

文章编号: 1001-4888(2018)04-0557-10

三点弯曲型试件 I / II 复合型 断裂的数值与实验研究^{*}

李一凡, 董世明, 黎坤运, 华文

(四川大学建筑与环境学院, 四川成都 610065)

摘要: 三点弯曲试件常被用来研究材料的纯 I 型及 I / II 复合型断裂性能。使用 Abaqus 软件通过有限元法获得三点弯曲试件不同跨长比 $2S/L$ 、相对裂纹长度 a 和裂纹倾角 β 下的 I 型与 II 型无量纲应力强度因子。由有限元结果可知, 在相对裂纹长度一定时, 跨长比越小, 裂纹倾角越小, I 型无量纲应力强度因子可取得 0, 即越容易得到纯 II 型断裂。当跨长比相同时, 相对裂纹长度越大越容易得到纯 II 型断裂。使用 6 组共 24 个三点弯曲试件, 研究砂岩的纯 I 型、纯 II 型以及复合型加载时的断裂韧度, 得到该种砂岩的纯 I 型断裂韧度为 $0.786 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$, 纯 II 型断裂韧度为 $0.344 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ 。实验结果与最大周向应力 (MTS) 准则和广义最大周向应力 (GMTS) 准则的预测结果进行对比, 比较结果显示 GMTS 准则更能准确地预测实验结果。

关键词: 三点弯曲; 数值分析; 砂岩; 复合型断裂

中图分类号: TU45

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-17-040

0 引言

断裂韧度作为材料的重要力学参数, 是材料评估和结构强度设计的重要依据, 它代表了材料抵抗裂纹扩张的能力。II 型断裂在岩石切削、水压致裂、岩石边坡稳定等实际岩石工程运用中具有重要作用。在这些实际运用中, 最为重要的问题便是确定材料的 II 型断裂韧度。对于脆性材料断裂韧度的测试, 国际上采用多种不同的实验方法及试件进行实验研究: 比如三点弯曲 (TPB) 试件、人字形切槽短圆棒 (SR) 试件、人字形切槽三点弯曲圆棒 (CB) 试件、中心裂纹巴西圆盘 (CCBD) 试件及三点弯曲半圆盘 (SCB) 试件等^[1-4]。其中 CCBD 试件可通过改变荷载加载与裂纹之间的夹角实现包括纯 I 型、纯 II 型在内的所有 I / II 复合型断裂^[5-7]; SCB 试件也可通过改变预置裂纹倾斜角研究包括纯 I 型、纯 II 型在内的所有平面内复合型断裂^[8-11]。然而, 为了成功获得圆盘形试件, 要求实验岩块必须比钻取的圆芯大很多, 这在实验过程中容易造成较大的浪费, 且圆盘中的裂纹加工相对困难, 因此使用圆盘类试件 (包括 CCBD 与 SCB) 受到较大的限制。

三点弯曲 (TPB) 试件具有易于加工、消耗材料少、实验加载条件简单的特点, 是很优秀的实验试件。然而三点弯曲试件主要用于研究材料的纯 I 型断裂和部分 I / II 复合型断裂, 如左建平等人使用三点弯曲试件研究了砂岩经不同温度热处理后的纯 I 型断裂特性^[12,13]; 管辉等人使用三点弯曲试件研究了灰岩的 I 型断裂性能^[14]; Rizov 使用含倾斜预置裂纹的三点弯曲试件研究了高分子复合材料的 I / II 复合型断裂特性^[15]等。使用三点弯曲试件进行材料的纯 II 型断裂实验研究还鲜见报道。本文使用 Abaqus

^{*} 收稿日期: 2017-02-24; 修回日期: 2017-04-04

基金项目: 四川省科技计划 (编号 2018JY0024); 国家重大科研仪器设备研制专项 (编号 11327801)

通讯作者: 董世明 (1963—), 男, 博士, 教授, 主要从事断裂力学、冲击动力学方面的研究工作。Email: smdong@scu.edu.cn

软件通过数值分析的方法研究支座跨度与试件长度比值(简称跨长比) $2S/L$ 、相对裂纹长度 α 和裂纹倾角 β 对 I 型与 II 型无量纲应力强度因子的影响,证明该试件进行纯 II 型断裂实验的可行性,并总结出获得纯 II 型断裂的试件选择条件。进一步通过 6 组共 24 个试样研究了工程中常见的砂岩的包括纯 I 型、纯 II 型及所有 I / II 复合型断裂特性,希望能为工程运用起一定的参考作用。

1 TPB 试件 I / II 复合型加载的有限元分析

带倾斜预置裂纹的三点弯曲试件正面示意图如图 1 所示,试件长 $\times$ 宽 $=L\times W$,厚度为 B ,底部受力支座跨长为 $2S$,预置与竖直方向夹角为 β 且长度为 a 的裂纹。当裂纹垂直底边时,为纯 I 型断裂;随着裂纹倾斜角的增加,可得到 I / II 复合型断裂直至纯 II 断裂。TPB 试件 I 型与 II 型应力强度因子(SIF)和 T 应力表达式定义如下:

$$K_i = \frac{P}{2WB} \sqrt{\pi a} Y_i \left(\frac{a}{W}, \frac{2S}{L}, \beta \right) \quad (1)$$

$$T = \frac{P}{2WB} T^* \left(\frac{a}{W}, \frac{2S}{L}, \beta \right) \quad (2)$$

式中, i 为 I 与 II; Y_i 与 T^* 分别表示无量纲的应力强度因子与 T 应力;定义 $\alpha = a/W$ 为相对裂纹长度。公式中无量纲参数 Y_i 与 T^* 为 a/W , $2S/L$ 及 β 的函数,在几何条件确定的情况下不随外荷载的变化而变化,本文将通过数值分析得到此数值。

