

文章编号: 1001-4888(2018)05-0769-12

原状土 $e\text{-lg } p$ 曲线的 S 形函数表达 及简化加载固结试验方法^{*}

赵明志^{1,2}, 罗强^{1,2}, 蒋良淮^{1,2}, 魏明^{1,2}

(1. 西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031;

2. 西南交通大学 高速铁路线路工程教育部重点实验室, 四川 成都 610031)

摘要: 为能够较为合理地确定土体压缩参数并简化固结试验加载过程, 结合京沪高铁李密试验段地基原状细粒土样标准固结试验数据, 对比分析了多项式和三种 S 形曲线函数在描述原状土 $e\text{-lg } p$ 曲线发展规律时的差异性, 探讨了先期固结压力的合理计算原则, 提出了简化加载级数的固结试验方法。结果表明, 多项式函数易受数据波动而导致整体拟合偏差, S 形曲线函数的待定参数可良好稳定地反映曲线最小曲率半径点和直线段斜率, 为较理想的 $e\text{-lg } p$ 曲线数学函数表达式; 通过分析 Arvidsson 法、Gregory 法和 Casagrande 法, 确定先期固结压力时的不同取值原则, 获得了先期固结压力值的变化区间, 提出土体由超固结过渡到欠固结状态时存在正常固结状态带的概念, 用于判断土体固结特性较为客观合理; 利用土体初始孔隙比和两级或三级荷载下的变形值可确定 S 形曲线函数待定参数, 据此建立了简化加载级数的固结试验方法。上述研究成果可为准确判定土体固结特性、快速获取土体压缩参数提供理论指导。

关键词: 原状细粒土; $e\text{-lg } p$ 曲线; S 形曲线函数; 先期固结压力; 正常固结状态带; 简化固结试验

中图分类号: U213

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-17-088

0 引言

随着近年来土木工程建设的飞速发展, 无论对于建筑工程结构物, 还是对于铁路公路路基而言, 变形控制的重要性已超过强度控制成为工程设计中需要首先考虑的关键因素。尤其是高层建筑的日益普及和高速铁路的大规模建设, 使得对于地基变形的控制要求越来越严格, 而简便准确地进行固结试验, 从而合理获取地基原状土压缩参数和先期固结压力, 是分析计算地基变形的必要手段。

原状土压缩参数(压缩模量 E_s 和压缩指数 C_c)和先期固结压力 p_c 主要采用标准固结试验来测定。早期的土工试验规程^[1]规定标准固结试验采用逐级加载的方式进行, 以反映各压力段范围内土体压缩模量的变化情况。在此基础上, 规定每级荷载以加载时间达到 24h 为变形稳定的控制标准, 加载最后一级压力应大于试样原位上覆压力 100~200kPa, 并提出了压缩指数 C_c 、回弹指数 C_s 以及先期固结压力 p_c 的推算方法^[2]。此后, 标准固结试验的步骤和方法一直沿用至今^[3-6]。

地基变形与土体应力历史紧密相关, 合理计算先期固结压力 p_c 是准确计算地基变形的前提。早在 1936 年, Casagrande^[7]根据土体 $e\text{-lg } p$ 曲线提出计算先期固结压力的方法, 即由压缩曲线曲率半径最小

^{*} 收稿日期: 2017-04-08; 修回日期: 2017-07-23

基金项目: 国家 973 计划课题(2013CB036204)

通讯作者: 罗强(1963—), 男, 教授, 博士。主要从事高速铁路路基工程研究。Email: lqrock@home.swjtu.edu.cn

点处切线和水平线所组成的角度作角平分线,其与曲线直线部分延伸段所交一点的压力,即为土体先期固结压力 p_c 。这种方法长期以来被认为是确定土体先期固结压力的标准方法^[8-10],但是 Casagrande 法凭借人工观察找到压缩曲线的曲率半径最小点,易引起较大误差^[11,12],不仅如此,曲线最大曲率点的位置还会受到 $e-\lg p$ 曲线横纵坐标比例尺的影响^[13]。随后,Arvidsson^[8]、刘春平^[14]、姜安龙^[15]等提出采用三次或四次多项式来描述土体 $e-\lg p$ 曲线,并通过最大曲率公式准确计算出曲线上最小曲率半径点,避免了人为因素的干扰。然而,多项式所描述的压缩曲线往往难以真实地反映土体的压缩变形规律,并且曲线中直线段斜率只能通过对最后两三个试验点线性回归得到,计算结果准确性较低^[16]。Gregory^[16]、Cavalieri^[17]、Baumgartl^[9]、王志亮^[18]等提出采用 S 形曲线函数来描述土体的压缩变形规律。其中, Gregory^[16]、Cavalieri^[17]等均认为可采用 Logistic 函数和 Gompertz 函数来反映土体的 $e-\lg p$ 曲线,并指出其可以较为客观地计算出土体的压缩指数 C_c ; Baumgartl^[9]等提出可采用描述水土特征曲线的 Van Genuchten 模型来拟合土体压缩曲线;王志亮^[18]等认为 Harris 函数对依据既有固结试验数据绘制的 $e-\lg p$ 曲线具有较好的拟合效果,据此可以从数学角度较为准确地计算曲线最小曲率半径点,避免了分析的主观性,提高了计算结果的精度。

虽然长期以来 Casagrande 法被认为是确定土体先期固结压力 p_c 的标准方法,但是 Grozic^[19]等通过将现有计算先期固结压力的方法进行对比,指出 Casagrande 法计算所得 p_c 值会明显偏大,因此一些在 Casagrande 法的基础上进行细微改动后建立的确定 p_c 的方法逐渐被越来越多的学者接受并使用。Arvidsson^[8]等认为土体原位固结曲线($e-\lg p$ 曲线直线段)与零应力状态下水平线的交点对应的压力即为 p_c 。Alexandrou^[20]、Liu^[21]等认为可以将土体低压力状态下的 2~3 个点的割线或线性回归线进行延长,其与原位固结线的交点横坐标即为 $\lg p_c$ 。Gregory^[16]等认为 Arvidsson 法和 Alexandrou 法计算所得先期固结压力值偏小,而 Casagrande 法计算所得 p_c 值偏大,故认为 $e-\lg p$ 曲线最大曲率点所对应的压力是先期固结压力的一个较好估计。

