥采用 P·O32.5 级普通硅酸盐水泥,粗骨料为级配良好的卵石,细骨料为粗砂,水为自来水,配合比如表 2 所示。

表 2 试验材料

Tab. 2 Experiment material

强度等级	水泥标号	碎石/mm	水泥/kg	水/kg	沙子/kg	石子/kg
C30	P·O32.5	5~16	400	190	610	1235

本试验有缝高比分别为 0.2、0.3、0.4 三种类型的试件,其中缝高比为 0.2 的试件切口角度有 7 种,分别为 0°、30°、60°、90°、120°、150°、180°;缝高比为 0.3 和 0.4 的试件切口角度有 5 种,分别为 0°、

60°、90°、120°、180°。以上每组试件包含 3 个试件,试块尺寸统一为 100mm×100mm×440mm,跨高比均为 4:1。试件编号采取型式为:缝长-角度-组号。

V 型切口用电锯制作完成后用模板订好并固定,模板型式如图 5 所示,直裂缝是在模版内插一 2mm 厚钢板涂脱模剂待混凝土终凝后拔出。用木模浇筑一次成型,试件成型后测得 V 型切口设计角度与实际测量角度偏差在 1°以内。混凝土用振动棒振实,振动时试模不得有任何跳动。3 天后脱模,标准养护 28 天之后,从养护室取出混凝土。

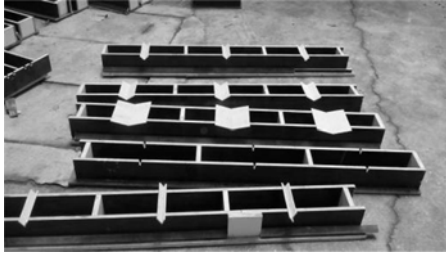


图 5 模板制作

Fig. 5 Templates to create



图 6 应变片布置图

Fig. 6 Strain gauges layout

3.2 试件表面粘贴应变片

4#、5#应变片对称贴于 V 型切口两端,1#应变片贴于 V 型切口尖端,且 1#、4#、5#水平间距均为 1cm;1#、2#应变片垂直距离为 25mm;2#、3#应变片垂直距离为 30mm。具体应变片布置见图 6。

3.3 试验加载及采集设备

试验采用华东交大材料实验室自制手动加载机,该加载机的原理是通过手动转轮带动内部机械齿轮使得加载压头下降对试件加载。所使用的荷载传感器最大量程为 1t。跨中挠度测量采用 1cm 量程的百分表,测量过程中人工读数。应变和荷载采用华东交大自制的应变仪进行采集。试验装置如图 7 所示,观测面喷有黑白哑光漆,用 CCD 摄像头拍摄,试件背面贴有应变片采集试件加载过程中的应变。支座间距为 40cm,试件跨高比为 4:1。加载压头横竖两个方向都处于试件中心位置,以免造成偏压。加载采用分级加载,前 2kN 为 200N 每级加载,2kN 后为 100N 每级加载。为使试件受力为集中荷载,在加载压头下垫一宽 0.8cm、长 9cm、厚 0.4cm 的长钢条,钢条严格对中。

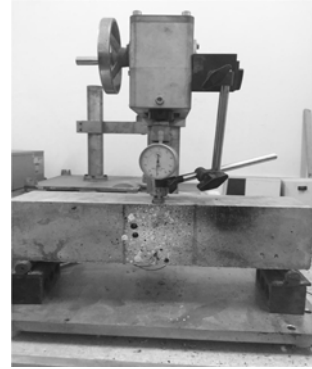


图 7 试验装置

Fig. 7 Experimental device

3.4 断裂韧度的确定

为了参数取用一致,本文采用美国材料试验协会(ASTM)^[19]给出的三点弯曲梁混凝土试件的断裂韧度公式:

$$K_{Ic} = \frac{p_{\alpha}^0 l}{tb^{1.5}} f(\alpha) \quad (18)$$

其中

$$f(\alpha) = 2.9\alpha^{1/2} - 4.6\alpha^{3/2} + 21.8\alpha^{5/2} - 37.6\alpha^{7/2} + 38.7\alpha^{9/2}, \alpha = d/b \quad (19)$$

