

文章编号: 1001-4888(2025)04-0455-12

# 基于移动相位偏折术的连续镜面反射结构 全场三维形貌测量\*

首成逸, 谭新韵, 孙晨, 陈巨兵

(上海交通大学 船舶海洋与建筑工程学院, 上海 200240)

**摘要:** 镜面反射结构的高精度全场形貌测量是众多高端制造领域中不可或缺的重要环节。为了实现镜面形貌的高精度测量, 本文提出一种移动相位偏折术。以单目单屏为基础, 给出了完整的条纹相位-梯度-高度关系模型, 并通过表面连续性假设实现了模型中的基本约束条件; 提出了一种模型参数的求解方法, 解决了传统相位偏折术中存在的二义性问题, 该方法能够通过显示器的任意刚体位移实现被测结构形貌及位姿的测量; 通过开展一系列验证实验, 分别讨论了被测表面梯度、高度变化对该方法形貌测量能力的影响, 验证了方法的形貌测量综合能力。实验结果表明, 在镜面反射结构形貌测量中, 本文方法相较于传统方法的测量精度显著提升。

**关键词:** 镜面测量; 全场三维形貌; 相位偏折术; 单目单屏; 条纹

**中图分类号:** O348.1; TP391.41 **文献标志码:** A **DOI:** 10.7520/1001-4888-24-044

## 0 引言

镜面反射结构广泛存在于如半导体<sup>[1-2]</sup>、天文望远镜<sup>[3-4]</sup>、精密仪器<sup>[5-6]</sup>、医疗器械<sup>[7-8]</sup>、空间通信设备<sup>[9-10]</sup>、激光加工设备<sup>[11]</sup>等高端制造领域。镜面反射结构的表面轮廓在结构的稳定性与性能方面起到了决定作用, 如半导体先进封装中晶圆的表面轮廓与其厚度及残余应力控制密切相关<sup>[2]</sup>, 反射式望远镜主镜的面形与其观测能力直接关联<sup>[3]</sup>, 因此, 镜面反射结构的全场形貌测量对众多高端制造领域中产品的质量监测具有重要意义。现有的镜面反射结构全场形貌测量一般采用光学方法<sup>[12]</sup>, 主要包括干涉(Interferometry)法<sup>[13-14]</sup>、夏克-哈特曼波前检测(Shack-Hartmann Wavefront Sensing)法<sup>[15]</sup>和相位偏折术(Phase Measuring Deflectometry, PMD)<sup>[16-18]</sup>。其中, 干涉法需要复杂的补偿光学系统与严苛的环境, 测量范围有限且通用性差; 波前检测法在动态范围和测量点数量方面存在缺陷<sup>[19]</sup>。PMD 因其结构简单、设备门槛低、通用性强等优点, 具有实现高效高精度镜面反射结构全场形貌测量的巨大潜力。

基础的 PMD 系统<sup>[20]</sup>由相机、显示器和被测物体(含参考平面)组成, 利用经被测镜面偏折的条纹信息测量镜面形貌。相比漫反射结构, 镜面反射结构的形貌测量中最关键的问题是梯度-高度二义性问题, 即相同条纹相位对应的被测面梯度-高度组合并不唯一。基础的单目单屏 PMD 通常忽略相对高度对相位变化的影响<sup>[21-23]</sup>, 故此法仅适合测量平面或类平面物体(将此法简称为基础 PMD, basic PMD)。为了解决镜面形貌测量的二义性问题, 研究人员发展了一系列增加显示设备或传感器的 PMD<sup>[20, 24-26]</sup>, 但这类方法一定程度上削弱了 PMD 结构简单的优势; 也有学者<sup>[27-30]</sup>针对单目单屏的硬件设置, 设计了平移显示器的 PMD, 利用光线追踪的原理解决二义性问题, 但需要严格控制显示器的平移方向与距

\* 收稿日期: 2024-03-19; 修回日期: 2024-04-24

基金项目: 国家自然科学基金项目(12327802)