综上所述, Casagrande 法在计算土体先期固结压力时,若采用数学表达式来描述 $e-\lg p$ 曲线,计算结果不受作图比例和主观因素影响,因而是一种准确可行的先期固结压力求解方法;同时,近几年的研究成果表明,由于 Casagrande 法在确定先期固结压力时自身取值原则的因素,易导致计算值较实际情况偏大。为此,选取京沪高铁李窑试验段地基原状土标准固结试验数据,针对多项式类和 S 形曲线类数学函数在描述土体压缩曲线时的合理性进行分析,提出了考虑正常固结状态带的土体固结特性判别准则,建立了简化加载级数的固结试验方法。研究成果为丰富土体压缩参数获取途径和地基变形计算技术提供了理论参考。

1 土体 $e-\lg p$ 曲线的数学表达探讨

1.1 $e-\lg p$ 曲线的数学函数表达

多项式被最早用来描述土体的压缩曲线,其次数越高,回归分析的效果越好。采用多项式对压缩曲线进行拟合,所得结果相关系数较为理想,是许多岩土工作者^[8,14,15]较为青睐的 $e-\lg p$ 曲线拟合工具。多项式模型如式(1)所示。

$$e = \sum_{i=0}^m a_i \cdot (\lg p)^i \quad (1)$$

式中, e 为土体孔隙比; p 为上覆压力, kPa; a_i 为待定参数; m 为多项式最高次数。在描述土体压缩曲线时,一般取 $m=3$ 或 $m=4$ 。

随后,越来越多的学者提出采用 S 形曲线函数来描述土体的压缩曲线^[9,16-18]。其中, Gregory^[16]、Cavalieri^[17]等均认为 Logistic 和 Gompertz 函数是较好的描述压缩曲线的工具,其函数表达式分别如式(2)和式(3)所示;王志亮^[18]等推荐采用 Harris 函数来描述 $e-\lg p$ 曲线,其表达式如式(4)所示。

$$e = A + \frac{M}{1 + e^{B(\lg p - N)}} \quad (2)$$

$$E = A + M \cdot e^{-e^{B(\lg p - N)}} \quad (3)$$

$$e = \frac{1}{A + B \cdot (\lg p)^N} \tag{4}$$

式中, A 、 B 、 M 、 N 均为待定曲线参数。

1.2 数学函数描述压缩曲线的吻合性验证

为验证多项式和 S 形曲线函数在描述土体 $e-\lg p$ 曲线时的适用性,选取京沪高铁李窑试验段某断面处不同埋深的 5 个地基原状土样标准固结试验数据,其 $e-p$ 关系如表 1 所示。

将 5 个地基土样分别采用四次多项式、Logistic 函数、Gompertz 函数和 Harris 函数进行拟合,拟合参数取值、拟合最小残差平方和 RSS 以及判定系数 R^2 如表 2~3 所示。限于篇幅,仅将土样⑤各种函数拟合示意图列出,如图 1 所示,其中土体常规压力段压缩曲线仅为 S 形曲线的前半段。

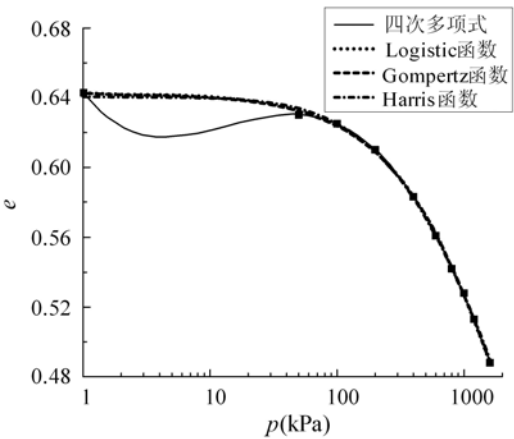


图 1 土样⑤ $e-\lg p$ 曲线拟合示意图

Fig.1 Fitting diagram of $e-\lg p$ curve for soil sample ⑤

表 1 李窑试验段地基土样 $e-p$ 关系

Tab.1 Relationship of void ratio and pressure for ground soil samples from Liyao test section

$p(\text{kPa})$	各土样 e 值				
	①	②	③	④	⑤
0	0.876	0.714	0.550	0.759	0.643
50	0.828	0.691	0.522	0.741	0.630
100	0.779	0.675	0.515	0.728	0.625
200	0.736	0.646	0.504	0.705	0.610
400	0.690	0.607	0.483	0.671	0.583
600		0.581	0.468	0.645	0.561
800		0.559	0.456	0.624	0.542
1000		0.545	0.446	0.607	0.528
1200		0.531	0.437	0.591	0.513
1600		0.505	0.421	0.563	0.488

表 2 试验土样的四次多项式拟合参数取值

Tab.2 Value of quartic polynomial fitting parameters for test samples

土样 编号	参数取值					RSS	R^2
	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5		
①	1.80×10^{-2}	-0.090	0.092	-0.012	0.876	1.86×10^{-5}	0.998
②	5.96×10^{-3}	-0.051	0.105	-0.073	0.714	1.03×10^{-5}	0.999
③	2.96×10^{-3}	-0.032	0.085	-0.083	0.550	1.81×10^{-6}	0.999
④	1.30×10^{-3}	-0.023	0.054	-0.042	0.759	1.23×10^{-6}	0.999
⑤	3.18×10^{-3}	-0.040	0.112	-0.096	0.643	2.24×10^{-6}	0.999

表 3 试验土样的 S 形曲线函数拟合参数取值
Tab. 3 Value of S-shaped curve function fitting parameters for test samples

函数 类型	编号	参数取值				RSS	R^2
		A	B	M	N		
Logistic 函数	①	0.641	2.874	0.236	2.144	3.34×10^{-5}	0.994
	②	0.346	1.922	0.369	3.068	1.81×10^{-5}	0.999
	③	0.260	1.508	0.289	3.388	6.93×10^{-5}	0.994
	④	0.280	1.858	0.480	3.402	4.42×10^{-6}	0.999
	⑤	0.237	2.116	0.406	3.435	1.23×10^{-5}	0.999
Gompertz 函数	①	0.674	2.338	0.204	2.208	5.11×10^{-5}	0.991
	②	0.441	1.764	0.275	3.001	2.68×10^{-5}	0.999
	③	0.330	1.377	0.219	3.321	5.53×10^{-5}	0.995
	④	0.438	1.783	0.323	3.239	6.42×10^{-6}	0.999
	⑤	0.378	2.052	0.264	3.268	1.24×10^{-5}	0.999
Harris 函数	①	1.139	0.014		3.240	1.17×10^{-4}	0.989
	②	1.401	4.83×10^{-3}		4.103	1.30×10^{-5}	0.999
	③	1.833	8.58×10^{-3}		3.525	1.23×10^{-4}	0.990
	④	1.323	1.80×10^{-3}		4.736	2.36×10^{-5}	0.999
	⑤	1.561	8.98×10^{-4}		5.396	2.97×10^{-5}	0.999