式中, p_{α}^0 为 V 型切口角度为 α 的破坏荷载。

3.5 起裂荷载、破坏荷载随 V 切口角度的变化

3.5.1 起裂荷载测定

随着荷载的增加,裂缝尖端处微小区域内的应变逐渐增加,且基本上呈线性变化,属于拉应变。裂缝尖端处混凝土由于受拉产生应力集中而开裂,混凝土释放能量,在曲线上反映为拉应变不再增加;荷载继续增加,由于缝端混凝土的开裂,其附近的拉应力卸载,拉应变减小,甚至出现压应变,试件应力-应变关系曲线开始发生转折,将这一转折点对应的荷载值作为试件的起裂荷载^[20]。

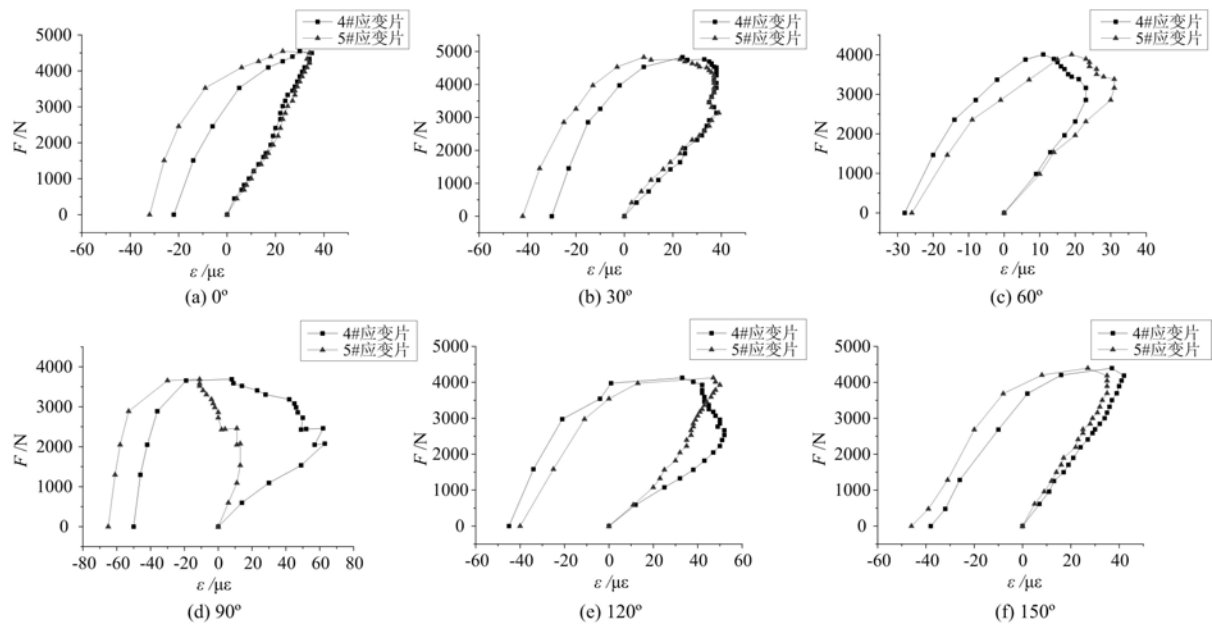


图 8 含不同切口角度梁的荷载—应变曲线
Fig. 8 $F-\varepsilon$ curve of beams with different notch angles