通信作者: 孙晨(1989-), 男, 博士, 副研究员。主要研究领域: 光测力学。Email: sunchen712@sjtu.edu.cn

离,现实中难以满足这一实验要求是此类方法误差的主要来源<sup>[24]</sup>;还有学者<sup>[31]</sup>利用远心镜头与傅里叶镜头,引入准直相机光线与准直结构光源系统,从光路模型上消除梯度-高度二义性问题。近年来,基于深度学习的相位偏折术也在不断发展,有学者<sup>[32]</sup>利用深度学习为相位偏折术设计了单张图片的解相位方法,也有学者<sup>[33]</sup>针对低反射率复杂表面,利用深度学习的方法在采集到的单张低质量图片上测量表面形貌。

本文提出移动相位偏折术(Translational PMD,简称 TPMD),通过引入任意移动显示器后的第2组条纹信息解决二义性问题,实现镜面反射结构全场形貌的高精度测量。方法的基本思想是,首先建立单相机单显示器硬件设置下的完整相位-梯度-高度关系模型,然后利用连续表面假设为模型提供梯度-高度关系公式,最后利用显示器任意移动前后两位置条纹相位信息确认被测形貌。相比基础 PMD,本文方法考虑了高度对条纹相位的影响,通过提供显示器任意2个位置下的条纹信息,解决梯度-高度二义性问题,从而适用于各种形状连续镜面的形貌测量,具有更广的测量适用范围与更高的测量精度;相比其他平移显示器的 PMD,本文方法消除了因无法精准平移显示器带来的测量误差,同时降低了对实验操作的要求。通过旋转平面镜、平移平面镜与球面凹面镜形貌测量实验,本文详细讨论了被测镜面梯度、高度变化对该方法形貌测量能力的影响,并验证了方法的形貌测量的精度。

## 1 相位偏折术基本原理

梯度-高度二义性问题是镜面形貌测量中的核心问题。如图 1(a)所示,相机发射一条探照光线,经过图中具有不同的位置  $z_1$  至  $z_5$  与法向量至表面反射后,都可以拍摄到显示器上相同的点位,即对单目单屏的测试系统,通过相机捕捉的显示器条纹信息,无法唯一确定被测点的真实梯度和高度值。相位偏折术利用相对参考平面的条纹相位变化测量被测面形貌,由于被测面上梯度引起的相位变化显著大于高度所致的相位变化,因此基础 PMD 忽略了高度的影响,仅通过梯度与条纹相位的变化关系进行形貌

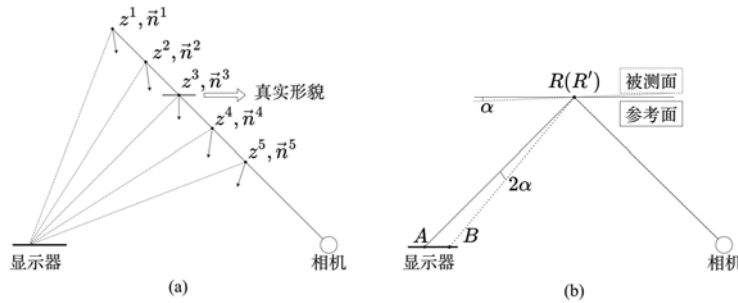


图 1 相位偏折术基本原理:(a)梯度-高度二义性;(b)基础 PMD 示意图

Fig. 1 Basic principles for PMD: (a)slope-height ambiguity; (b)schematic of basic PMD

测量。以  $x$  方向为例,基础 PMD 的原理如图 1(b)所示,假设被测面相对参考面转过的倾角为  $\alpha$ ,点  $R$ 、 $R'$  分别为相机光线与参考面和被测面的交点,点  $A$ 、 $B$  分别为参考面与被测面反射在显示器上的点。根据几何关系可知,  $RA$  与  $R'B$  间的夹角为  $2\alpha$ ,被测面梯度可以近似表达为

$$s_x = \tan \alpha \approx \frac{\overline{AB}}{2 \overline{RA}} \quad (1)$$

式中:  $\overline{AB}$ 和 $\overline{RA}$ 分别为线段  $AB$  及线段  $RA$  的长。若显示器条纹像素周期为  $T$ ,显示器像素间距为  $d$ ,则相位变化可以表示为

$$\Delta\phi = \phi_B - \phi_A = \frac{2\pi \overline{AB}}{T \cdot d} \quad (2)$$