多项式和 S 形曲线函数均能不同程度地拟合各级压力作用下的试验坐标点,拟合残差平方和较小,判定系数较高。但是四次多项式并不能准确反映土体初始段孔隙比随压力的变化规律。此外,Weierstrass 第一定理指出^[22],代数多项式可一致逼近与其相同闭区间上的任意一个连续函数,由于多项式采用

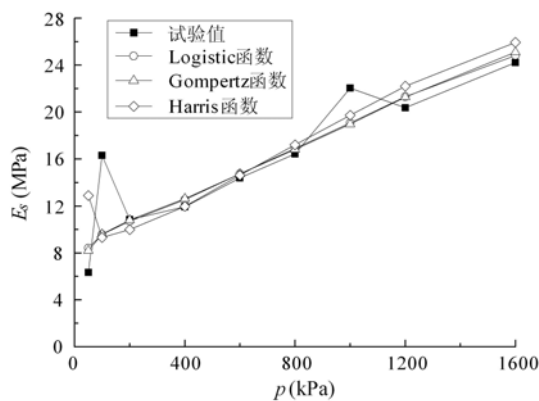


图 2 S 形曲线函数表征的压缩模量
与标准固结试验压缩模量对比

Fig. 2 Comparison between the compressibility modulus obtained from S-shaped curve and that from standard oedometer test

多项式采用幂级数的表达形式,其在一点处的性质足以决定它在整个数轴上的性质。也就是说,当采用多项式拟合压缩曲线时,任意一个数据点的细微偏差对于参数取值甚至整个函数的性质会产生较大影响。不仅如此,其 $e\text{-lg } p$ 曲线直线段方程的计算易受较大压力段测量误差影响,结果准确性较低^[16]。因此,采用多项式描述压缩曲线存在诸多不足。由图 1 可知,S 形曲线能够较好地描述土体 $e\text{-lg } p$ 曲线的压缩变形规律,其函数表达式参数个数比四次多项式少,因而其各压力段孔隙比受模型待定参数波动的敏感性低,函数稳定性较好。

1.3 S 形曲线函数描述压缩参数的准确性分析
虽然 S 形曲线函数在描述土体 $e\text{-lg } p$ 曲线时拟合度较高,但是在计算土体压缩模量和压缩指数时,函数的适用性需要进行验证。以土样⑤为例,计算分别采用 Logistic 函数、Gompertz 函数和 Harris 函数描述土体压缩曲线时的各压力段压缩模量,并与标准固结试验压缩模量进行对比,如图 2 所示。图中压缩模量均代表从上一级压力加载至该级压力的压缩模量。

由图 2 可知,标准固结试验时试样在初始低压力的变形测量值误差较大,导致压缩模量准确性较

低。以土样⑤为例,其标准固结试验数据计算所得试样 50~100kPa 压力段压缩模量($E_s=16.30\text{MPa}$)大于 100~200kPa 压力段压缩模量($E_s=10.83\text{MPa}$),这与土体压缩变形规律明显不符。同时,当采用 S 形曲线函数描述土体压缩变形规律时,除低压力段压缩模量计算值与试验值偏差较大外,常用压力段压缩模量计算值误差较小。考虑到标准固结试验本身测定初始压力段压缩模量时准确性较低的实际情况,可认为 S 形曲线函数能够较为准确地反映土体各压力段的压缩模量。

土体 $e\text{-lg } p$ 曲线直线段线坡(斜率绝对值)表征了土体的压缩指数 C_c 。由于土体取样扰动等原因,标准固结试验所得土体 $e\text{-lg } p$ 曲线的直线段往往并不明显。通常情况下,绘制固结试验中最大两级荷载或三级荷载对应试验点的割线或线性回归线,作为压缩曲线直线段。但是这种方法所得直线段受最后两级或三级荷载变形测量值准确性的影响较大,结果不稳定^[16]。

当采用 S 形曲线函数来描述土体标准固结试验数据时,可通过最大线坡点及其相应斜率确定压缩曲线直线段方程^[16,23]。分别对式(2)、(3)和(4)求导,得到 Logistic 函数、Gompertz 函数和 Harris 函数的一阶导数,亦即采用三种函数描述压缩曲线时曲线斜率随压力变化的表达式。然后分别计算二阶导数,并令其等于零,可以得到一个极值线坡点的横坐标。由于三种函数曲线与土体压缩曲线发展形态相似,均是首先曲线线坡随着压力增大而增大,当压力大于二阶导数零值点对应的压力值时,曲线线坡随着压力增大而减小。由于曲线二阶导数有且只有一个零值点,所以压缩曲线线坡有且只有一个极大值,该极大值同时也是最大值。故该极值线坡点横坐标就是压缩曲线的最大线坡点横坐标,将其代入一阶导数,取绝对值后得到对应的曲线最大线坡(土体压缩指数 C_c),如表 4 所示。采用 S 形曲线函数计算土体压缩指数 C_c 时, C_c 取值与曲线待定参数相关,这样能够有效避免较大压力段个别测试结果不够准确的试验点对土体压缩指数取值的影响,保证 C_c 计算结果的准确性。

表 4 S 形曲线函数最大线坡点及土体压缩指数 C_c

Tab. 4 Point with the maximum slope and compression index by S-shaped curve function

函数类型	最大线坡点横坐标	土体压缩指数 C_c
Logistic 函数	$\lg p=N$	$C_c=\frac{BM}{4}$
Gompertz 函数	$\lg p=N$	$C_c=\frac{BM}{e}$
Harris 函数	$\lg p=\left(\frac{A(N-1)}{B(N+1)}\right)^{1/N}$	$C_c=\frac{N^2-1}{4NA}\left(\frac{B(N+1)}{A(N-1)}\right)^{1/N}$

Terzaghi^[24]等认为土体液限 w_L 和压缩指数 C_c 之间存在明显的经验线性关系,如式(5)所示。赤井浩一^[25]等通过绘制大阪黏土 $w_L\text{-}C_c$ 曲线,证明了其能够较好地吻合 Terzaghi 线性关系式。因此,通过液限校验压缩指数计算准确性在理论上可行。将通过液限推算的压缩指数与 Logistic 函数、Gompertz 函数和 Harris 函数计算所得压缩指数进行对比,如图 3 所示。通过 S 形曲线函数计算得到的压缩指数与液限推测值变化趋势相符,在数值上其误差基本在 30% 以内,大部分试样误差小于 10%,由于 w_L 和 C_c 之间属于经验线性关系,故可以认为三种 S 形曲线函数能够较为准确地计算原状土体的压缩指数。