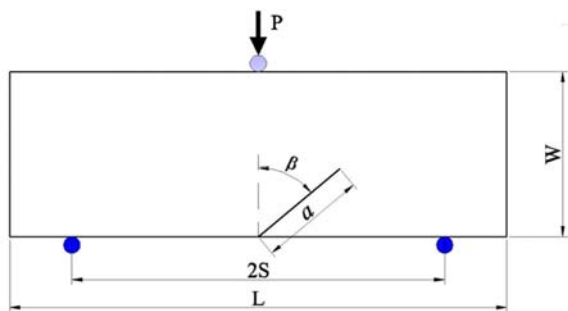


图 1 三点弯曲试件示意图
Fig. 1 Geometry diagram of three point bending specimen

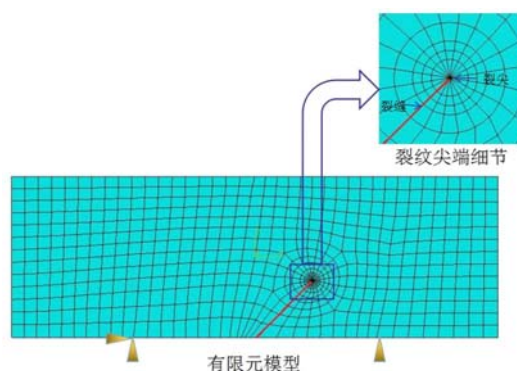


图 2 三点弯曲试件有限元模型
Fig. 2 FE model for three point bending specimen

I / II 复合型断裂属于平面内断裂,国内外学者在求解不同类型试件的面内 I / II 复合型断裂应力强度因子时,通常使用有限元软件的二维模型,并通过算例验证了有限元方法具有较高的准确性^[11,16-19],因此本文采用 Abaqus 软件对三点弯曲试件的二维模型进行分析。计算参数设定与后文实验所用砂岩一致,砂岩弹性模量为 $E=5.00\text{GPa}$,泊松比 $\nu=0.25$,密度为 $\rho=2500\text{kg/m}^3$ 。分析时设定试件长 $\times$ 宽 $=120\text{mm}\times40\text{mm}$,厚度为 20mm 。首先建立矩形平面后设置一条作为裂纹的线,在裂缝尖端作 5 个直径较小的同心圆作为裂纹尖端加密区,将裂纹尖端设置成 6 节点的三角形 CPS6 单元,余下其他区域使用 8 节点的 CPS8 四边形单元,加载边界条件设置为下端支座一边为固定 X、Y 方向位移一边为固定 Y 方向位移,加载的竖向载荷为 80N 。在结果输出中得到 5 条积分曲线上的应力强度因子和 T 应力后,选取较为稳定的第 2~4 条积分曲线上的计算值求其平均值,再经过无量纲化后得到无量纲的 K 因子和 T 应力。有限元模型如图 2 所示,图中网格较密、颜色较深区域为裂尖所在位置,具体裂纹尖端局部网格划分如图 2 右上。

分别求得跨长比固定为 0.5 时相对裂纹长度 $\alpha=0.3\sim0.6$,及相对裂纹长度为定值 0.5 时跨长比 $2S/L=0.3\sim0.6$ 等不同条件下,倾斜角 $\beta=0^\circ\sim60^\circ$ 的应力强度因子与 T 应力,按照式(1)、(2)的方式进行无量纲化处理后得无量纲应力强度因子 Y_I 、 Y_{II} 与 T^* 如图 3~4 所示。由图 3~4 可知无量纲 I 型应力强度因子 Y_I 随着裂纹倾斜角的增大而逐渐减小,在裂缝垂直于底边即为纯 I 型断裂时取得最大值;

无量纲 Y_{II} 和无量纲的 T^* 随着裂纹倾斜角的增大先增大后减小, Y_{II} 在裂纹倾斜角靠近 30° 时取得最大值。由图 3 可知, 当跨长比固定, 在 β 较小时相对裂纹长度 α 越大, Y_I 与 Y_{II} 越大, 但随着 β 增大, α 越大时无量纲应力强度因子的下降趋势越大; 在 β 较小时相对裂纹长度 α 越大, T^* 随着裂纹倾斜角的增大趋势越明显, 随着 β 增大到一定程度后, α 越大时 T^* 随着裂纹倾斜角的增大, 其减小趋势也越明显。然而在图 4 中, 当 α 固定时, 跨长比越大, Y_I 、 Y_{II} 与 T^* 越大, 且 Y_I 、 Y_{II} 与 T^* 各自的不同跨长比间的参数随着倾斜角变化的趋势相似。