式中:  $\phi_A$ 、 $\phi_B$  分别表示  $A$ 、 $B$  点对应位置的条纹相位。梯度与相位变化的关系可以表示为

$$\Delta\phi = \frac{4\pi \overline{RA}}{T \cdot d} s_x \quad (3)$$

式(1)~(3)即基础 PMD 的相位-梯度关系式。相位偏折术对被测表面的梯度敏感,而对高度偏移

不敏感,故当被测表面为与参考平面相近的平面或类平面时,忽略参考平面高度影响的基础 PMD 可以对被测镜面形貌实现良好的测量。

## 2 移动相位偏折术基本原理

### 2.1 相位-梯度-高度关系模型

基础 PMD 的测量误差,主要来源于模型中对高度影响的忽略。当被测表面偏离参考平面时,忽略高度影响将为测量结果引入较大误差。若要进一步提升单目单屏相位偏折术的形貌测量能力,必须将高度影响引入相位偏折术关系模型中,推导单相机、单显示器设置下的条纹相位与被测镜面梯度、高度的完整关系模型。以反射定律为基础建立的逐点相位-梯度-高度关系模型,可用于任何形状镜面的测量。

如图 2 所示,TPMD 系统包含 1 台相机,1 台显示器和被测镜面物体。根据光路可逆原理,模型中相机发射“探照射线”PR,经被测面上点反射后形成“反射射线”RR,与显示器交于点 B;其中 B'为与 B 对应的参考镜面下显示器虚像点。在相机镜头光心、参考镜面及参考镜面下的显示器虚像处分别建立相机坐标系( $O_c-x_c y_c z_c$ )、参考坐标系( $O_r-x_r y_r z_r$ )与显示器虚像坐标系( $O_i-x_i y_i z_i$ )。除特殊说明外,符号的下标代表该点或向量坐标所处的坐标系,上标用于区别不同的点或向量。

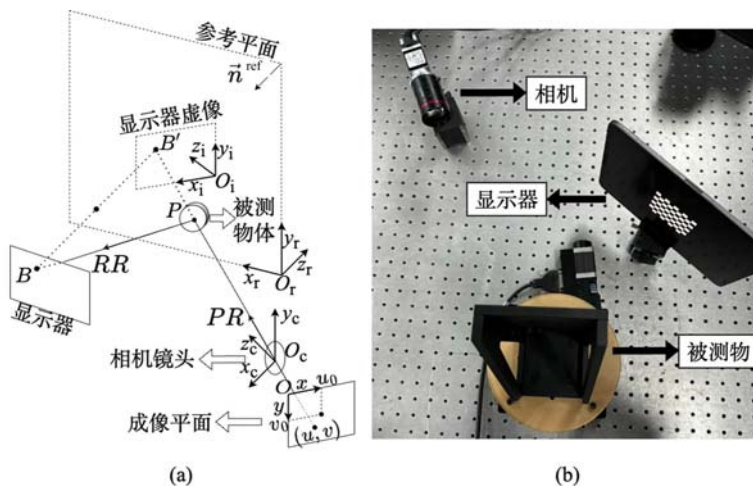


图 2 TPMD 系统:(a)示意图;(b)测量系统

Fig. 2 TPMD system: (a)schematic; (b)measurement system

根据相机采集到的相位信息可确定对应点在显示器上的相对位置, B'在显示器虚像坐标系下的坐标  $B_i'$ 与显示器虚像点在相机坐标系下的坐标  $B_c'$ 为

$$B_i' = [x_i^{B'} \quad y_i^{B'} \quad z_i^{B'}]^T = \left[ \frac{\phi_x - \phi_{x0}}{2\pi} b \quad \frac{\phi_y - \phi_{y0}}{2\pi} b \quad 0 \right]^T \quad (4)$$

$$B_c' = [\mathbf{R}_c' \quad \mathbf{t}_c'] \begin{bmatrix} B_i' \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $\phi_x$ 、 $\phi_y$  分别为平行于  $y_i$ 、 $x_i$  方向条纹的相位( $y_i$  方向条纹提供的相位信息用于确认  $x_i$  方向位置信息,反之同理); $b$  为条纹周期宽度; $\phi_{x0}$ 、 $\phi_{y0}$  为  $O_i$  处相位值; $\mathbf{R}_c'$ 、 $\mathbf{t}_c'$  分别为显示器虚像坐标系到相机坐标系的旋转矩阵、平移矩阵。