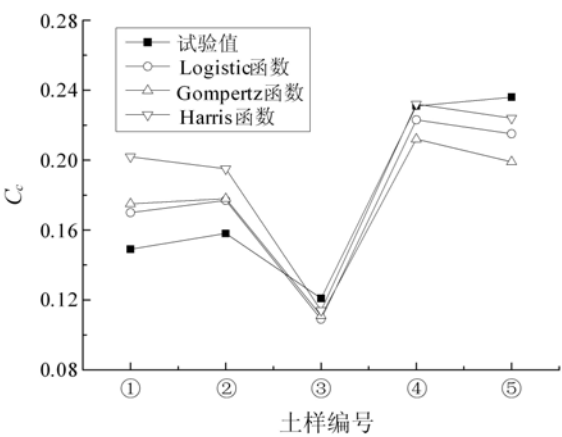


图 3 试样压缩指数计算值和液限推测值对比图

Fig. 3 Comparison diagram of the calculated compression index and the predicted one from liquid limit

$$C_c=0.009(w_L-10)$$

(5)

2 S 形曲线函数计算先期固结压力

2.1 S 形曲线函数计算先期固结压力可行性分析

Casagrande 法是计算土体先期固结压力的一种标准方法^[8-10],其计算过程如图 4 所示,其中 C 点横坐标 $\lg p_c^C$ 为土体先期固结压力的 Casagrande 解。三种 S 形曲线函数先期固结压力计算结果如图 5 所示。同时计算土体原位上覆压力 σ_c ,并与先期固结压力 p_c 比较,以初步断定土体的固结特性。李窑试验段地下水位深度为 2.50m,在计算上覆压力 σ_c 时,地下水位以上土层采用天然重度,地下水位以下土层采用浮重度。

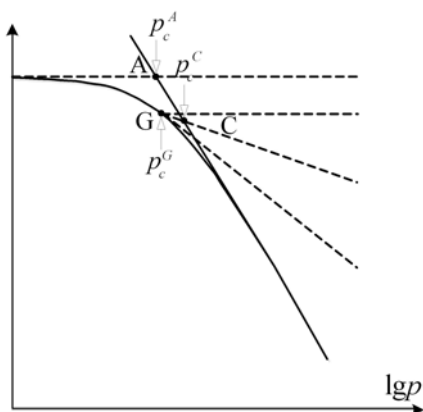


图 4 先期固结压力计算示意图

Fig. 4 Diagram for calculating preconsolidation press

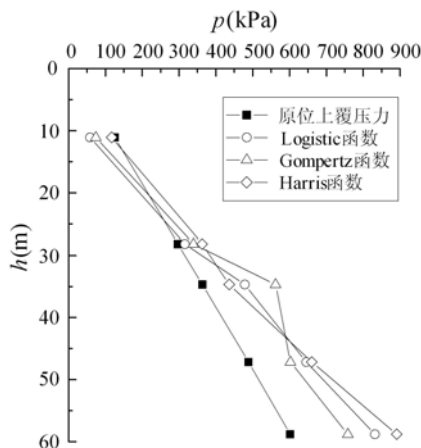


图 5 先期固结压力计算值与原位上覆压力对比

Fig. 5 Comparison of preconsolidation press and gravity stress

由图 5 可知,三种 S 形曲线函数先期固结压力计算值相差较小,且均随土体埋深增加而不断增大,说明采用 S 形曲线函数描述土体压缩规律时,先期固结压力 p_c 的 Casagrande 解能够准确地定性描述土体 p_c 的发展趋势。因此 S 形曲线函数不仅能够准确地计算压缩模量 E_c 和压缩指数 C_c ,而且可以较为客观地反映 p_c 随土体埋深的变化规律。所以,采用 S 形曲线函数来描述土体压缩曲线合理可行。

2.2 Casagrande 法计算先期固结压力的合理性分析

由图 5 可知,除土样①外,李窑试验段地基土样的 S 形曲线函数先期固结压力的 Casagrande 法计算值均大于其上覆自重压力,然而若凭此判定此处试样属于超固结土,缺乏说服力。原因有以下两点:(1)Casagrande 法本身属于经验作图法,其先期固结压力 p_c 计算结果与真实情况存在一定偏差。Grozic^[19]等通过大西洋北海的挪威 Haltenbanken 浅滩处土样的固结试验数据,采用包括 Casagrande 法在内的多种方法对土体先期固结压力 p_c 进行计算,发现 Casagrande 法的土体先期固结压力计算值较实际情况偏大;Gregory^[16]等对英国 Bedford 郡 Silsoe 研究协会农场地基的 12 个土样进行标准固结试验,也指出其 p_c 的 Casagrande 解大于实际值。(2)Casagrande 法是基于土体 $e-\lg p$ 曲线建立的,在计算得到最小曲率半径点处角平分线和直线段交点横坐标 $\lg p_c$ 后,进一步计算 p_c 时对数值的较小波动会引起先期固结压力的较大变化^[23],计算结果与实际情况易产生偏差。

因此,仅根据 Casagrande 法计算所得 p_c 值判定土体固结特性缺乏充分的理论依据。Arvidsson^[8]、Alexandrou^[20]、Liu^[21]等提出,可以作土体零应力状态下初始孔隙比点处的水平线,或者低应力状态下 2~3 个试验点的割线或线性回归线,其与曲线直线段交点横坐标为 $\lg p_c$ 。Gregory^[16]等认为可以将 $e-\lg p$ 曲线最大曲率点对应的压力作为土体先期固结压力。Arvidsson(A)法、Gregory(G)法和 Casagrande(C)法先期固结压力计算方案如图 4 所示。其中 A 点、G 点和 C 点横坐标分别对应三种方法先期固结压力的对数值。Arvidsson(A)法、Gregory(G)法和 Casagrande(C)法中,C 法计算所得先期固结力值最大。对于绝大多数土体而言,G 法计算结果大于 A 法。但是不排除少数液限 w_L 较高,压缩指数

C_c 较大的黏性土, 由于其压缩曲线直线段线坡较大, 可能会出现 A 法计算结果大于 G 法的现象。由于三种 S 形曲线都能够较为准确地反映土体压缩曲线的变化趋势, 这里仅选取 Harris 函数为例, 比较分析李窑试验段试样采用三种方法计算的 p_c 值, 如图 6 所示。虽然 C 法计算得到的先期固结压力 p_c 值大于上覆压力 σ_z , 但是 A 法所得 p_c 值小于 σ_z , G 法所得 p_c 值与 σ_z 相当, 所以仅通过先期固结压力 Casagrande 解判定土体的固结特性确有不妥之处。