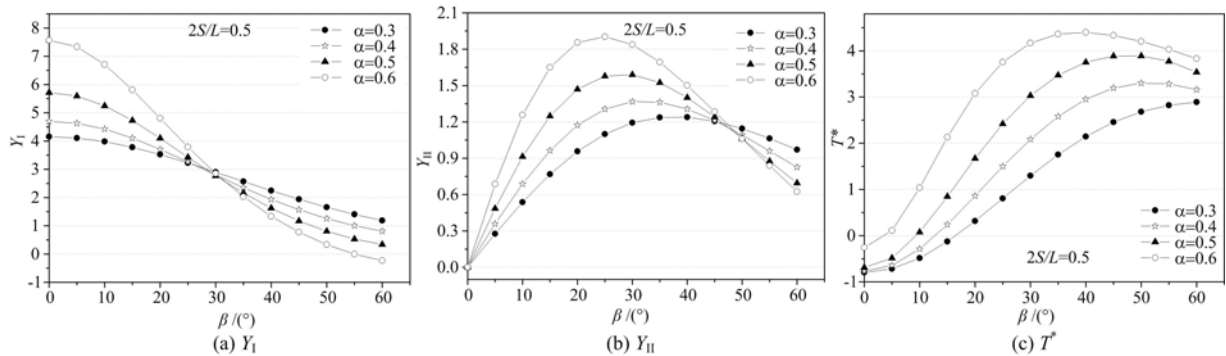


图 3 不同相对裂纹长度时 TPB 的无量纲参数

Fig. 3 Dimensionless parameters for TPB when α are different

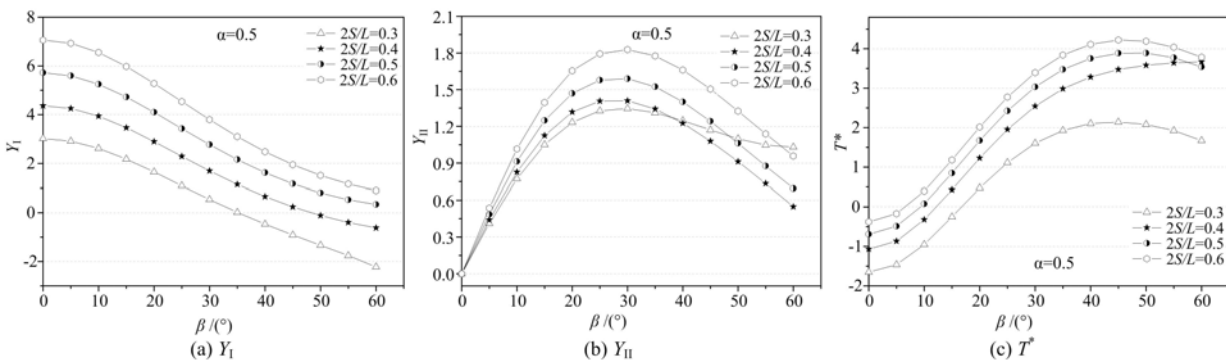


图 4 不同跨长比时的 TPB 无量纲参数

Fig. 4 Dimensionless SIF parameters for TPB when $2S/L$ are different

众多研究认为, 当 I 型应力强度因子 $K_I = 0$ 、但 II 型应力强度因子 K_{II} 不为零时是纯 II 型断裂^[5-9]。观察图 3(a)与图 4(a)可知 Y_I 在一定的条件下可取值为 0, 即在该种条件下发生纯 II 型断裂。当跨长比固定时, 相对裂纹长度越大, 越容易在倾斜角较小时得到纯 II 型断裂; 当相对裂纹长度固定时, 跨长比越小, 越容易在倾斜角较小的条件下得到纯 II 型断裂。由以上讨论可知, 三点弯曲试件可以用于研究材料的纯 II 型断裂特性。当裂纹倾斜角 β 较大时不利于试件加工, 因此为了较容易得到纯 II 型断裂, 试件的相对裂纹长度应该尽量取得较大值, 而支座跨度与长度的比值应该尽量使用较小值。且由 Aliha 等人^[20]研究可知, 使用二维有限元模型所得的无量纲参数 Y_I 、 Y_{II} 和 T^* 只与试件几何尺寸相关, 而与泊松比等其他参数无关, 在其他研究中也有相同的结论, 因此本文不再讨论不同弹性模量和泊松比条件下的应力强度因子。

2 实验研究与结果分析

为进一步验证 TPB 试件可进行纯 II 型断裂以及本文数值分析结果的准确性, 本节将进行砂岩的 I/II 复合型断裂实验, 并将实验结果与常用的断裂准则预测值进行对比, 若预测结果符合实验结果, 则证明 TPB 试件可用于纯 II 型断裂实验研究。本次实验所用的青砂岩产自四川省资阳市, 颗粒细致紧密, 均匀性较好。试件几何构型为长 $\times$ 宽 $\times$ 厚为 $120\text{mm} \times 40\text{mm} \times 20\text{mm}$, 由于当裂纹倾斜角大于或者等于 60° 后, 预置裂纹很难加工, 会对试件造成一定的损伤, 因此取得试件的相对裂纹长度 $\alpha = 0.5$ (即裂

缝 a 长为 20mm) 跨长比 $2S/L=0.4$ 。由 Abaqus 软件得此条件下的应力强度因子和 T 应力, 再由式 (1)、(2) 求得无量纲的 Y_I 与 Y_{II} 和 T^* 如图 5 所示。由图 5 可知, 当 $\beta=48^\circ$ 时 Y_I 为 0, 因此实验试件裂纹倾斜角分别设置为 $\beta=\{0^\circ, 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, 40^\circ, 48^\circ\}$ 共 6 组试件, 为减少砂岩由于材料的不均质造成的离散性, 每组取 4 块试件进行研究。本试件先由锯片加工成宽为 1mm 的预置贯穿裂缝, 再由直径为 0.26mm 的线锯对裂尖进行精细加工, 最后所得试件符合断裂实验对于岩石试样裂纹尖端宽度的制作要求。