显示器虚像与显示器关于参考平面对称,利用参考平面法向量,可以由显示器虚像点在相机坐标系下的坐标  $B_c'$ 求得显示器上对应实际物理点的位置坐标  $B_c$ 。令  $\vec{n}^{ref}$  参考平面的单位法向量,其在参考坐标系下的坐标为  $n_c^{ref}$ ,通过从参考坐标系到相机坐标系的旋转矩阵  $\mathbf{R}_c^r$ ,可以得到  $n_c^{ref}$  在相机坐标系下的对应坐标  $n_r^{ref}$ ,进一步可以求得  $B_c$ :

$$n_c^{ref} = \mathbf{R}_c^r n_r^{ref} = \mathbf{R}_c^r [0 \quad 0 \quad -1]^T \quad (6)$$

$$B_r' = [\mathbf{R}_c^r \quad \mathbf{t}_c^r] \begin{bmatrix} B_c' \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{R}_c^{rT} (B_c' - \mathbf{t}_c^r) = [x_r^{B'} \quad y_r^{B'} \quad z_r^{B'}]^T \quad (7)$$

$$B_c = B_c' + 2z_c^B n_c^{\text{ref}} \quad (8)$$

对一张无畸变图像,图像上的每一像素唯一确定了一条“探照射线”,像素点所捕捉到物理点的实际位置即位于此“探照射线”上。点  $P$  在相机坐标系下的坐标  $P_c$  可以表示为

$$P_c = [x_c^P \quad y_c^P \quad z_c^P]^T = \left[ \frac{u - u_0}{f_x} z_c^P \quad \frac{v - v_0}{f_y} z_c^P \quad z_c^P \right]^T \quad (9)$$

式中:  $u, v$  是像素坐标;  $u_0, v_0$  是图像坐标系原点的像素坐标;  $f_x, f_y$  为相机  $x, y$  方向的焦距。由点  $B$  和点  $P$  的坐标,可以得出射线  $PR$  和  $RR$  在相机坐标系下的表达式  $PR_c$  和  $RR_c$ ,以及它们的单位向量在相机坐标系下的表达式  $r_c$  和  $rr_c$ :

$$PR_c = P_c - O_c \quad pr_c = \frac{PR_c}{|PR_c|} \quad (10)$$

$$RR_c = B_c - P_c \quad rr_c = \frac{RR_c}{|RR_c|} \quad (11)$$

根据反射定律,可以求得点  $P$  处被测反射面的法向量坐标  $N_c^P$  与点  $P$  处的梯度  $s_x^P, s_y^P$ :

$$N_c^P = rr_c - pr_c = [N_c^P x \quad N_c^P y \quad N_c^P z]^T \quad (12)$$

$$s_x^P = -\frac{N_c^P x}{N_c^P z} \quad s_y^P = -\frac{N_c^P y}{N_c^P z} \quad (13)$$

至此完成了相位-梯度-高度关系完整模型的建立。与传统的单屏相位偏折术基本原理相比,移动相位偏折术的相位-梯度-高度关系模型同时考虑了梯度、高度对相位的影响,通过相位的绝对值而非相对变化计算被测梯度与高度,可消除被测表面偏离参考平面带来的模型误差。

从数量上看,基于反射定律建立的相位-梯度-高度关系模型为求解每个被测点方向梯度  $N_c^P x, N_c^P y$  与高度  $N_c^P z$  3 个未知量仅能提供 2 个独立方程,这是梯度-高度二义性问题在物理模型中的数学体现。

