

文章编号:1001-4888(2023)01-0109-10

II 型加载条件下页岩断裂行为的预测研究^{*}

杨秀锐, 谢秦, 刘希灵, 李生相, 曾媛

(中南大学 资源与安全工程学院, 湖南长沙 410083)

摘要: 实际工程中岩体往往处于 I 型和 II 型加载同时存在的状态,而这种复合加载条件下岩石断裂行为的预测较为复杂,也是迫切需要解决的问题。本文基于 I 型加载条件下测试得到的页岩试样断裂韧度,应用 MTS(Maximum Tangential Stress,最大切向应力)断裂准则对页岩试样在 II 型加载条件下的裂纹起裂角以及断裂韧度进行了预测。为评估预测效果,通过 II 型加载条件下 2 种尺寸页岩断裂试验,发现 I 型断裂韧度随岩样尺寸变化的趋势不同,II 型断裂韧度基本没有尺寸效应。通过比较预测结果以及试验结果发现,利用传统的 MTS 断裂准则预测的理论值与试验测试值相差较大。在预测过程中断裂过程区尺寸的确定也是非常重要的,如果不考虑断裂过程区的尺寸效应同样会造成很大的预测误差。结合 MTS 准则确定的断裂过程区尺寸,利用 GMTS(Generalized Maximum Tangential Stress,广义最大切向应力)断裂准则预测的岩样裂纹起裂角以及断裂韧度都与试验测试值非常接近。

关键词: 页岩; 断裂韧度; 最大切向应力断裂准则; 断裂过程区

中图分类号: TU452

文献标识码: A

DOI: 10.7520/1001-4888-22-048

0 引言

基于裂纹尖端附近应力状态和裂纹面的位移方式,可将简单裂纹分为 3 种类型,分别为拉伸(I 型)、剪切(II 型)和扭转(III 型)。由于岩石材料在张拉应力状态下最容易发生破坏,对 I 型裂纹的研究也最为充分。为了获取岩石 I 型断裂韧度,国际岩石力学学会推荐了多种标准测试方法,包括短棒(SR)法^[1]、V 型槽口弯曲(CB)法^[1]、V 型槽口巴西圆盘(CCNBD)法^[2]、中心裂纹巴西圆盘(CCBD)法^[3]和直切口半圆弯曲(NSCB)法^[4,5]。同时,一些非标准的测试方法也得到了广泛的应用,如中心直裂纹巴西圆盘(CSTBD)构型^[6-8]制作简单,加载方便,通过改变预制裂纹方向与加载轴的夹角就能够轻易实现 I 型到 II 型加载的转变;V 型槽口半圆弯曲(CCNNSCB)^[9]构型尺寸是 CCNBD 构型的一半,在相同数量材料的情况下可以制作更多的测试岩样,对岩芯尺寸的要求也相对较低,可以增加材料的利用率。

岩石断裂韧度是材料自身的属性,对于同一种材料来说,应用不同断裂韧度测试方法的结果应该是相同的。然而,在很多研究中却观察到了不一样的现象^[10-13]。对于某些岩石材料,即使采用国际岩石力学学会推荐的断裂韧度测试方法,不同岩样构型测试所得断裂韧度的最大值与最小值也会相差一倍左右^[10],并且断裂韧度测试值还会随着岩样尺寸的增加而增大^[14-16]。为了解释这种现象,必须要从岩石材料的断裂机理与断裂准则上进行研究。对于岩石等准脆性材料来说,断裂过程区的尺寸是不可以忽视的,而应力强度因子仅仅可以决定裂纹尖端附近区域的应力场,对于远端应力的估计会存在较大的

^{*} 收稿日期: 2022-02-26; 修回日期: 2022-05-08

基金项目: 国家自然科学基金(42172316); 湖南省自然科学基金(2021JJ30810)资助

通信作者: 刘希灵(1980—),男,副教授。主要从事岩土工程灾害监测及安全预警方面的教学与研究工作。Email: lxlenglish@163.com

误差。建立在裂纹尖端附近区域应力场分析基础上的断裂应力准则主要经历了几次较大的发展。Erdogan等^[17]首先提出了传统的 MTS 断裂准则,MTS 断裂准则单独使用应力强度因子确定裂纹尖端前沿的拉伸应力。在 MTS 断裂准则的基础上,Smith 等^[18]提出了 GMTS 断裂准则。GMTS 准则考虑了 Williams 级数展开式中的前三项^[19],能够解释不同构型测试所得断裂韧度之间的差异^[20-22]。Aya-tollahi 等^[15]根据 GMTS 准则利用 CSTBD 构型岩样测试所得的断裂韧度成功对 ECT 构型岩样的断裂韧度进行了预测,Aliha 等^[13]又利用 GMTS 准则根据 6 个不同构型岩样的断裂韧度测试结果拟合了 T 应力与测试断裂韧度之间的关系。尽管 GMTS 准则在很多研究中都得到了很好的应用,然而应用于断裂过程区尺寸较大或者拉伸强度较低的岩石材料时仍然存在较大的缺陷。因此,Wei 等^[23]提出了 FIMTS(Further Improved Maximum Tangential Stress,更进一步改进的最大切向应力)断裂准则,FIMTS 准则考虑了 Williams 级数展开式的更多项去描述裂纹尖端附近的应力场,但由于岩石在 II 型加载条件下 Williams 展开式的系数求解较为困难,FIMTS 准则仅仅适用于处理 I 型断裂问题。