2.3 基于正常固结状态带的土体固结特性判别方法

在现有诸多计算土体先期固结压力的方法中, 大多与实际情况存在一定偏差, 因而先期固结压力的计算, 以及土体固结特性的判定, 应参考多个方法的计算结果进行综合研判, 以期得到准确性较高的结果。A 法、G 法和 C 法的计算结果明确了先期固结压力的取值区间, 据此可建立相应的判别准则来判定土体固结特性。土体原土上覆压力 σ_z 小于 A 法和 G 法中较小值时, 方可判定试样为超固结土; 当土体上覆压力 σ_z 大于 C 法计算 p_c 值时, 可以判定试验土体属于欠固结土; 当土体上覆压力 σ_z 位于 p_c 最小值和 C 法计算值之间时, 可认为是正常固结土。也就是说, 在土体超固结和欠固结状态之间存在一个正常固结状态过渡带(图 6 中阴影部分), 土体上覆压力位于该过渡带以内时, 均可认为该土体处于正常固结状态。

按此判别标准, 李窑试验段地基土样的上覆自重压力 σ_z 位于正常固结状态带内, 且其取值与先期固结压力中间值(G 法计算值)较为接近, 故将此处土体判定为正常固结土为宜。

3 基于 S 形曲线函数的简化固结试验

3.1 Harris 函数表达的两级加载固结试验原理

标准固结试验通常加载级数较多, 且每级荷载需保持 24h, 待变形稳定后方可施加下一级荷载。当试样数量较多时, 对每个试样进行标准固结试验是一项费时费力的工作。同时, 采用 S 形曲线函数描述 $e-\lg p$ 曲线时, 其在计算土体压缩模量、压缩指数以及先期固结压力方面均具有较好的效果。因此, 提出基于 S 形曲线函数简化加载级数的固结试验方法, 具有现实意义和可行性。

在标准固结试验中, 将土样装入固结容器并施加 1kPa 预压力后, 依据需要按 12.5kPa、25kPa、50kPa、100kPa、200kPa、400kPa、800kPa、1600kPa 和 3200kPa 的顺序逐级施加荷载, 每级荷载以加载时间达到 24h 作为变形稳定的控制标准, 同时记录每级荷载下的土样变形。下面以 Harris 函数为例, 阐述基于 S 形曲线函数的简化固结试验方法。在结合 Harris 函数进行简化加载级数的固结试验时, 只需施加 p_1 和 p_2 两级荷载, 其他试验步骤保持不变, 并借助 Harris 函数计算土样 $e-\lg p$ 曲线解析式, 进而确定土体各级压力下孔隙比。 p_2 为按照实际需求, 所需施加的最大荷载, p_1 取 p_2 荷载值的 50%。为使固结试验荷载 p 的对数坐标具有数学意义, 假设试样初始孔隙比 e_0 与试验预加载 $p=1\text{kPa}$ 时孔隙比 e'_0 相等, 并分别将 p_1 、 p_2 两级荷载作用下土体孔隙比记为 e_1 和 e_2 。分别将 $p=1\text{kPa}$, $e=e_0$; $p=p_1$, $e=e_1$; $p=p_2$, $e=e_2$ 代入式(1), 解得 A、N 和 B 表达式, 如式(6)、(7)和(8)所示。将 A、N 和 B 代入式(4), 得到描述土体压缩曲线的 Harris 函数表达式, 据此可计算各压力段压缩模量 E_s 、压缩指数 C_c 和先期固结压力 p_c 。

$$A = \frac{1}{e_0} \quad (6)$$

$$N = \frac{\lg[e_{p_2}(e_0 - e_{p_1})] - \lg[e_{p_1}(e_0 - e_{p_2})]}{\lg(\lg p_1) - \lg(\lg p_2)} \quad (7)$$

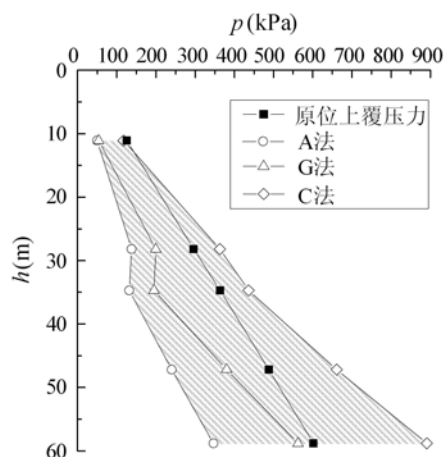


图6 A法、G法和C法先期固结压力计算值对比

Fig. 6 Comparison for calculated values of preconsolidation press by A method, G method and C method

$$B = \frac{1}{(\lg p_2)^N} \left(\frac{1}{e_{p_2}} - \frac{1}{e_0} \right) \quad (8)$$

3.2 与标准固结试验结果的差异性比较

在京沪高铁李窑试验段原状土试样基础上,新增 10 个京津城际铁路武清试验段地基原状试样,并结合其标准固结试验数据,得到土体 $e-\lg p$ 关系。在进行两级加载试验时,依照其埋置深度确定最大加载级数, p_1 、 p_2 两级荷载组合按表 5 取用。以该两级荷载下标准固结试验所得土体孔隙比代表直接施加荷载时孔隙比,结合 Harris 函数,由式(6)、(7)和(8)计算曲线参数 A、B 和 N,如表 6 所示。将曲线参数代入式(4),得到两级加载固结试验下土体 $e-\lg p$ 曲线的 Harris 函数表达式。

表 5 p_1 、 p_2 两级荷载组合

Tab. 5 Two levels load combination of p_1 and p_2

取样深度 h (m)	p_1 (kPa)	p_2 (kPa)
$h < 15\text{m}$	200	400
$15\text{m} \leq h < 30\text{m}$	400	800
$30\text{m} \leq h < 60\text{m}$	800	1600