3.5.2 通过两种特殊角度得到的理论值与试验结果的对比

如表 3 所列,试验测得 0° 破坏荷载均值为 4364N, 180° 破坏均值为 6102N,代入式(13)、(16)、(18)得到 $\sigma_u = 5.72\text{MPa}$, $K_{Ic} = 0.645\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, $s = 0.357$ 。

有限断裂力学及平均应力准则预测的理论破坏荷载与试验测得的破坏荷载进行对比,见表 3。

表 3 理论预测与试验结果比较

Tab. 3 Theoretical prediction comparison with the experimental data

试件 编号	V 型 切口 角度/(°)	起裂 荷载 /N	起裂 荷载 均值/N	破坏 荷载 /N	破坏 荷载 均值/N	起裂荷载 /破坏荷载 /%	式(15) 计算值 /N	式(15) 相对误差 /%	式(17) 计算值 /N	式(17) 相对误差 /%
20-0-1	0	3808		4122						
20-0-2		4498	4142	4550	4364	94.9	4364	/	4364	/
20-0-3		4119		4420						
20-30-1	30	4275		4830						
20-30-2		4312	4292	4765	4761	90.15	4242	10.9	4285	9.99
20-30-3		4289		4687						
20-60-1	60	3526		3800						
20-60-2		3162	3315	3808	3888	85.27	4001	2.9	4101	5.49
20-60-3		3258		4056						
20-90-1	90	2939		3678						
20-90-2		2460	2661	3470	3562	74.71	3808	6.9	3966	11.34
20-90-3		2584		3538						
20-120-1	120	2477		3350						
20-120-2		2664	2498	3727	3545	70.46	3839	8.29	4054	14.36
20-120-3		2352		3558						

(续表 3)

试件 编号	V 型 切口 角度/(°)	起裂 荷载 /N	起裂 荷载 均值/N	破坏 荷载 /N	破坏 荷载 均值/N	起裂荷载 /破坏荷载 /%	式(15) 计算值 /N	式(15) 相对误差 /%	式(17) 计算值 /N	式(17) 相对误差 /%
20-150-1		4377		4452						
20-150-2	150	4324	4304	4420	4420	97.4	4398	0.5	4613	4.37
20-150-3		4212		4387						
20-180-1				6312						
20-180-2	180	/	/	5920	6102	/	/	/	/	/
20-180-3				6074						

注：180°的起裂荷载由于条件所限并未测定。

有限断裂力学方法与试验结果平均相对误差为 5.9%，误差范围在 0.5%~10.9%，而平均应力准则预测结果与试验平均相对误差为 9.11%，误差范围在 4%~15%，有限断裂力学方法所得的结果更精确且稳定性更好。

根据试验结果得到起裂荷载—角度曲线、最大荷载—角度曲线如图 9 所示。

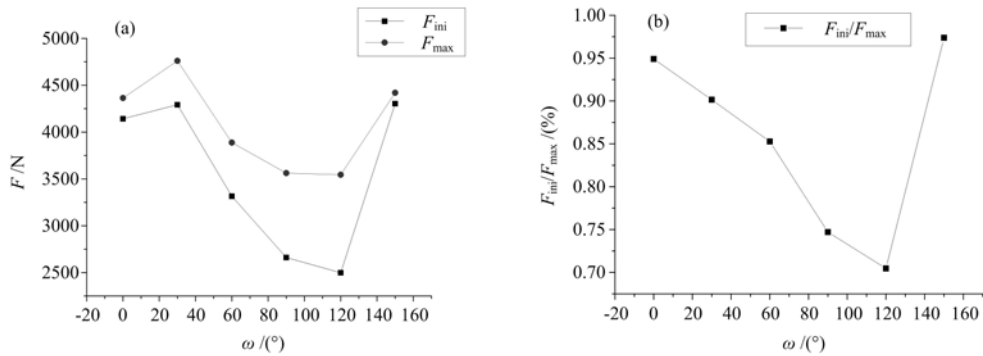


图 9 (a) 起裂破坏荷载随切口角度的变化关系, (b) 起裂/破坏荷载随角度的变化关系

Fig. 9 (a) The relationship between crack initiation load and incision angle,
(b) The ratio of initiation load to failure load change with the V-notch angle