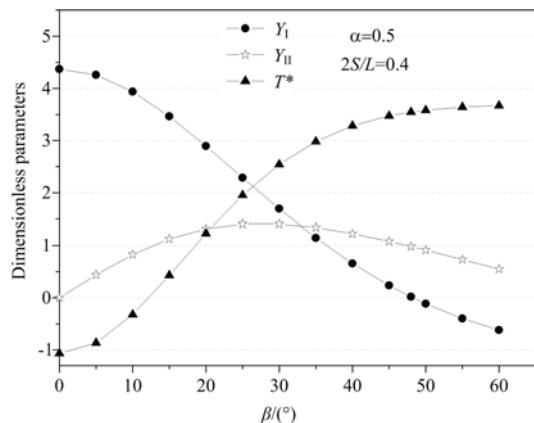


图 5 实验条件下无量纲参数值

Fig. 5 The dimensionless parameters under experimental conditions

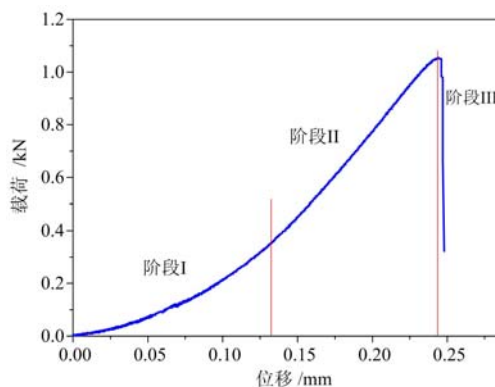


图 6 典型的荷载-位移曲线

Fig. 6 Typical curve of load-displacement

本文实验在四川大学破坏力学与工程防灾减灾四川省重点实验室进行, 使用深圳市瑞格尔公司生产的电子万能材料试验机 (RGM-4300) 进行加载, 加载方式采用位移加载控制, 位移加载速率设定为 0.05mm/min。实验的典型荷载-位移曲线如图 6 所示, 由图 6 可知, 加载过程分为 3 个阶段, 加载初期砂岩中存在的较小的空洞与缝隙被压合, 荷载-位移曲线为一下凹的曲线; 待砂岩压实后荷载-位移曲线近似线性增长; 当荷载到达砂岩的临界断裂荷载时砂岩瞬间断裂发生脆性破坏, 之后荷载快速下降。此现象与文献[7]采用巴西圆盘研究锈岩的断裂韧性的实验现象一致。

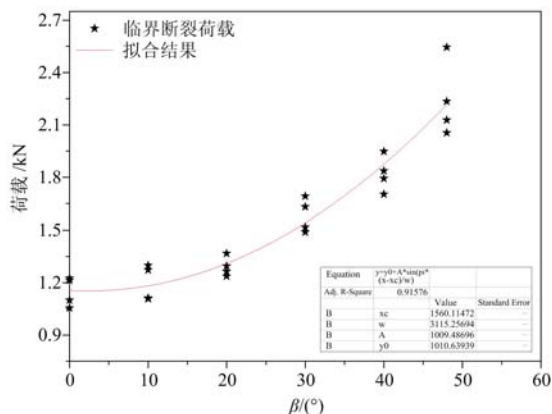


图 7 临界断裂荷载与裂纹倾斜角的关系

Fig. 7 Critical load versus crack inclination angles

砂岩的临界断裂荷载与裂纹的倾斜角关系如图 7 所示。观察图 7 可知, 砂岩的临界断裂荷载 P_c 随着裂纹倾斜角的增大而增大, 在纯 II 型断裂时, 临界断裂荷载取得最大值。且不同倾斜角下的临界荷载的实验值处于较小范围内波动, 说明实验采用此种砂岩的离散性较小。

将所得的各试件最大的临界荷载值与图 5 中的无量纲应力强度因子代入式 (1), 可得砂岩在不同倾斜角下的 I 型与 II 型临界应力强度因子 K_{I_f} 与 K_{II_f} 。 $\beta=0^\circ, 48^\circ$ 时所得即为该种砂岩的纯 I 型与纯 II 型断裂韧度 K_{I_c} 与 K_{II_c} 。实验结果表明: 该种砂岩的纯 I 型断裂

韧度平均值为 $0.786 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$, 纯 II 型断裂韧度值为 $0.344 \text{ MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ 。

不同加载条件下试件的破坏形态如图 8 所示。观察图 8 可知, 试件受纯 I 型加载时, 裂纹将沿着预制裂缝的方向进行扩展; 而在复合型断裂 (包括纯 II 型断裂) 时, 裂纹扩展路径将偏离预制裂纹方向, 与预制裂纹方向成一定夹角, 并最终扩展至加载点处试件断开。裂缝开裂角的大小与预置裂纹倾斜角 β 的大小有关。

做出裂纹尖端起裂时夹角的切线,并使用量角工具测得开裂角 θ_f 。不同试件的临界载荷及相应的 I 型与 II 型临界 K 因子及 θ_f 如表 1 所示。

根据表 1 可以得到复合型加载条件下 K_{I_f} 、 K_{II_f} 随加载角 β 的变化关系,如图 9 所示。由图 9 可知, K_{I_f} 随着倾斜角的增大而减小, K_{II_f} 随着倾斜角的增大先增大后略有减小趋势。不同倾斜角时, K_{I_f} 与 K_{II_f} 的关系如图 10 所示。观察图 10 可知此种砂岩的 K_{I_f} 与 K_{II_f} 不存在线性关系。I / II 复合型断裂时,当砂岩所受应力强度因子在图 10 所示的包络线内时,砂岩不发生断裂;反之,则砂岩会发生断裂。