表 6 土样基本物理性质及曲线参数

Tab. 6 Basic physical property and curve parameters of soil samples

工点	编号	埋深 h (m)	土质	e_0	曲线参数		
					A	B	N
李窑	①	11.10	粉土	0.876	1.142	2.069×10^{-2}	2.820
	②	28.20	粉质黏土	0.714	1.401	5.147×10^{-3}	4.057
	③	34.70	粉土	0.550	1.818	5.235×10^{-3}	4.008
	④	47.20	粉质黏土	0.759	1.318	1.700×10^{-3}	4.806
	⑤	58.80	粉质黏土	0.643	1.555	9.222×10^{-4}	5.396
武清	I	9.75	粉质黏土	0.664	1.506	2.420×10^{-2}	2.851
	II	14.25	粉质黏土	0.779	1.284	1.600×10^{-2}	3.155
	III	19.95	粉质黏土	0.703	1.422	1.230×10^{-2}	3.477
	IV	29.00	粉质黏土	0.878	1.139	7.903×10^{-3}	3.669
	V	33.90	粉土	0.553	1.808	2.000×10^{-2}	2.942
	VI	33.95	粉土	0.540	1.852	1.950×10^{-2}	2.948
	VII	40.95	粉质黏土	0.767	1.304	6.369×10^{-3}	3.976
	VIII	45.95	黏土	0.829	1.206	4.210×10^{-3}	4.215
	IX	53.95	黏土	0.732	1.366	4.633×10^{-3}	4.125
	X	57.95	粉质黏土	0.749	1.335	5.007×10^{-3}	4.027

为验证两级加载固结试验在确定压缩模量时的适用性,由试验所得压缩曲线的 Harris 函数表达式计算得到各压力段压缩模量 E'_s ,并与土体标准固结试验的压缩模量 E_s 进行对比。具体地,以间隔一定埋置深度为原则,从上述 15 个土样中选取 4 个代表性土样,其压缩模量对比如图 7 所示,表中 E'_s 和 E_s 均为上一级荷载至该级荷载压力段范围内土体的压缩模量。

由两级加载固结试验确定的土体压缩参数与标准固结试验相比误差较小,除小于 100kPa 的较低压力段压缩模量 E'_s 的误差变异性较大外,其余压力段 E'_s 误差较小,基本处在小于 10% 的范围内,平均误差仅为 4.09%。由此可见,基于 Harris 函数的两级加载固结试验方法在计算土体压缩模量方面具

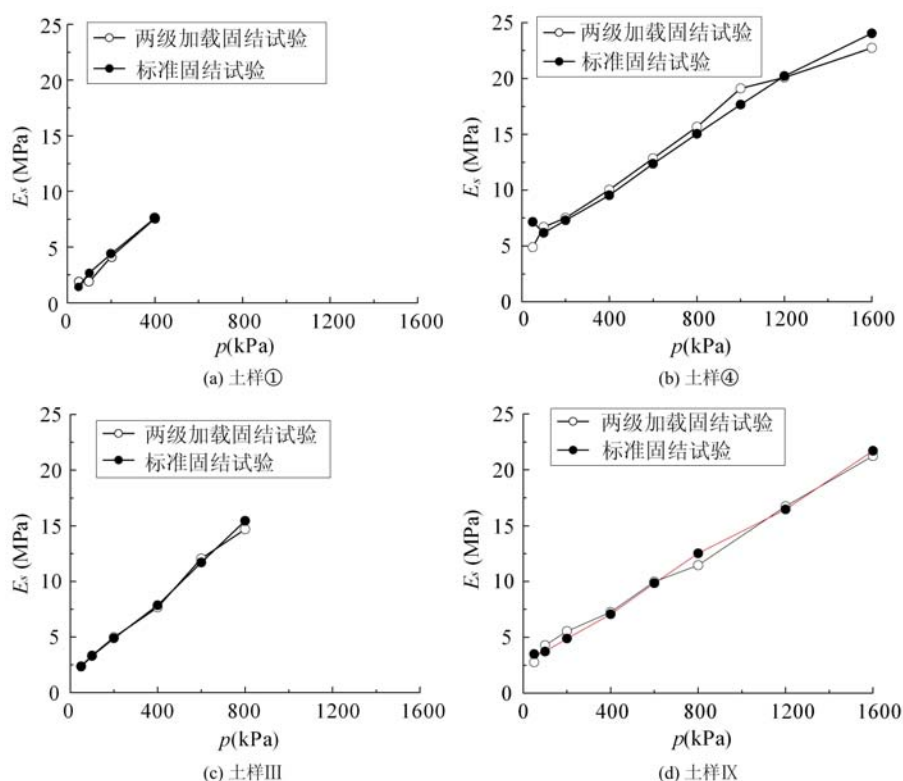


图7 试验土样两级加载固结试验压缩模量与标准固结试验对比(土样①④ⅢⅨ)

图7 Comparison between compression modulus of the test samples from two-level oedometer test and those from standard oedometer test (Samples ①④ⅢⅨ)

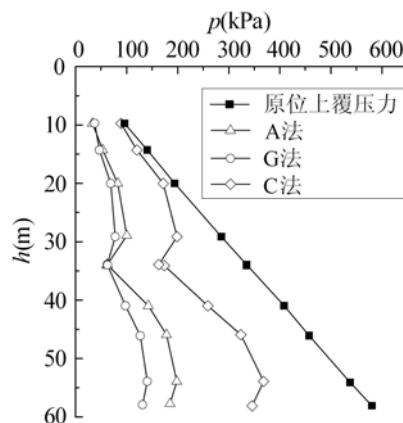
有较好的精确度和适用性,证明了其与标准固结试验在确定土体压缩参数时具有相同的效果,同时提高了试验效率。

不仅如此,虽然由两级加载固结试验所得李窑试验段地基原状土的 Harris 函数计算曲线参数 A、B 和 N 取值(见表 6)与标准固结试验数据拟合曲线参数取值(见表 3)不尽相同,但是其仍然能够准确地反映原状土体的压缩参数,从而说明了在采用 S 形曲线进行拟合时,有可能出现多个曲线参数取值组合均能够较好地反映 $e\text{-lg } p$ 曲线走势的情况,但是只要残差平方和与相关系数均处于理想状态,就能够保证 S 形曲线能够较好地描述土体压缩变形的发展规律,得到准确的压缩参数^[26, 27]。

3.3 两级加载固结试验的先期固结压力计算分析

根据武清试验段 10 个地基土样两级加载固结试验数据,得到 $e\text{-lg } p$ 曲线的 Harris 函数表达式,并采用 Casagrande 法计算其先期固结压力 p_c ,与土层原位上覆压力 σ_c 对比,如图 8 所示。武清试验段地下水位深度为 1.05m。武清试验段埋深不同的各试样上覆压力 σ_c 均大于 Casagrande 法计算所得先期固结压力 p_c ,由三指标土体固结特性判别准则,可以认为武清试验段地基土层属于欠固结土层。该判定结果也与京津城际铁路武清段地基变形在较长时间内仍然有发展的实测结果相吻合。