起裂荷载与破坏荷载的比值随 V 型切口角度变化起伏较大,所以上文的预测方法对起裂荷载并不适用。

3.5.3 有限距离计算

将试验数据代入式(4)、式(7)可得混凝土的有限距离与平均应力准则临界距离,如图 10 所示。

在混凝土材料中,有限距离的大小随角度增大逐渐减小,平均应力准则临界距离不随角度而改变,其大小约为 V 型切口开口角为 0°时的大小,其大小范围为 6.44mm~8.1mm。

事实上,将脆性指数计算公式(16)代入有限距离计算公式(4)

$$\Delta_{SE} = \frac{2bs^2}{\lambda\psi^2(\omega)} \quad (20)$$

可得,有限距离是关于 V 型切口开口角度 ω 、试件高度 b 、和脆性指数 s 的函数,综上所述,有限距离随 ω 增大而减小,与试件高 b 和脆性指数 s 的平方成正比。

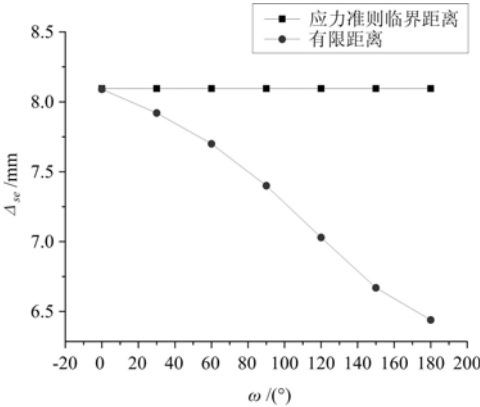


图 10 三点弯曲试验中混凝土有限距离和临界随角度变化值

Fig. 10 Finite distance and critical distance of concrete change with incision angle in three-point bending test

3.5.4 V 型切口缝高比为 0.3 和 0.4 时的理论预测与试验结果比较

如表 4 所列,缝高比为 0.3 时,试验测得 0° 破坏荷载均值为 4364N, 180° 破坏均值为 6102N,代入式(16)、式(18)得到 $K_{lc}=0.663\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, $s=0.367$;缝高比为 0.4 时,试验测得 0° 破坏荷载均值为 3138N,得到 $K_{lc}=0.786\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$, $s=0.435$ 。

表 4 理论预测与试验结果比较

Tab. 4 Theoretical prediction comparison with the experimental data

试件 编号	V 型 切口 角度/ $^\circ$	破坏 荷载 /N	破坏 荷载 均值/N	式(15) 计算值 /N	式(15) 相对误差 /%	式(17) 计算值 /N	式(17) 相对误差 /%
30-0-1		3455					
30-0-2	0	3500	3441	3515	2.14	3515	2.14
30-0-3		3368					
30-60-1		3275					
30-60-2	60	3021	3080	3272	6.22	3352	8.84
30-60-3		2944					
30-90-1		2795					
30-90-2	90	3183	2953	3123	5.76	3253	10.17
30-90-3		2881					
30-120-1		3114					
30-120-2	120	2882	2968	3132	5.53	3307	11.42
30-120-3		2908					
30-180-1		4686					
30-180-2	180	4804	4710	/	/	/	/
30-180-3		4640					
40-0-1		3039					
40-0-2	0	3091	3138	3262	3.95	3262	3.95
40-0-3		3284					
40-60-1		2686					
40-60-2	60	2773	2820	3061	8.56	3137	11.24
40-60-3		3001					
40-90-1		2619					
40-90-2	90	2910	2703	2892	7.01	3013	11.47
40-90-3		2580					
40-120-1		2835					
40-120-2	120	2578	2650	2803	5.76	2959	11.66
40-120-3		2537					
40-180-1		3614					
40-180-2	180	3671	3569	/	/	/	/
40-180-3		3422					