岩样发生 I 型或 II 型断裂时断裂韧度的预测都需要确定断裂过程区尺寸。由于 II 型加载条件下的断裂测试试验较为复杂,特别是加载角的调节、T 应力系数的确定等等,因此,如果能够应用 I 型加载条件下得到的断裂过程区尺寸去预测 II 型加载条件下的岩样断裂行为,对于岩石在 II 型加载条件下断裂机理的研究具有重要意义。然而,岩样在 I 型加载条件与 II 型加载条件下发生断裂时对应的断裂过程区尺寸是否相等还有待研究,同时,断裂过程区尺寸的确定与裂纹尖端前沿的拉伸应力大小密切相关。显然,不同断裂准则得到的断裂过程区尺寸也是不同的。以往针对 I 型断裂的预测研究结果表明,断裂过程区尺寸的确定准则与预测准则一致时得到的预测效果是最好的,而这是否同样适用于岩样发生 II 型断裂时裂纹起裂角与断裂韧度的预测还需要进行深入研究。

基于上述分析,本文利用 CSTBD 构型页岩试样进行了 I 型加载条件下的断裂试验。根据断裂韧度测试结果,分别应用不同断裂准则确定岩样的断裂过程区尺寸,进而对岩样在 II 型加载条件下发生断裂时的裂纹起裂角和断裂韧度进行预测。为了评估不同断裂准则的预测效果,同时也进行了 II 型断裂韧度测试试验。另外,为突出断裂过程区尺寸效应对预测结果的影响,选取了 2 种不同尺寸岩样进行断裂测试。

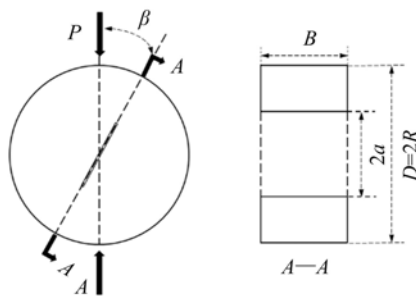


图 1 CSTBD 构型的断裂测试

Fig. 1 Fracture test of CSTBD specimen

1 试验设计

1.1 测试方法和岩样制备

本文选取 CSTBD 构型进行断裂韧度测试,如图 1 所示。图中 B 表示岩样的厚度, a 表示裂纹长度的一半, R 表示岩样的半径, P 表示施加的集中载荷, β 表示裂纹与载荷加载方向之间的倾角。CSTBD 构型能够通过改变 β 的大小实现从 I 型加载到 II 型加载的过渡,其中当 β 等于 0 时,岩样处于 I 型加载条件。

试验选取的岩样材料为页岩,其基本力学参数见表 1。

为探究在相同的应力强度因子加载速率条件下,岩样尺寸对于断裂过程区尺寸的影响,制备了 2 种尺寸的岩样,直径 D 分别为 64mm 和 94mm,裂纹长度 $2a$ 分别为 10mm 和 20mm。每种尺寸岩样各 6 块,编号中第三位编码为 1~3 的岩样用于 I 型断裂测试,第三位编码为 4~6 的岩样用于 II 型断裂测试,岩样的详细尺寸信息见表 2。

表 1 岩样的基本力学参数

Tab. 1 Basic mechanical parameters of rock specimen

抗拉强度/MPa	抗压强度/MPa	泊松比	弹性模量/GPa	密度/($\text{g}^{-1} \cdot \text{cm}^3$)	波速/($\text{m}^{-1} \cdot \text{s}$)
7.927	153	0.27	15.2	2.523	4325

表 2 岩样的尺寸参数
Tab. 2 Dimensional parameters of rock specimen

岩样编号	D/mm	2a/mm	B/mm	a/R
S-1-1	63.9	10.2	30.1	0.1596
S-1-2	64.1	9.9	30.1	0.1544
S-1-3	64.3	10.0	29.8	0.1555
S-1-4	63.9	10.2	30.0	0.1596
S-1-5	64.2	10.1	30.1	0.1573
S-1-6	64.0	10.2	29.9	0.1594
S-2-1	94.1	20.4	30.1	0.2168
S-2-2	94.0	20.1	29.8	0.2138
S-2-3	94.2	19.8	30.1	0.2102
S-2-4	94.0	20.0	30.2	0.2128
S-2-5	93.9	19.9	29.9	0.2119
S-2-6	94.0	20.1	29.8	0.2138

1.2 II 型加载试验加载角的确定

对于 CSTBD 构型,在 I-II 型复合加载条件下的一些断裂参数按照式(1)、(2)和(3)进行计算^[24,25]：

$$K_{I_f} = \frac{P_{\max} \sqrt{\pi a}}{\pi R B} Y_I \tag{1}$$

$$K_{II_f} = \frac{P_{\max} \sqrt{\pi a}}{\pi R B} Y_{II} \tag{2}$$

$$T_f = \frac{P_{\max}}{\pi R B} \frac{1}{1 - \alpha} T^* \tag{3}$$

式中： K_{I_f} 、 K_{II_f} 、 T_f 分别表示岩样发生断裂时的 I 型应力强度因子、II 型应力强度因子和 T 应力； $P_{\max}$ 表示岩样失效时施加的峰值载荷； α 表示 a 与 R 之比； Y_I 、 Y_{II} 和 T^* 表示归一化的几何因子,在岩样构型与 α 确定的情况下只与 β 有关。本文按照权函数法^[26,27]确定归一化几何因子,其计算过程见附录。