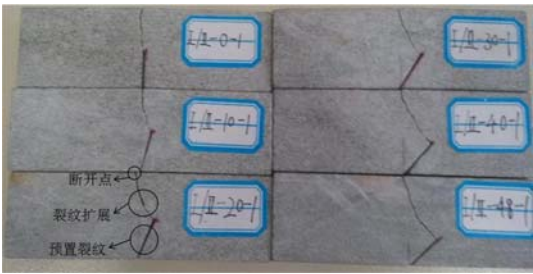


图 8 不同加载条件下试件破坏形态

Fig. 8 Failure modes of tested specimens under different loading conditions

表 1 实验结果
Tab. 1 Testing results

试件编号	倾斜角 $\beta/(^{\circ})$	开裂角 $\theta_f/(^{\circ})$	最大载荷 P_{cr}/kN	$K_{I_f}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5})$	$K_{II_f}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5})$
I / II -0-1	0	-6	1.213	0.830	0
I / II -0-2	0	-4	1.225	0.838	0
I / II -0-3	0	-7	1.099	0.752	0
I / II -0-4	0	-5	1.055	0.722	0
I / II -10-1	10	-21	1.107	0.683	0.143
I / II -10-2	10	-17	1.298	0.801	0.168
I / II -10-3	10	-24	1.272	0.785	0.165
I / II -10-4	10	-23	1.112	0.686	0.144
I / II -20-1	20	-42	1.236	0.560	0.255
I / II -20-2	20	-44	1.295	0.587	0.267
I / II -20-3	20	-48	1.367	0.620	0.282
I / II -20-4	20	-45	1.264	0.573	0.261
I / II -30-1	30	-59	1.489	0.395	0.329
I / II -30-2	30	-63	1.692	0.449	0.373
I / II -30-3	30	-61	1.517	0.403	0.335
I / II -30-4	30	-67	1.631	0.433	0.360
I / II -40-1	40	-78	1.837	0.189	0.353
I / II -40-2	40	-76	1.793	0.184	0.344
I / II -40-3	40	-71	1.703	0.175	0.327
I / II -40-4	40	-77	1.948	0.200	0.374
I / II -48-1	48	-80	2.234	0	0.343
I / II -48-2	48	-85	2.544	0	0.391
I / II -48-3	48	-84	2.128	0	0.327
I / II -48-4	48	-82	2.054	0	0.315

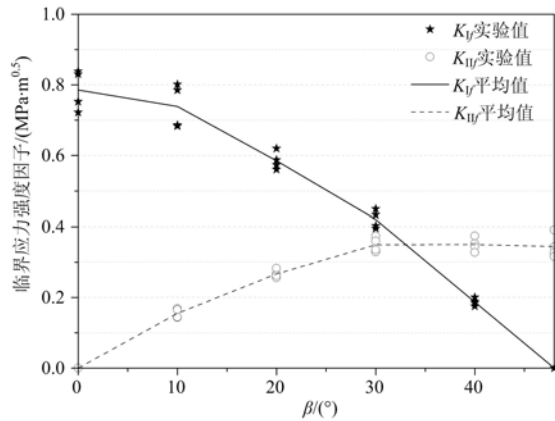
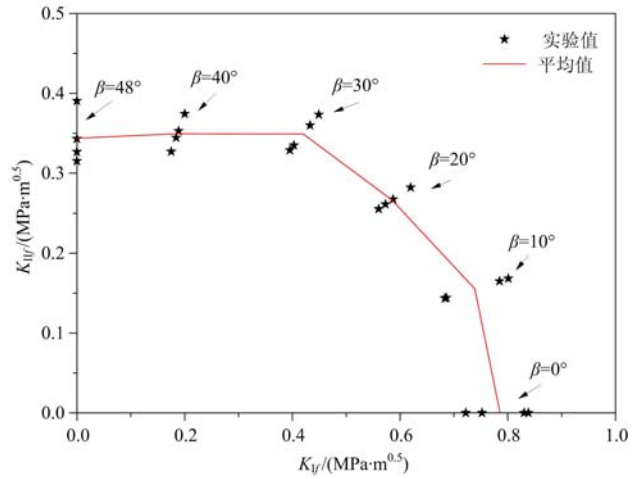


图 9 临界应力强度因子随裂纹倾角的变化趋势

Fig. 9 Critical SIFs versus crack inclination angles

图 10 $K_{I f}$ 与 $K_{II f}$ 之间的变化关系Fig. 10 Relationship between $K_{I f}$ and $K_{II f}$

为研究材料的断裂性能,多种断裂准则被相继提出,这些断裂准则主要可分为三大类:即应力型断裂准则、应变型断裂准则和能量型断裂准则。其中应用较多的有 Erdogan 和 Sih^[21]提出的最大周向应力(MTS)准则;Sih^[22,23]提出的最小应变能密度(SED)准则;以及 Smith 等人^[24]在 MTS 准则的基础上考虑 T 应力对断裂过程的影响而提出的广义最大周向应力(GMTS)准则。经过不同的实验研究与对比^[5-8,25,26],可知 GMTS 准则比 MTS 准则更能准确地预测材料的断裂特性。GMTS 准则裂纹尖端周向应力可表示为极坐标下公式:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left[K_I \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{3}{2} K_{II} \sin \theta \right] + T \sin^2 \theta + O(r^{1/2}) \quad (3)$$

式中, θ 和 r 为裂纹尖端的极坐标; K_I 与 K_{II} 分别为 I 型和 II 型应力强度因子; T 为平行于裂纹面的 T 应力(非奇异常数项); $O(r^{1/2})$ 为 Williams 高阶项且其在裂纹尖端处附近可忽略不计。

根据 GMTS 准则假设,断裂发生时:(1)裂纹沿着最大周向应力方向发生断裂;(2)且在距裂纹尖端临界值 r_c 处最大周向应力达到临界值 σ_{mc} 。 r_c 为裂纹尖端临界距离即脆性材料的裂纹扩展半径,通常认为是一个材料常数。

根据假设(1)对式(3)求导,并代入式(1)、(2)中的无量纲参数可得:

$$[Y_I \sin \theta_f + Y_{II} (3 \cos \theta_f - 1)] - \frac{16 T^*}{3} \sqrt{\frac{2 r_c}{a}} \cos \theta_f \sin \left(\frac{\theta_f}{2} \right) = 0 \quad (4)$$