理论预测与试验结果对比由图 11 给出。

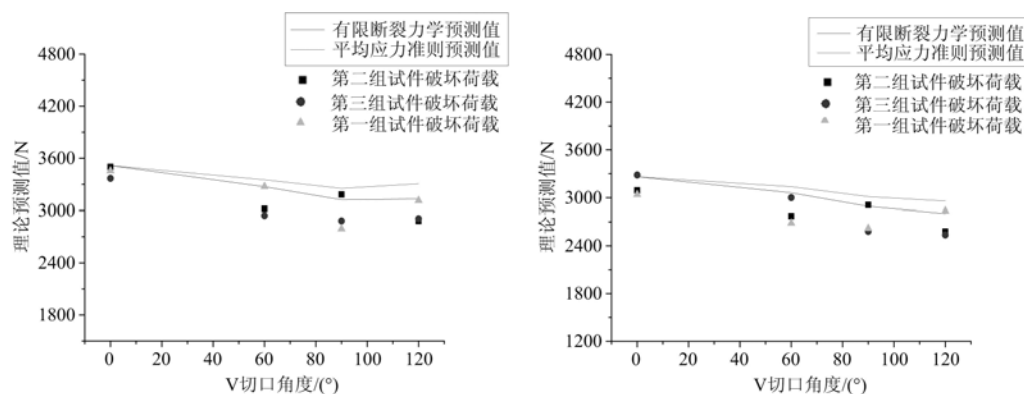


图 11 理论预测与试验结果对比(a)缝高比为 0.3,(b)缝高比为 0.4

Fig. 11 Plots of the theoretical prediction and comparison with the experimental data

(a)crack height ratio 0.3, (b)crack height ratio 0.4

通过缝高比为 0.3 和 0.4 的 V 型切口试件的试验结果进一步证明了有限断裂力学比平均应力准则预测结果更精确。

4 结论

(1) 通过本文试验结果及相关文献表明,对于含 V 型切口缝高比为 0.2、0.3、0.4 的素混凝土构件,利用有限断裂力学方法所预测的含 V 型切口角度梁破坏荷载值大小比平均应力准则预测的结果更准确。

(2) 当 V 型开口角度小于 120° 时,起裂荷载随切口角度增大而减小;当角度大于 120° 时,起裂荷载随切口角度增大而增大,而破坏荷载随 V 型切口角度变化规律与起裂荷载不一致。

(3) 根据平均应力准则计算得到的临界距离是材料常数,而根据有限断裂力学计算得到的有限距离是结构参数,其大小与试件高和脆性指数的平方成正比。

参考文献:

- [1] Hashin Z. Finite thermoelastic fracture criterion with application to laminate cracking analysis[J]. Journal of the Mechanics & Physics of Solids, 1996, 44 (7):1129—1145.
- [2] Leguillon D. Strength or toughness? A criterion for crack onset at a notch[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2002, 21(1):61—72.
- [3] Carpinteri A, Cornetti P, Pugno N, et al. A finite fracture mechanics approach to structures with sharp V-notches [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2008, 75(7):1736—1752.
- [4] Hebel J, Dieringer R, Becker W. Modelling brittle crack formation at geometrical and material discontinuities using a finite fracture mechanics approach[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2010, 77(18):3558—3572.
- [5] Camanho P P, Erçin G H, Catalanotti G, et al. A finite fracture mechanics model for the prediction of the open-hole strength of composite laminates[J]. Composites Part A Applied Science & Manufacturing, 2012, 43(8):1219—1225.
- [6] Weißgraeber P, Felger J, Geipel D, et al. Cracks at elliptical holes: Stress intensity factor and finite fracture mechanics solution[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2015, 55:192—198.
- [7] Andersons J, Tarasovs S, Spārniņš E. Finite fracture mechanics analysis of crack onset at a stress concentration in a UD glass/epoxy composite in off-axis tension[J]. Composites Science & Technology, 2010, 70(9):1380—1385.
- [8] Muñoz-Reja M, Távara L, Mantic V, et al. Crack onset and propagation at fibre-matrix elastic interfaces under biaxial loading using finite fracture mechanics[J]. Composites Part A Applied Science & Manufacturing, 2016, 82:267—278.
- [9] Muñoz-Reja M, Távara L, Mantic V, et al. Crack onset and propagation in composite materials using finite