由于 Harris 函数具有三个待定参数,在已知初始孔隙比 e_0 的前提下,通过两级加载便可较为准确地计算土体压缩曲线的数学表达式,并进一步得到压缩模量、压缩指数和先期固结压力等力学参数。

图8 武清试验段地基土样 p_c 和 σ_c 比较Fig. 8 Comparison of p_c and σ_c for the foundation samples from Wuqing test section

Logistic 函数和 Gompertz 函数与 Harris 函数同属 S 形曲线函数,且同样能够反映荷载增加时原状土压缩变形发展趋势,因为具有四个待定参数,故 Logistic 函数和 Gompertz 函数需三级加载来准确计算土体 $e\text{-}\lg p$ 曲线关系。此外,值得注意的是,京沪高铁李窑和京津城际铁路武清工点土样均属于细粒土,其界限含水率在塑性图中的位置如图 9 所示。其中横坐标 w_L 为 10mm 液限值,A 线和 B 线表达式亦对应于 10mm 液限的情况。由图可知,李窑和武清土样均位于 A 线上侧,绝大部分土样位于 B 线左侧,因此试验土样主要以低液限黏土和粉质黏土为主。因此,通过 S 形曲线描述压缩特性的手段和两级加载固结试验方法,仅适用于低液限黏土和粉质黏土,对于其他种类土质的情况,所提方法的适用性需要进一步试验验证。

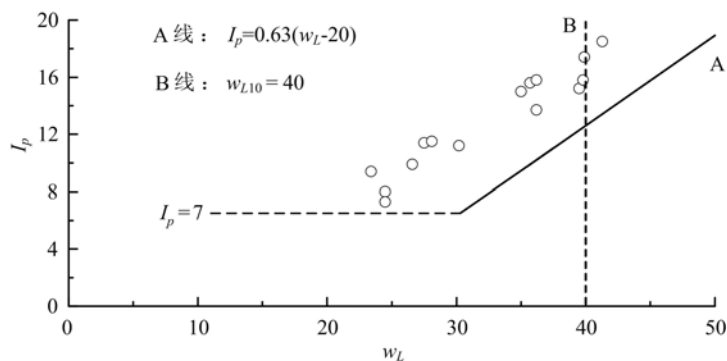


图 9 李窑和武清土样塑性图

Fig. 9 Plasticity chart for Liyao and Wuqing clays

4 结论

通过对标准固结试验条件下低液限黏土和粉质黏土的压缩变形发展规律进行研究,验证了 S 形曲线在反映土体压缩参数和先期固结压力时的合理性,提出土体由超固结过渡到欠固结应存在正常固结状态带,建立了简化加载级数的固结试验方法,得到以下结论:

(1) S 形曲线函数较多项式函数更能够准确描述土体压缩变形的发展规律,曲线性状受局部数据测量误差的影响较小,且曲线待定参数可准确反映压缩曲线直线段线坡(土体压缩指数)和最小曲率半径点。实例分析表明,S 形曲线函数 100~1000kPa 常用压力段压缩模量计算值与标准固结试验结果相比误差基本小于 10%,能准确反映先期固结压力随土体埋深递增的规律。

(2) 基于 Arvidsson、Gregory 和 Casagrande 确定先期固结压力的不同取值原则,提出了土体超固结与欠固结状态之间存在正常固结状态过渡带的概念,建立了判别土体固结特性的“三区域三状态”方法。地基土上覆压力大于过渡带上界限时为欠固结土,小于过渡带下界限时为超固结土,位于过渡带内时为正常固结土。该方法所得李窑和武清试验段地基土的固结状态分别为正常固结和欠固结,与其实测地基变形发展规律一致。

(3) 基于 S 形曲线函数在较少待定曲线参数条件下仍能够较好地反映土体压缩变形特征,建立了两级或三级加载条件下的简化固结试验方法,通过试样初始孔隙比和相应加载变形值即可得到客观真实的土体 $e\text{-}\lg p$ 曲线,验证试验所得压缩模量误差大多在 10% 以内,均值仅为 4.09%。研究成果丰富了固结试验土工测试技术,为快速准确地获取土体压缩参数和先期固结压力提供了新途径。

参考文献:

- [1] SDS01-62. 土工试验操作规程[S]. 北京:中国工业出版社,1962 (SDS01-62. Code for soil test procedures [S]. Beijing: China Industry Press, 1962 (in Chinese))
- [2] SDS01-79. 土工试验规程[S]. 北京:水利出版社,1979 (SDS01-79. Specification of soil test[S]. Beijing: China Water & Power Press, 1979 (in Chinese))
- [3] SL237-1999. 土工试验规程[S]. 北京:中国水利水电出版社,1999 (SL237-1999. Specification of soil test