由式(4)可求得裂纹的开裂角 θ_f , 将其代入式(3)可得:

$$\sigma_{mc} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r_c}} \cos \frac{\theta_f}{2} \left[K_{I f} \cos^2 \frac{\theta_f}{2} - \frac{3}{2} K_{II f} \sin \theta_f \right] + T_f \sin^2 \theta_f \quad (5)$$

纯 I 型加载条件下, $K_{II} = 0$ 、 $\theta_f = 0$, 得到 I 型断裂韧度 $K_{I c}$ 与 σ_{mc} 的关系为:

$$\sigma_{mc} = \frac{K_{I c}}{\sqrt{2\pi r_c}} \quad (6)$$

式(5)与式(6)联立后得到:

$$\frac{K_{I c}}{K_{I f}} = \left[\frac{3}{4} \cos \frac{\theta_f}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3}{2} \theta_f \right] + \frac{K_{II f}}{K_{I f}} \left[-\frac{3}{4} \sin \frac{\theta_f}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta_f}{2} \right] + \frac{T_f}{K_{I f}} \sqrt{2\pi r_c} \sin^2 \theta_f \quad (7)$$

将式(1)、(2)中的无量纲参数代入式(7)可得到 $K_{I c}$ 与 $K_{I f}$ 关系如下:

$$\frac{K_{I c}}{K_{I f}} = \left[\frac{3}{4} \cos \frac{\theta_f}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3}{2} \theta_f \right] + \frac{Y_{II}}{Y_I} \left[-\frac{3}{4} \sin \frac{\theta_f}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta_f}{2} \right] + \frac{T^*}{Y_I} \sqrt{\frac{2 r_c}{a}} \sin^2 \theta_f \quad (8)$$

同理可求得 $K_{I c}$ 与 $K_{II f}$ 的关系:

$$\frac{K_{Ic}}{K_{IIc}} = \frac{Y_I}{Y_{II}} \left[\frac{3}{4} \cos \frac{\theta_f}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta_f}{2} \right] + \left[-\frac{3}{4} \sin \frac{\theta_f}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta_f}{2} \right] + \frac{T^*}{Y_{II}} \sqrt{\frac{2r_c}{a}} \sin^2 \theta_f \quad (9)$$

使用 GMTS 准则能研究由 I 型与 II 型任意组合的复合型断裂问题, 使用式(4)可求得复合型断裂的开裂角 θ_f , 由式(8)、(9)可求得复合型断裂的断裂包络图。当 T 应力为零时, GMTS 准则便化解为 MTS 准则。

根据 GMTS 准则假定条件(2)可知, 材料的断裂特性还与临界距离 r_c 有关。Schmidt^[27] 经研究得出 r_c 与纯 I 型断裂韧度 K_{Ic} 存在如下关系:

$$r_c = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_t} \right)^2 \quad (10)$$

式中 σ_t 为材料的抗拉强度。 σ_t 与 K_{Ic} 都为材料常数, 可由实验求得。因此, 从理论上讲, 材料的裂纹扩展半径 r_c 值应该为常数。

魏炯等人^[28] 使用三点弯曲实验研究岩石的断裂韧度与抗拉强度的关系时, 得出岩石的抗拉强度 σ_t 与试件的几何条件及所能承受的最大载荷有如下关系:

$$\sigma_t = \frac{3P_\sigma \cdot 2S}{2B(W-a)^2} \quad (11)$$

为避免参数产生混淆, 公式(11)中参数根据文献[28]中定义已改为本文中参数形式。荷载最大值 P_σ 平均值为 1.148kN, 将试件的跨度、厚度、宽度及预置裂纹长度值与 P_σ 代入式(11)可求得砂岩的抗拉强度为 10.3MPa, 测得砂岩的 K_{Ic} 值为 0.786MPa·m^{0.5}, 再由公式(10)可得产自资阳的此种青砂岩 r_c 值为 0.93mm。

I 型与 II 型断裂复合系数 M_c 常被用来研究材料的 I / II 复合型断裂特性^[16-19], 其定义如下:

$$M_c = \frac{2}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{K_I}{K_{II}} \right) \quad (12)$$

当 M_c 为 1 时是纯 I 型断裂, 随着裂纹倾斜角的增大, II 型断裂所占的比重增大而 M_c 值逐渐减小。当 $\beta=48^\circ$ 时 M_c 取值为 0, 说明 K_I 为 0, 即为纯 II 型断裂。

r_c 值取本种砂岩的计算值 0.93mm 及较大值 2.3mm 和 4mm 进行预测, 以研究不同 r_c 值的影响。将图 5 中的无量纲参数代入式(4)求得开裂角预测值, 与表 1 中实验值对比情况如图 11 所示。再将公式(4)所得的开裂角代入式(8)、(9)中求倒数, 可得砂岩断裂特性的测试值与理论预测值的对比情况如图 12 所示。

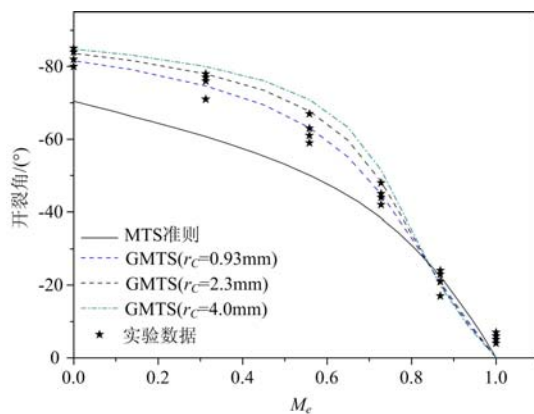


图 11 复合型断裂开裂角与预测值对比

Fig. 11 Mixed mode fracture crack initiation angles compared with predictive values