直径为 64mm 和 94mm 的岩样中 α 分别为 0.15625 和 0.212766,将式(1)、(2)和(3)经过变换得到归一化几何因子 Y_I 、 Y_{II} 和 T^* 随 β 的变化趋势,如图 2 所示。从图 2 中可以看出,随着 β 的增大,表征 I 型断裂的几何因子 Y_I 逐渐减小并趋近于 0,而表征 II 型断裂的几何因子 Y_{II} 从 0 开始逐渐增大,岩样将会由 I 型断裂逐渐变为纯 II 型断裂;同时, β 的增大导致 T 应力的几何因子 T^* 的绝对值减小,这说明 Williams 应力展开式的高阶项对岩样断裂行为的影响将越来越小。

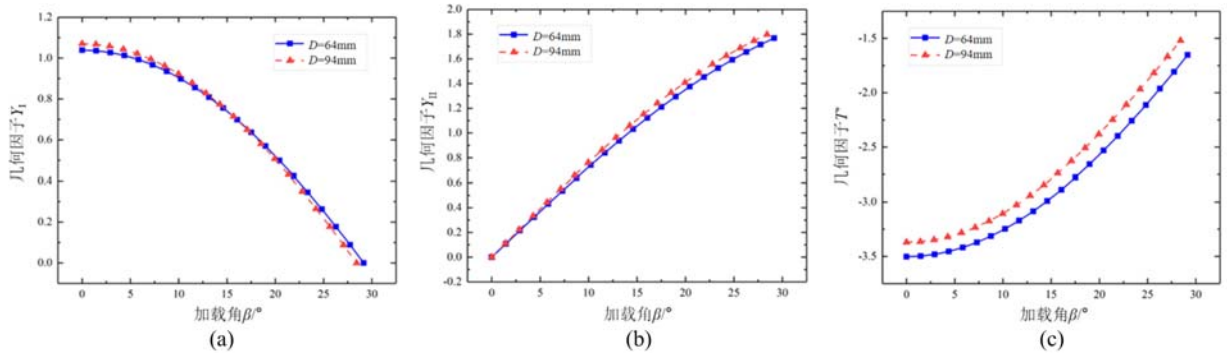


图 2 直径为 64mm 和 94mm 的岩样的几何因子随加载角的变化

Fig. 2 Variation of geometry factors of rock specimens with diameters of 64mm and 94mm with loading angle
为了更好地表征 I 型断裂与 II 型断裂的贡献度,可以将 I 型断裂应力强度因子与 II 型断裂应力强

度因子按照式(4)进行转换:

$$M_e = \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{K_{If}}{K_{II}} \right) \tag{4}$$

式中: M_e 表示 I 型应力强度因子与 II 型应力强度因子之比,在岩样尺寸比例确定的情况下,只与 β 有关。图 3 为 M_e 随着 β 变化的趋势, M_e 等于 1 表示岩样处于 I 型加载条件; M_e 等于 0 表示岩样处于纯 II 型加载条件;而 M_e 处于 0 到 1 之间,表示岩样处于 I-II 型复合加载条件。根据以上原则判断直径为 64mm 和 94mm 的 CSTBD 构型岩样处于纯 II 型加载条件下的 β 分别为 29.16°和 28.42°。

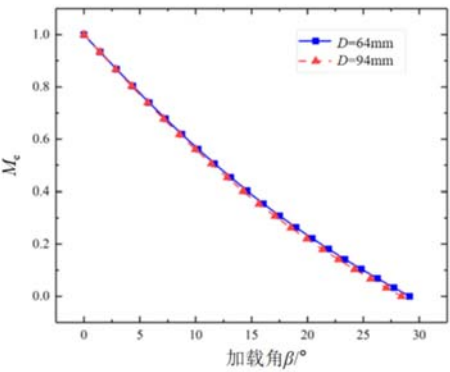


图 3 直径为 64mm 和 94mm 的 CSTBD 构型的 M_e 随加载角的变化
Fig. 3 Variation of M_e of CSTBD configurations with diameters of 64mm and 94mm with loading angles

材料真实的断裂韧度。

2 断裂测试结果

通过位移控制在 INSTRON1342 试验机上进行 I 型和 II 型断裂测试,加载速率为 0.1mm/min。为统计岩样在发生 II 型断裂后裂纹倾角与裂纹尖端之间的裂纹起裂角 θ_0 ,在断裂测试试验完成后,收集破坏后的岩块并进行拼接,如图 4 所示为典型的拼合岩样。岩样 I 型断裂韧度的测试结果见表 3,岩样 II 型断裂韧度测试结果以及裂纹起裂角的统计结果见表 4。由表 3 和表 4 可以看到岩样的 I 型断裂韧度具有明显的尺寸效应,而 II 型断裂韧度随岩样尺寸的变化不大。使用 CSTBD 构型或其他构型岩样进行断裂测试时,当应力强度因子确定的裂纹尖端前沿切向应力大于试样真实的裂纹尖端前沿切向应力时,测试的断裂韧度会高于材料真实的断裂韧度,反之,测试的断裂韧度则会低于