- [S]. Beijing: China Water & Power Press, 1999 (in Chinese))
- [4] DL T5355—2006. 水电水利工程土工试验规程[S]. 北京: 中国水利水电出版社, 2006 (DL T5355—2006. Code for soil tests for hydropower and water conservancy engineering[S]. 2006 (in Chinese))
- [5] JTGE40—2007 公路土工试验规程[S]. 北京: 人民交通出版社, 2007 (JTGE40—2007. Test methods of soils for highway engineering[S]. Beijing: China Communications Press, 2007(in Chinese))
- [6] TB10102—2010 铁路工程土工试验规程[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2010 (TB10102—2010. Code for soil test of railway engineering[S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2010(in Chinese))
- [7] Casagrande A. The determination of the pre-consolidation load and its practical significance[C]//Proceedings of the International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, 1936(3):60—64.
- [8] Arvidsson J, Keller T. Soil preconsolidation stress. I. A survey of Swedish arable soils[J]. Soil Tillage Research, 2004, 77(1):85—95.
- [9] Baumgartl T, Kock B. Modeling volume change and mechanical properties with hydraulic models[J]. Soil Science Society of America Journal, 2004, 68(1):57—65.
- [10] Cetin H. Soil-particle and pore orientations during consolidation of cohesive soils[J]. Engineering Geology, 2004, 73(1-2):1—11.
- [11] 钱家欢, 殷宗泽. 土工原理与计算[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 1996 (QIAN Jiahuan, YIN Zongze. Principal and calculation for soil engineering[M]. Beijing: China Water & Power Press, 1996 (in Chinese))
- [12] 刘用海, 朱向荣, 常林越. 基于 Casagrande 法数学分析确定先期固结压力[J]. 岩土力学, 2009, 30(1):211—214 (LIU Yonghai, ZHU Xiangrong, CHANG Linyue. Determining preconsolidation pressure by mathematic analysis based on casagrande method[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(1):211—214(in Chinese))
- [13] 熊勇, 罗强, 张良, 等. 细粒土 K30 试验分级加载变形稳定标准探讨[J]. 实验力学, 2017, 32(3):414—422 (XIONG Yong, LUO Qiang, ZHANG Liang, et al. Discussion of the deformation stability criterion in K30 experiment of fine-grained soil subjected to stepped loading[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2017, 32(3): 414—422 (in Chinese))
- [14] 刘春平, 李中秋. 如何确定土的先期固结压力的探讨[J]. 地质与勘探, 2003, 39(1):91—92 (LIU Chunping, LI Zhongqiu. Discussion how to determine the preconsolidation pressure[J]. Geology and Prospecting, 2003, 39(1): 91—92 (in Chinese))
- [15] 姜安龙, 赵春分, 高大钊. 确定先期固结压力的数学模型法[J]. 岩土力学, 2003, 24(2):292—295 (JIANG Anlong, ZHAO Chunfen, GAO Dazhao. Mathematical model method of determining preconsolidation pressure [J]. Rock and Soil Mechanics, 2003, 24(2):292—295 (in Chinese))
- [16] Gregory A S, Whalley W R, Watts C W, et al. Calculation of the compression index and precompression stress from soil compression test data [J]. Soil Tillage Research, 2006, 89(1):45—57.
- [17] Cavalieri K M V, Arvidsson J, da Silva A P, et al. Determination of precompression stress from uniaxial compression tests[J]. Soil Tillage Research, 2008, 98(1):17—26.
- [18] 王志亮, 郑明新, 李永池. 求前期固结压力的数学模型研究及应用[J]. 岩土力学, 2005, 26(10):1587—1590 (WANG Zhiliang, ZHENG Mingxin, LI Yongchi. Research on mathematic model method for calculating pre-consolidation pressure and its application[J]. Rock and Soil Mechanics, 2005, 26(10):1587—1590 (in Chinese))
- [19] Grozic J L H, Lunne T, Pande S. An oedometer test study on the preconsolidation stress of glaciomarine clays [J]. Canadian Geotechnical Journal, 2003, 40(5):857—872.
- [20] Alexandrou A, Earl R. In situ determination of the precompaction stress of a soil[J]. Journal of Agricultural Engineering Research, 1995, 61(1):67—72.
- [21] Liu M D, Carter J P. Virgin compression of structured soils[J]. Géotechnique, 1999, 49(1):43—57.
- [22] 王仁宏. 数值有理逼近[M]. 上海科学技术出版社, 1980 (WANG Renhong. Numerical rational approximation [M]. Shanghai Scientific & Technical Publishers, 1980 (in Chinese))
- [23] 赵明志, 罗强, 孟伟超, 等. 基于 Harris 函数的两级加载固结试验方法及可靠性校验[C]//第 26 届全国土工测试学术研讨会论文集. 中国武汉, 2014:128—135 (ZHAO Mingzhi, LUO Qiang, MENG Weichao, et al. Consolidation test of two levels load and it's reliability verification based on Harris function[C]//The 26th China National Symposium on Geotechnical Testing. Wuhan, China, 2014:128—135 (in Chinese))

- [24] Terzaghi K, Peck R B. Soil mechanics in engineering practice[M]. New York: Wiley, 1967.
- [25] 赤井浩一, 柴田徹, 石原研而, 等. 杨灿文等译. 土力学[M]. 北京: 中国铁道出版社, 1984 (AKAI Koichi, TORU Shibata, KENJI Ishihara, et al. YANG Canwen et al trans. Soil mechanics[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 1984 (in Chinese))
- [26] 赵明志, 罗强, 蒋良淮, 等. 基于标准压缩模量和液限推求地基土全压力段压缩模量的分析方法[J]. 岩土力学, 2015, 36(7): 2073—2080 (ZHAO Mingzhi, LUO Qiang, JIANG Liangwei, et al. An analysis method for calculating compression modulus of foundation soil based on standard compression modulus and liquid limit[J]. Rock and Soil Mechanics, 2015, 36(7): 2073—2080 (in Chinese))
- [27] 高盼, 陈波, 胡云世, 等. 制样含水量对软黏土力学特性影响的试验研究[J]. 实验力学, 2017, 32(3): 423—430 (GAO Pan, CHEN Bo, HU Yunshi, et al. Experimental study of the impact of water content in slurry sample on mechanical behavior of remolded soft clay[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2017, 32(3): 423—430 (in Chinese))

On the expression of $e\text{-lg } p$ curve S-shaped function for undisturbed soil and simplified loading and consolidation experimental method

ZHAO Ming-zhi^{1,2}, LUO Qiang^{1,2}, JIANG Liang-wei^{1,2}, WEI Ming^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. MOE Key Laboratory of High-speed Railway Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: In this paper, in order to reasonably determine the compression parameters of soil and to simplify the loading process of consolidation experiment, combined with the standard consolidation experimental data of the undisturbed fine-grained soil taken from the foundation in Liyao test section of Beijing to Shanghai high-speed railway, the difference among polynomial and three S-shaped curve functions used in describing $e\text{-lg } p$ curve development of undisturbed soil is compared and analyzed, the reasonable calculation principle of preconsolidation pressure is discussed, and simplified loading series consolidation experiment method is put forward. Study results show that the polynomial function is susceptible to data fluctuation, which leads to the deviation of the whole fitting; The undetermined parameters of S-shape curve functions can well and stably reflect the minimum curvature radius point and the slope of straight line segment of curve, therefore become an ideal mathematical function expression of $e\text{-lg } p$ curve; through analysis of Arvidsson method, Gregory method and Casagrande method, different selection principles for preconsolidation pressure are determined, the variation interval of preconsolidation pressure is obtained; when soil is in transition from overconsolidation to underconsolidation, the concept of normal consolidation zone existence is proposed, which is more objective and reasonable to judge the consolidation characteristics of soil; the undetermined parameters in S-shape curve functions can be determined by initial void ratio and deformation values under two-stage or three-stage loading conditions; based on this, consolidation experimental method of simplified loading series is established. Above results can provide theoretical guidance to correctly determine soil consolidation characteristics and rapidly obtain soil compression parameters.

Keywords: undisturbed fine-grained soil; $e\text{-lg } p$ curve; S-shaped curve function; preconsolidation pressure; normal consolidation status zone; simplified consolidation test