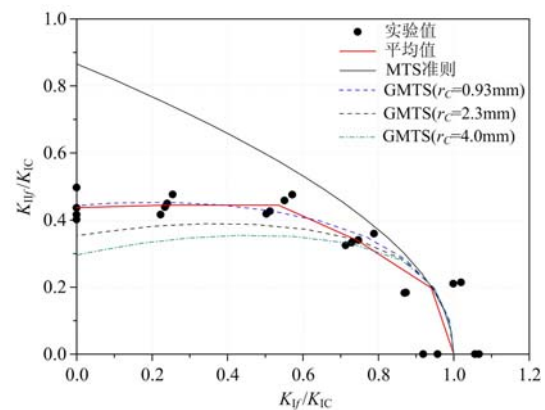


图 12 复合型断裂实验值与预测值对比

Fig. 12 Comparison of predicted fracture toughness with experimental results

观察图 11 可知, 裂纹开裂角随着 I 型断裂所占的比重增加而减小, r_c 值越大 GMTS 预测的开裂角则越大。MTS 准则预测不同材料的开裂角为相同值, 这明显与实际情况不符, 且由图 11 可知考虑了

T 应力的 GMTS 准则更能准确地预测裂纹的开裂情况。由图 12 可知,基于 MTS 准则的理论预测值由于其忽略了 T 应力的影响而与实验测试结果偏差较大,且根据不同材料的实验研究^[5,7,29],MTS 准则的预测曲线都一样,这明显不符合实际情况;GMTS 准则能够更好地预测材料的断裂性能。裂纹扩展半径 r_c 对 GMTS 准则下的 K_{I_f}/K_{I_c} 、 K_{II_f}/K_{I_c} 的预测值有一定的影响,II 型断裂所占比重越大, r_c 的影响越大, K_{II_f}/K_{I_c} 随着扩展半径 r_c 值的增大而减小,且当裂纹扩展半径 r_c 值取计算值 0.93mm 时,预测结果最为符合实验所用砂岩。

3 主要结论

本文使用 Abaqus 软件,利用有限元法对三点弯曲试件进行纯 II 型断裂的可行性进行研究,并使用该试件研究了砂岩的复合型断裂性能,得出以下结论:

(1) 三点弯曲试件可以实现材料的纯 II 型断裂。当跨长比固定时,相对裂纹长度越大,越容易得到纯 II 型断裂;当相对裂纹长度固定时,跨长比越小,越容易得到纯 II 型断裂。为了在较小的裂纹倾斜角下得到纯 II 型断裂,试件的相对裂纹长度应该尽量取得较大值,而支座跨度与长度的比值应该尽量使用较小值。

(2) 四川省资阳市青砂岩的纯 I 型断裂韧度为 $0.786\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$,纯 II 型断裂韧度为 $0.344\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ 。砂岩的临界应力强度因子 I 型分量 K_{I_f} 随着裂纹倾斜角的增大而减小,II 型分量 K_{II_f} 随着倾斜角的增大先增大后略有减小趋势,且此种砂岩的 K_{I_f} 与 K_{II_f} 不存在线性关系。

(3) GMTS 准则相比于 MTS 准则能够更好地预测材料的复合型断裂特性, r_c 值越大,GMTS 预测的开裂角则越大,而断裂韧度值却越小,裂纹扩展半径 r_c 值取 0.93mm 时的预测结果最符合此种砂岩。

参考文献:

- [1] Iqba M J, Mohanty B. Experimental calibration of ISRM suggested fracture toughness measurement techniques in selected brittle rocks[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2007, 40(5):453—475.
- [2] Iqba M J, Mohanty B. Experimental calibration of stress intensity factors of the ISRM suggested cracked chevron-notched Brazilian disc specimen used for determination of mode-I fracture toughness[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2006, 43(8):1270—1276.
- [3] Cui Z D, Liu D A, An G M, et al. A comparison of two ISRM suggested chevron notched specimens for testing mode-I rock fracture toughness[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2010, 47(5):871—876.
- [4] Kuruppu M D, Obara Y, Ayatollahi M R, et al. ISRM-suggested method for determining the mode I static fracture toughness using semi-circular bend specimen[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2014, 47(1):267—274.
- [5] Ayatollahi M R, Aliha M R M. Mixed mode fracture in soda lime glass analyzed by using the generalized MTS criterion[J]. International Journal of Solids & Structures, 2009, 46(2):311—321.
- [6] Ayatollahi M R, Aliha M R M. Cracked Brazilian disc specimen subjected to mode II deformation[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2005, 72(4):493—503.
- [7] 华文,董世明,徐积刚.复合型加载条件下锈岩断裂韧度试验研究[J].岩土力学,2016,37(3):753—758 (HUA Wen, DONG Shiming, XU Jigang. Experimental research of fracture toughness of rust stone under mixed mode loading conditions[J]. Rock and Soil Mechanics, 2016, 37(3):753—758 (in Chinese))
- [8] Ayatollahi M R, Aliha M R M. On determination of mode II fracture toughness using semi-circular bend specimen [J]. International Journal of Solids & Structures, 2006, 43(17):5217—5227.
- [9] Ayatollahi M R, Akbardoost J. Size effects in mode II brittle fracture of rocks[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2013, s112-113(11):165—180.
- [10] Ren L, Zhu Z M, Wang M, et al. Mixed-mode elastic-plastic fractures: improved R-criterion[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2014, 140(6):682—694.
- [11] 冯若琪,朱哲明,范勇.砂岩半圆盘弯曲的复合型断裂性质及准则研究[J].四川大学学报(工程科学版),2016