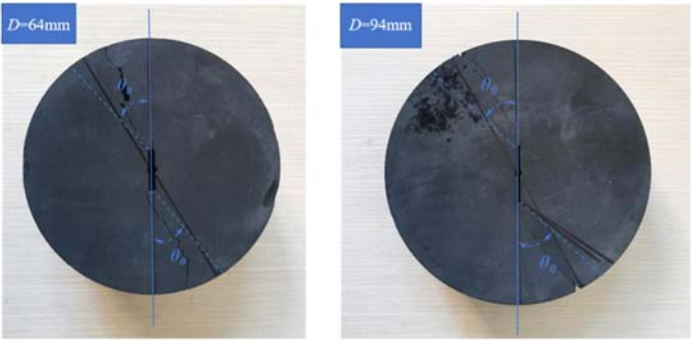


图 4 II 型加载条件下直径为 64mm 和 94mm 的岩样破坏后的裂纹起裂角
Fig. 4 Crack initiation angles of rock specimens with diameters of 64mm and 94mm under mode II loading

表 3 I 型加载条件下岩样的断裂测试结果

Tab. 3 Fracture test results of rock specimens under mode I loading condition

岩样直径 /mm	岩样编号	失效载荷 /N	$K_{I}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$	
			测试值	平均值
64	S-1-1	18597	0.803	0.793
	S-1-2	16957	0.732	
	S-1-3	19577	0.845	
94	S-2-1	22283	0.954	0.923
	S-2-2	20546	0.88	
	S-2-3	22264	0.953	

表 4 II 型加载条件下岩样的断裂测试结果

Tab. 4 Fracture test results of rock specimens under mode II loading condition

岩样直径 /mm	岩样编号	失效载荷 /N	$K_{II}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$		$\theta_0/(\circ)$	
			测试值	平均值	测试值	平均值
64	S-1-4	22832	1.677		40.5	
	S-1-5	17524	1.287	1.445	39.8	40.117
	S-1-6	18673	1.371		40.2	
94	S-2-4	21353	1.535		47.5	
	S-2-5	17040	1.225	1.378	41.2	48
	S-2-6	19114	1.374		48.5	

值得注意的是, S-2-5 岩样可能在预制裂缝加工过程中对岩样内部造成了损伤, 在加载过程中出现了边裂现象, 对于岩样的断裂韧度和裂纹起裂角产生了一定的影响, 如图 5 所示。因此, 在岩样的断裂韧度和裂纹起裂角的计算中没有将 S-2-5 岩样的测试数据考虑进去。

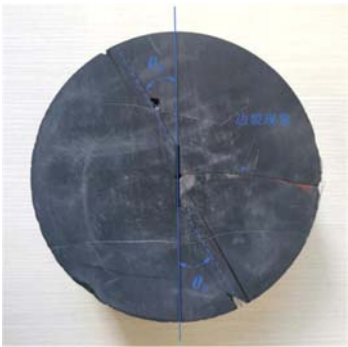


图 5 岩样 S-2-5 的边裂现象

Fig. 5 Edge splitting phenomenon of rock specimen S-2-5

3 II 型断裂测试的结果与理论预测结果的比较

3.1 断裂过程区尺寸的确定

根据 MTS 断裂准则, 材料断裂过程区边界上的最大拉伸应力等于材料的拉伸强度时, 材料会发生断裂。对于 I 型断裂, 应用 MTS 准则判断材料断裂的条件可以用式(5)表示:

$$\frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}r_c^{-\frac{1}{2}} = f_t \quad (5)$$

同样地, GMTS 准则和 FIMTS 准则判断材料发生断裂的条件可以分别用式(6)和式(7)进行表示:

$$\frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}r_c^{-\frac{1}{2}} + 3A_{3c}r_c^{\frac{1}{2}} = f_t \quad (6)$$

$$\frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi}}r_c^{-\frac{1}{2}} + 3A_{3c}r_c^{\frac{1}{2}} + 5A_{5c}r_c^{\frac{3}{2}} + 7A_{7c}r_c^{\frac{5}{2}} + 9A_{9c}r_c^{\frac{7}{2}} + 11A_{11c}r_c^{\frac{9}{2}} + 13A_{13c}r_c^{\frac{11}{2}} = f_t \quad (7)$$

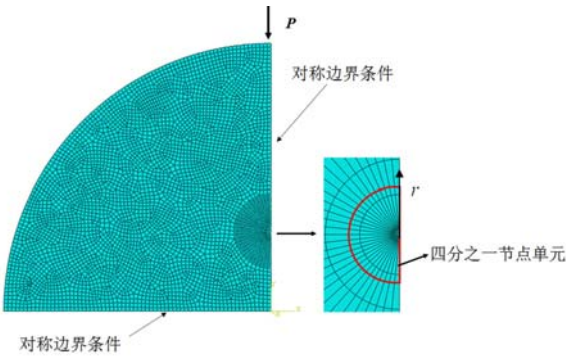


图 6 CSTBD 构型的四分之一有限元模型

Fig. 6 A quarter finite element model of CSTBD

了 CSTBD 构型的有限元模型(如图 6 所示)。由于加载条件和岩样构型的对称, 只选取 CSTBD 构型的四分之一进行分析; 同时, 为了模拟裂纹尖端附近应力的奇异性, 裂纹尖端处采用四分之一节点单元。

式中: f_t 、 r_c 分别表示材料的抗拉强度和断裂过程区尺寸; K_{Ic} 表示 I 型测试断裂韧度; $A_{ic} (i=1, 2, 3, \dots)$ 表示 Williams 展开式系数的临界值。