- fracture mechanics on elastic interfaces[J]. *Procedia Materials Science*, 2010, 137(2):1365—1370.
- [10] Andersons J, Modniks J, Leterrier Y, et al. Evaluation of toughness by finite fracture mechanics from crack onset strain of brittle coatings on polymers[J]. *Theoretical & Applied Fracture Mechanics*, 2008, 49(2):151—157.
- [11] Cornetti P, Mantic V, Carpinteri A. Finite fracture mechanics at elastic interfaces[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2012, 49(s7-8):1022—1032.
- [12] Sapora A, Cornetti P, Carpinteri A, et al. An improved finite fracture mechanics approach to blunt V-notch brittle fracture mechanics: experimental verification on ceramic, metallic, and plastic materials [J]. *Theoretical & Applied Fracture Mechanics*, 2015, 78:20—24.
- [13] Sapora A, Cornetti P, Carpinteri A. A finite fracture mechanics approach to V-notched elements subjected to mixed-mode loading[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2013, 97(2):216—226.
- [14] Williams M L. Stress singularities resulting from various boundary conditions in angular corners[J]. *Journal of the Minerals Metals & Materials Society*, 1952, 19(12):1—7.
- [15] Tada H, Paris P, Irwin G. The stress analysis of cracks [M]. Handbook, St. Louis, MO, USA, Paris Productions Incorporated, 1985.
- [16] Seweryn A. Brittle fracture criterion for structures with sharp notches[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1994, 47(5):673—681.
- [17] Carpinteri A. Stress-singularity and generalized fracture toughness at the vertex of re-entrant corners [J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 1987, 26(1):143—155.
- [18] Gross B, Mendelson A. Plane elastostatic analysis of V-notched plates[J]. *International Journal of Fracture Mechanics*, 1972, 8(3):267—276.
- [19] Legget D R F. American society for testing and materials[J]. *Nature*, 1981, 3(203):565—568.
- [20] 胡少伟, 范向前, 陆俊. 缝高比对不同强度等级混凝土断裂特性的影响[J]. *防灾减灾工程学报*, 2013(2):162—168 (HU Shaowei, FAN Xiangqian, LU Jun. Effect of crack height ratio on the fracture properties of concrete [J]. *Seismological Research of Northeast China*, 2013(2):162—168 (in Chinese))

Three-point bending experimental study of concrete specimen with sharp V-notch based on finite fracture mechanics method

TONG Gu-sheng, XU Peng-hua, CHEN Shen-shen

(School of Civil Engineering and Architecture, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, Jiangxi, China)

Abstract: In order to study the fracture characteristics of plain concrete beam with V-notch subjected to three-point bending, a finite fracture mechanics method, which has coupled stress and energy, is introduced in this paper to derive an analytical expression of generalized stress intensity factor, which can analyze the effect of V-notch opening angle variation on the finite distance and generalized fracture toughness. Generalized fracture toughness and finite distance are expressed by functions of fracture toughness, tensile strength and V-notch opening angle. Results from three-point bending experiment for plain concrete beams with 3 crack-height ratios and several opening angles indicate that comparing with average stress criterion, the predicted failure load by using finite fracture mechanics method has higher precision, at the same time, the agreement with experimental data is better.

Keywords: brittleness index; V-notch; failure load; finite fracture mechanics; concrete