- (s1):121—127 (FENG Ruoqi, ZHU Zheming, FAN Yong. Research on mixed-mode fracture properties and criteria by using sandstone SCB specimen[J]. Journal of Sichuan University:Engineering Science Edition, 2016 (s1):121—127 (in Chinese))
- [12] 左建平, 谢和平, 刘瑜杰, 等. 不同温度热处理后砂岩三点弯曲的断裂特性[J]. 固体力学学报, 2010, 31(2): 119—126 (ZUO Jianping, XIE Heping, LIU Yujie, et al. Investigation on fracture characteristics of sandstone after thermal effects through three-bending point experiments[J]. Chinese Journal of Solid Mechanics, 2010, 31 (2):119—126 (in Chinese))
- [13] Zuo J P, Xie H P, Dai F, et al. Three-point bending test investigation of the fracture behavior of siltstone after thermal treatment[J]. International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences, 2014, 70(9):133—143.
- [14] 管辉, 黄炳香, 冯峰. 灰岩试样三点弯曲断裂特性试验研究[J]. 煤炭科学技术, 2012, 40(7):5—9 (GUAN Hui, HUANG Binxiang, FENG Feng. Experiment study on three point bending broken features of limestone sample[J]. Coal Science and Technology, 2012, 40(7):5—9 (in Chinese))
- [15] Rizov V. Mixed-mode I / II fracture study of polymer composites using single edge notched bend specimens[J]. Computational Materials Science, 2013, 77(3):1—6.
- [16] Ayatollahi M R, Aliha M R M, Saghaei H. An improved semi-circular bend specimen for investigating mixed mode brittle fracture[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2011, 78(1):110—123.
- [17] Aliha M R M, Hosseinpour G R, Ayatollahi M R. Application of cracked triangular specimen subjected to three-point bending for investigating fracture behavior of rock materials[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2013, 46(5):1023—1034.
- [18] Ayatollahi M R, Aliha M R M. Analysis of a new specimen for mixed mode fracture tests on brittle materials[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2009, 76(11):1563—1573.
- [19] Aliha M R M, Ayatollahi M R, Kharazi B. Numerical and experimental investigations of mixed mode fracture in granite using four-point-bend specimen[C]. Damage and Fracture Mechanics, 2009:275—283.
- [20] Aliha M R M, Saghaei H. The effects of thickness and Poisson's ratio on 3D mixed-mode fracture[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2013, 98(1):15—28.
- [21] Erdogan F, Sih G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. Journal of Basic Engineering Transactions of ASME, 1963, 85(4):519—527.
- [22] Sih G C. Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems[J]. International Journal of Fracture, 1974, 10(3):305—321.
- [23] Sih G C. Some basic problems in fracture mechanics and new concepts[J]. Engineering Fracture Mechanics, 1973, 5(2): 365—377.
- [24] Smith D J, Ayatollahi M R, Pavier M J. The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed mode loading[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2001, 24(2):137—150.
- [25] Aliha M R M, Ayatollahi M R. Analysis of fracture initiation angle in some cracked ceramics using the generalized maximum tangential stress criterion[J]. International Journal of Solids and Structures, 2012, 49(13):1877—1883.
- [26] Aliha M R M, Bahmani A, Akhondi S. Mixed mode fracture toughness testing of PMMA with different three-point bend type specimens[J]. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2016, 58:148—162.
- [27] Schmidt R A. A microcrack model and its significance to hydraulic fracturing and fracture toughness testing[C]. in: The 21st US Symposium on Rock Mechanics(USRMS), 1980.
- [28] 魏炯, 朱万成, 李如飞, 等. 岩石抗拉强度和断裂韧度的三点弯曲试验研究[J]. 水利与建筑工程学报, 2016, 14 (3):128—132 (WEI Jiong, ZHU Wancheng, LI Rufe, et al. Experiment of the tensile strength and fracture toughness of rock using notched three point bending test[J]. Journal of Water Resources and Architectural Engineering, 2016, 14(3):128—132 (in Chinese))
- [29] Ayatollahi M R, Aliha M R M, Hassani M M. Mixed mode brittle fracture in PMMA-An experimental study using SCB specimens[J]. Materials Science & Engineering A, 2006, 417(1):348—356.

Numerical simulation and experimental study of three-point bending specimen's I / II mixed mode fracture

LI Yi-fan, DONG Shi-ming, LI Kun-yun, HUA Wen

(College of Architecture and Environment, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: Three point bending specimens are often used to study the pure mode I and I / II mixed mode fracture properties of materials. By using Abaqus finite element method, both mode I and mode II dimensionless stress intensity factors of three point bending specimens with different span length ratios $2S/L$, relative crack length α and crack inclination angle β were obtained. It will be seen from this that when the relative crack length is constant, if span length ratio is smaller, the crack inclination angle will also be smaller, mode I dimensionless stress intensity factor can be 0, which means it is easier to get pure mode II fracture. When the span length ratio is the same, the greater the relative crack length α is, the easier to get pure mode II fracture. A total 6 groups of 24 three point bending specimens were adopted to experimentally study pure mode I, pure mode II and mixed mode fracture toughness of sandstone. The pure mode I fracture toughness of this kind of sandstone is $0.786\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$, and the pure mode II fracture toughness is $0.344\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$, respectively. Experimental results were compared with prediction results from maximum circumferential stress (MTS) criterion and generalized maximum circumferential stress criterion (GMTS) respectively. Comparison shows that the GMTS criterion can predict more accurate experimental results.

Keywords: three-point bending; numerical analysis; sandstone; mixed mode fracture