Wei 等^[23] 利用 abaqus 软件先建立岩样的数值模型, 进而提取裂纹尖端前沿的拉伸应力, 通过 Williams 展开式对其进行拟合得到 Williams 展开式系数的大小。本文用 Wei 等^[23] 提出的有限元方法, 使用自由网格划分技术和扫掠网格划分技术进行数值模型网格划分, 在 abaqus 软件中建立了

abaqus 软件中模型采用对称边界条件, 对直径为 64mm 和 94mm 的岩样分别施加 $4.324 K_{Ic} B \sqrt{R}$

和 $3.601K_{Ic}B/\sqrt{R}$ 的载荷,经过简单数值计算提取的裂纹尖端前沿的拉伸应力 $\sigma_{\theta\theta}$ 如图 7 所示。同时应用式(7)等号左侧部分对裂纹尖端前沿的拉伸应力进行拟合,由于 FIMTS 准则在 MTS 准则和 GMTS 准则基础上考虑了更多的应力项,强调了更高阶应力项的重要性,因此取得了较好的拟合结果。将表 1 中岩样拉伸强度和第 3 节中测试所得的岩样断裂韧性分别代入式(5)、式(6)和式(7)中,经过简单的方程求解获得了依据不同断裂准则确定的断裂过程区尺寸见表 5。由表 5 可以看出,随着岩样尺寸的增大,岩样的断裂过程区尺寸也随之增大。

表 5 不同断裂准则确定的断裂过程区尺寸

Tab. 5 Size of Fracture process zone based on different fracture criteria

岩样直径/mm	断裂过程区尺寸/mm		
	MTS 准则	GMTS 准则	FIMTS 准则
64	1.592	2.4819	3.217
94	2.157	2.9059	3.232

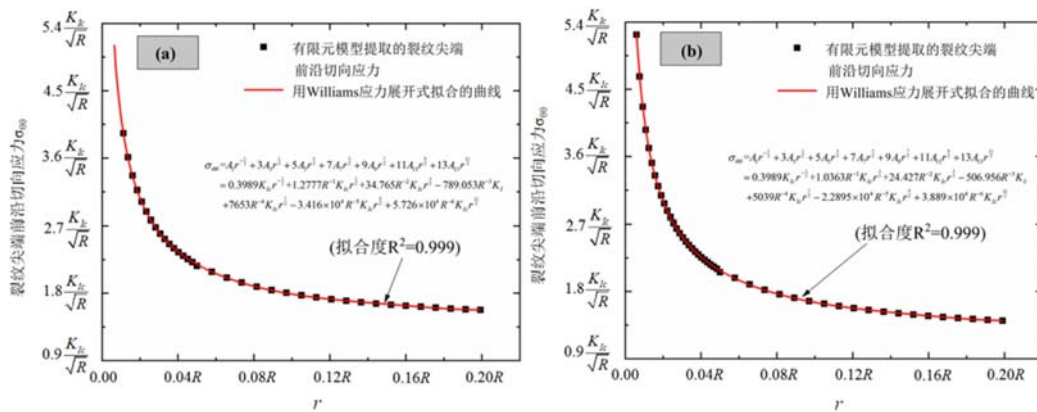


图 7 通过拟合有限元得到的切向应力的 Williams 系数:(a)64mm;(b)94mm

Fig. 7 Williams coefficient determined by fitting the tangential stress based on finite element method:(a)64mm;(b)94mm

3.2 裂纹起裂角和断裂韧度的预测

II 型加载条件下的最大切向应力断裂准则与 I 型加载条件下是类似的,都是以拉伸应力达到材料的拉伸强度作为评判岩样发生断裂的条件。对于 II 型断裂,MTS 准则只考虑了 Williams 展开式奇异项即 II 型应力强度因子对拉伸应力的影响,因此估算岩样的裂纹起裂角和断裂韧度与测试值存在较大偏差。而 GMTS 准则除奇异项外还考虑了 T 应力对材料断裂行为的影响,因此 II 型加载条件下 GMTS 准则可以表述为^[19]:

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r_c}} \left[K_{I\theta} \cos^3 \frac{\theta_0}{2} - K_{II\theta} \frac{3}{2} \sin \theta_0 \cos \frac{\theta_0}{2} + T_f \sqrt{2\pi r_c} \sin^2 \theta \right] = \sigma_t = \frac{K_{Ic}}{\sqrt{2\pi r_c}} \quad (8)$$

式中 $\sigma_{\theta\theta}$ 为临界拉伸应力。

裂纹起裂角 θ_0 按照式(9)进行计算:

$$K_{I\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \cos^3 \frac{\theta}{2} - K_{II\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \frac{3}{2} \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} + T_f \sqrt{2\pi r_c} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin^2 \theta = 0 \quad (9)$$

式(8)中,当 $T_f=0$ 时,就是 MTS 准则。将第 3 节中测得的岩样发生 II 型断裂的失效载荷,代入式(2)和式(3)可以得到 II 型断裂韧度和 T_f 。从式(8)可以看出,要想确定裂纹起裂角和断裂韧度,首先要确定断裂过程区的尺寸。这里假设 I 型断裂测试中所得到的断裂过程区尺寸同样也适用于 II 型断裂,将 4.1 节确定的断裂过程区尺寸分别代入式(8)和式(9),可得到应用最大切向应力断裂准则预测的裂纹起裂角和岩样的断裂韧度。MTS 准则和 GMTS 准则的预测结果分别见表 6 和表 7。

比较表 4 岩样的断裂测试数据和表 6 利用 MTS 准则得到的预测数据,发现无论是裂纹起裂角还是 II 型断裂韧度,预测值与测试值都存在较大的偏差,说明 T 应力对于岩样的断裂行为具有较大的影响。而对于 GMTS 准则的预测结果,无论是直径为 64mm 还是 94mm 的 CSTBD 构型岩样,在采用 GMTS 准则预测裂纹起裂角和岩样断裂韧度时,使用 MTS 准则确定的断裂过程区尺寸,都可以达到很好的预测效果,但是在使用 GMTS 准则和 FIMTS 准则确定的断裂过程区尺寸中,预测结果却与试验测试值存在较大的差异。

表 6 MTS 准则的预测结果
Tab. 6 The prediction by MTS criterion

岩样 直径/mm	断裂过程区尺寸 的确定准则	断裂过程区 尺寸/mm	失效载荷/N	裂纹起裂角 $\theta_0/(^{\circ})$	$K_{II}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$
64	MTS	1.5920	9352	70.53	0.687
	GMTS	2.4819	11680	70.53	0.858
	FIMTS	3.2170	13300	70.53	0.977
94	MTS	2.1570	11132	70.53	0.800
	GMTS	2.9059	12927	70.53	0.929
	FIMTS	3.2320	13623	70.53	0.979

表 7 GMTS 准则的预测结果
Tab. 7 The predicted by GMTS criterion

岩样 直径/mm	断裂过程区尺寸的 确定准则	断裂过程区 尺寸/mm	失效载荷/N	裂纹起裂角 $\theta_0/(^{\circ})$	$K_{II}/(\text{MPa} \cdot \text{m}^{1/2})$
64	MTS	1.5920	19944	41.20	1.465
	GMTS	2.4819	29470	35.13	2.165
	FIMTS	3.2170	37318	31.61	2.741
94	MTS	2.1570	20414	47.57	1.467
	GMTS	2.9059	26092	43.54	1.875
	FIMTS	3.2320	28549	42.04	2.052

根据以往研究^[15]对 I 型断裂的预测结果可以发现,当确定断裂过程区尺寸的断裂准则与进行预测岩样断裂韧度的断裂准则一致时,就能够达到很好的预测效果。而对于 II 型断裂,断裂韧度的预测不仅与断裂过程区的尺寸有关,而且裂纹的起裂角度也是重要的影响因素。事实上,根据式(9)可以发现裂纹的起裂角度也是由断裂过程区尺寸决定的,这就意味着在 II 型断裂问题处理中,断裂过程区尺寸的确定出现偏差将会造成巨大的误差,从表 7 中实际的预测效果也可以说明这一点。比较式(7)和式(8)可以发现,I 型断裂裂纹尖端前沿拉伸应力的分布与 II 型断裂的起裂裂纹尖端前沿拉伸应力分布具有明显的差异,同时 I 型断裂中也没有考虑 T 应力的影响,因此很难将 I 型断裂准则中得到的预测规律直接应用到 II 型断裂中。无论如何,利用 I 型断裂中 MTS 准则确定的断裂过程区尺寸,再借助于 II 型断裂的 GMTS 准则可以很好地预测岩样的 II 型断裂行为,这在 Aliha 等^[28]的研究中也被证实。然而,Ayatollahi 等^[29]的研究发现,将 GMTS 准则确定的断裂过程区尺寸应用于 II 型断裂的预测同样也可以达到很好的预测效果,这说明 II 型断裂的断裂过程区尺寸不能直接通过 I 型断裂测试获得,在有试验条件的情况下,最好采用 II 型断裂的测试数据按照式(8)进行确定。由于 II 型断裂的断裂过程区尺寸存在着尺寸效应,如果用直径 64mm 的岩样发生 II 型断裂时的断裂过程区尺寸去预测直径 94mm 岩样在 II 型加载条件下的断裂行为,显然会存在较大的误差,因此,测试岩样确定的断裂过程区尺寸应该用于与测试岩样尺寸相近岩样的断裂韧度的预测。

4 结论

为预测在发生 II 型断裂时岩样的断裂韧度以及裂纹起裂角,同时考虑岩样尺寸对于断裂过程区尺寸的影响,选取了 2 种不同尺寸岩样进行 I 型和 II 型加载条件下断裂测试试验,主要得出以下结论:

(1) I 型断裂韧度随着岩样尺寸的增加而增大,而 II 型断裂韧度随岩样尺寸的变化不大。另外,岩样在发生 I 型断裂时断裂过程区尺寸随着岩样尺寸的增加而增大。

(2) 利用 MTS 准则预测岩样在 II 型加载条件下的断裂韧度和裂纹起裂角度误差较大,说明 T 应力对于岩样的断裂行为具有很大的影响,在分析起裂裂纹尖端前沿拉伸应力时应该将其考虑进去。

(3) 虽然在借助 GMTS 准则预测 II 型断裂行为时,使用 I 型断裂中 MTS 准则确定的断裂过程区尺寸也可以很好地预测岩样的 II 型断裂行为,但实际上 I 型断裂条件下得到的断裂过程区尺寸与岩样发生 II 型断裂时的断裂过程区尺寸并不能等同起来。在有试验条件的情况下,对于 II 型断裂韧度的预测应该使用 II 型断裂测试得到的断裂过程区尺寸。

(4) 由于断裂过程区存在尺寸效应,因此在断裂韧度的预测时一定要保证预测岩样与测试岩样在尺寸上的一致。

附录:

$$Y_I = f_{11} + 2 \sum_{i=1}^n A_{1i} f_{1i} \alpha^{2(i-1)} \quad (1)$$

$$Y_{II} = 2 \sum_{i=1}^n A_{2i} f_{2i} \alpha^{2(i-1)} \quad (2)$$

$$T^* = (1 - \alpha) g_1 + 2(1 - \alpha) \sum_{i=1}^n (A_{1i} g_i - A_{1i} - A_{3i}) \alpha^{2(i-1)} \quad (3)$$

系数 f_{ji} 、 g_i 、 A_{ji} 分别按照式(4)、(5)、(6)、(7)和(8)进行计算:

$$f_{ji} = \frac{(2i-3)!!}{(2i-2)!!} \left[1 + \frac{C_{j1}^1}{2i} + \frac{3C_{j2}^1}{4i(i+1)} \right] \quad (4)$$

$$g_i = \frac{2C_1^0}{(2i-1)(2i+1)} + \frac{8C_2^0}{(2i-1)(2i+1)(2i+3)} \quad (5)$$

$$A_{1i}(\beta) = i \cos(2i\beta) - i \cos(2(i-1)\beta) \quad (6)$$

$$A_{2i}(\beta) = i \sin(2i\beta) - (i-1) \sin(2(i-1)\beta) \quad (7)$$

$$A_{3i}(\beta) = i \cos(2i\beta) - (i-2) \cos(2(i-1)\beta) \quad (8)$$

其中:

$$C_{11}^1 = \frac{8 - 4\alpha + 3.8612\alpha^2 - 15.9344\alpha^3 + 24.6076\alpha^4 - 13.234\alpha^5}{\sqrt{1-\alpha}} - 8 \quad (9)$$

$$C_{12}^1 = \frac{-8 + 4\alpha - 0.6488\alpha^2 + 14.1232\alpha^3 - 24.2696\alpha^4 + 12.596\alpha^5}{\sqrt{1-\alpha}} - 8 \quad (10)$$

$$C_{21}^1 = \frac{5 - 2.5\alpha + 1.4882\alpha^2 - 2.376\alpha^3 + 1.1028\alpha^4}{\sqrt{1-\alpha}} - 5 \quad (11)$$

$$C_{22}^1 = \frac{-4 + 2\alpha + 0.4888\alpha^2 + 0.81112\alpha^3 - 0.7177\alpha^4}{\sqrt{1-\alpha}} + 4 \quad (12)$$

$$C_1^0 = \frac{\alpha}{1-\alpha} (-6.8622\alpha + 18.1075\alpha^2 - 22.1073\alpha^3 + 9.3229\alpha^4) \quad (13)$$

$$C_2^0 = \frac{\alpha}{1-\alpha} (4.1902\alpha - 14.626\alpha^2 + 21.2854\alpha^3 - 9.8117\alpha^4) \quad (14)$$

参考文献:

- [1] Franklin J, Atkinson B, Meredith P, et al. Suggested methods for determining the fracture toughness of rock[J].

- International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 1988, 25(2):71–96.
- [2] Fowell R J. Suggested method for determining mode I fracture toughness using Cracked Chevron Notched Brazilian Disc (CCNBD) specimens[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts, 1995, 32(1):57–64.
- [3] 范阳, 董世明, 华文, 等. 高温和饱水条件下砂岩的抗剪强度与 II 型断裂韧度的相关性[J]. 实验力学, 2021, 36(4):525–533 (FAN Yang, DONG Shiming, HUA Wen, et al. Correlation between the shear strength and the mode II fracture toughness of sandstone under high temperature and water saturation[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2021, 36(4):525–533 (in Chinese))
- [4] Kuruppu M D, Obara Y, Ayatollahi M R, et al. ISRM-suggested method for determining the mode I static fracture toughness using semi-circular bend specimen[J]. Rock Mechanics & Rock Engineering, 2014, 47(1):267–274.
- [5] 赵文峰, 张盛, 王猛, 等. 用两种 ISRM 推荐圆盘试样测试岩石断裂韧度的试验研究[J]. 实验力学, 2020, 35(4):702–711 (ZHAO Wenfeng, ZHANG Sheng, WANG Meng, et al. Experimental study on testing rock fracture toughness with two types of disc specimens recommended by ISRM[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2020, 35(4):702–711 (in Chinese))
- [6] 张盛, 王启智. 用 5 种圆盘试件的劈裂试验确定岩石断裂韧度[J]. 岩土力学, 2009, 30(1):12–18 (ZHANG Sheng, WANG Qizhi. Determination of rock fracture toughness by split test using five types of disc specimens[J]. Rock and Soil Mechanics, 2009, 30(1):12–18 (in Chinese))
- [7] 杨井瑞, 张财贵, 周妍, 等. 用 CSTBD 试样确定砂岩的动态起裂和扩展韧度[J]. 爆炸与冲击, 2014, 34(3):264–271 (YANG Jingrui, ZHANG Caigui, ZHOU Yan, et al. Determination of dynamic initiation toughness and propagation toughness of sandstone using CSTBD specimens[J]. Explosion and Shock Waves, 2014, 34(3):264–271 (in Chinese))
- [8] Xie Q, Li S X, Liu X L, et al. Effect of loading rate on fracture behaviors of shale under mode I loading[J]. Journal of Central South University, 2020, 27(10):3118–3132.
- [9] Ayatollahi M R, Mahdavi E, Alborzi M J, et al. Stress intensity factors of semi-circular bend specimens with straight-through and chevron notches[J]. Rock Mechanics & Rock Engineering, 2016, 49(4):1161–1172.
- [10] Aliha M R M, Mahdavi E, Ayatollahi M R. The influence of specimen type on tensile fracture toughness of rock materials[J]. Pure and Applied Geophysics, 2017, 174(3):1237–1253.
- [11] Wei M D, Dai F, Xu N W, et al. A novel chevron notched short rod bend method for measuring the mode I fracture toughness of rocks[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 190:1–15.
- [12] Wei M D, Dai F, Zhou J W, et al. A further improved maximum tangential stress criterion for assessing mode I fracture of rocks considering non-singular stress terms of the Williams expansion[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2018, 51(7):3471–3488.
- [13] Aliha M R M, Mahdavi E, Ayatollahi M R. Statistical analysis of rock fracture toughness data obtained from different chevron notched and straight cracked mode I specimens[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2018, 51(7):2095–2114.
- [14] Aliha M R M, Ayatollahi M R, Smith D J, et al. Geometry and size effects on fracture trajectory in a limestone rock under mixed mode loading[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2010, 77(11):2200–2212.
- [15] Ayatollahi M R, Akbardoost J. Size and geometry effects on rock fracture toughness: mode I fracture[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2014, 47(2):677–687.
- [16] 张盛, 王龙飞, 常旭, 等. 中心直裂纹半圆盘试样的石灰岩断裂韧度尺寸效应试验研究[J]. 岩土力学, 2019, 40(5):1740–1749, 1760 (ZHANG Sheng, WANG Longfei, CHANG Xu, et al. Experimental study of size effect of fracture toughness of limestone using the notched semi-circular bend samples[J]. Rock and Soil Mechanics, 2019, 40(5):1740–1749, 1760 (in Chinese))
- [17] Erdogan F, Sih G C. On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear[J]. Journal of Basic Engineering, 1963, 85(4):519–527.
- [18] Smith D J, Ayatollahi M R, Pavier M J. The role of T-stress in brittle fracture for linear elastic materials under mixed-mode loading[J]. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, 2010, 24(2):137–150.

- [19] Williams M L. On the stress distribution at the base of a stationary crack[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 1957, 24(1):109—114.
- [20] Ayatollahi M R M, Aliha M R. Mixed mode fracture in soda lime glass analyzed by using the generalized MTS criterion[J]. *International Journal of Solids & Structures*, 2009, 46(2):311—321.
- [21] Aliha M R M, Mousavi S S, Bahmani A, et al. Crack initiation angles and propagation paths in polyurethane foams under mixed modes I/II and I/III loading[J]. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2019, 101(4):152—161.
- [22] Aliha M R M, Mousavi S S. Sub-sized short bend beam configuration for the study of mixed-mode fracture[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2020, 225(6):106830.
- [23] Wei M D, Dai F, Zhou J W, et al. A Further improved maximum tangential stress criterion for assessing mode I fracture of rocks considering non-singular stress terms of the Williams expansion[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2018, 51(7):3471—3488.
- [24] Ayatollahi M R, Aliha M R M. Wide range data for crack tip parameters in two disc-type specimens under mixed mode loading[J]. *Computational Materials Science*, 2007, 38(4):660—670.
- [25] Ayatollahi M R, Aliha M R M. On the use of Brazilian disc specimen for calculating mixed mode I-II fracture toughness of rock materials[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2008, 75(16):4631—4641.
- [26] Dong S, Wang Y, Xia Y. Stress intensity factors for central cracked circular disk subjected to compression[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2004, 71(7-8):1135—1148.
- [27] Hua W, Li Y, Dong S, et al. T-stress for a centrally cracked Brazilian disk under confining pressure[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2015, 149(S7):37—44.
- [28] Aliha M R M, Mousavi S S. Sub-sized short bend beam configuration for the study of mixed-mode fracture[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, 225(6):106830.
- [29] Ayatollahi M R, Akbardoost J. Size effects in mode II brittle fracture of rocks[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2013, 112(1):165—180.

Prediction of shale fracture behavior under mode II loading

YANG Xiukun, XIE Qin, LIU Xiling, LI shengxiang, ZENG Yuan

(School of Resources and Safety Engineering, Central South University, Changsha 410083, Hunan, China)

Abstract: Rock mass is usually under mode I and II loading conditions in practical engineering, but the prediction of rock fracture behavior under mixed mode I/II loading condition is complicated, and it is an important problem to be solved. Based on the fracture toughness of shale specimens tested under mode I loading condition, the MTS (maximum tensile stress) criterion was applied to predict the crack initiation angle and fracture toughness of shale specimens under mode II loading condition. In order to evaluate the prediction effect, the fracture tests on shale of two sizes under mode II loading was carried out, it is found that different from the variation trend of mode I fracture toughness with rock specimen size, mode II fracture toughness basically has no size effect. By comparing the predicted results with the test results, it is found that the predicted values of the MTS criterion differ greatly from the test results. The size of the fracture process zone is also a very important parameter in the prediction process. Failure to consider the size effect of the fracture process zone likely to cause great prediction errors. Based on the size of fracture process zone determined by the MTS criterion, the failure load and the crack initiation angle predicted by the GMTS (generalized maximum tangential stress) criterion are very close to the test values.

Keywords: shale; fracture toughness; maximum tangential stress criterion; fracture process zone