## 2.2 连续表面梯度-高度关系与移动显示器方案

为求解镜面形貌,对光滑被测表面引入连续性假设,将每一点均存在的二义性问题简化。假设被测镜面结构表面连续,对图像中含有  $M \times N$  个像素的矩形测量区域,利用区域波前重建法的 Southwell 模型,可以建立梯度场与高度场的关系,为系统提供  $(M \times N - 1)$  个独立方程:

$$\begin{cases} z_c^{i,j+1} - z_c^{i,j} = \frac{1}{2}(s_x^{i,j+1} + s_x^{i,j})(x_c^{i,j+1} - x_c^{i,j}) & i = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N-1 \\ z_c^{i+1,j} - z_c^{i,j} = \frac{1}{2}(s_y^{i+1,j} + s_y^{i,j})(y_c^{i+1,j} - y_c^{i,j}) & i = 1, 2, \dots, M-1; j = 1, 2, \dots, N \end{cases} \quad (14)$$

对含有  $M \times N$  个像素的测量区域,每一像素点有  $s_x^P, s_y^P, z_c^P$  3 个未知参量,即共有  $3 \times M \times N$  个待求未知量,相位-梯度-高度关系与连续表面的梯度-高度关系可以为系统提供  $3 \times M \times N - 1$  独立方程;至此,被测表面每一点均存在的梯度-高度二义性问题已被极大简化,确认测量区域内任意一点的高度后,即可同时求解区域内所有点的梯度、高度,从而获得整体被测镜面的形貌。

为确认被测面上任一点的真实高度,进而完成被测面整体形貌的测量,本文提出一种任意移动显示器位置的被测镜面位置求解方法。该方法通过将显示器置于任意 2 个位置,引入第 2 组被测表面反射条纹信息,比较 2 组数据结果的接近程度,确定测量区域内选定点的真实高度。得益于两位置间相位-梯度-高度关系与连续表面模型的独立性,与需要额外采集参考平面条纹图像的基础 PMD 相比,本文方法仅多采集 1 张图像用于标定显示器第 2 位置;与其他移动显示器的 PMD 相比,独立的位置标定省去了严苛繁琐的显示器定方向、定距离移动的要求。在不额外增加传感器与实验操作要求的同时,本文所提出任意移动显示器的方法可以求解指定点的真实高度,进而确定被测面的真实形貌。

方法的具体过程如下:1)在假定被测面任一点高度的情况下,分别利用 2 组拍摄到的被测面条纹相位信息进行形貌的求解,比较 2 组形貌结果的接近程度。2)2 组结果最接近时所假设的固定点位置,即为此点的真实物理位置,而此位置下还原的被测表面形貌也为实际真实的物体形貌。移动显示器本质上为每 1 个测试点提供了额外的约束方程,使原本欠定的方程组可解;在显示器两位置相位信息的共同约束下,原本 2 组方程组的解空间中仅有同一组解可以同时满足所有方程组,此解对应的物体形貌即为

真实的被测形貌。在相机内外参数标定过程中,采用张正友标定法,通过显示棋盘格图案将显示器作为标定板,使用相机采集显示器处于不同位置与姿态下的图像,标定相机的内部参数;将显示器置于参考镜面位置与实验中显示器移动前后的位置下,分别标定参考镜面对应的外部参数,以及两位置显示器位于参考镜面内虚像的相机外部参数。

### 3 实验

本文开展了旋转平面镜、平移平面镜和球面凹面镜的形貌测量实验,以分析梯度、高度变化对方法测量效果的影响,以及对非平面镜面的形貌测量能力。实验采用分辨率为  $2388 \times 1668$  的显示器,并选择 BASLER acA5472-5gm 工业相机,搭配焦距 50 mm、光圈  $f/2.4$  镜头组成拍摄系统。被测结构包括大小为  $300 \text{ mm} \times 300 \text{ mm}$ 、平整度为  $1 \mu\text{m}$  的平面镜,以及直径为 25.4 mm、曲率半径为 50.80 mm、焦距公差为 2% 的球面凹面镜,并搭配旋转范围为  $360^\circ$ 、单向旋转重复精度为  $0.002^\circ$ 、双向旋转重复精度为  $\pm 0.01^\circ$  的 New Port URS150BPP 转台,以及最大行程范围为 400 mm、闭环位移控制精度为  $0.01 \mu\text{m}$  的斯达普 STMC-01S 型伺服平移平台,分别用于分析梯度、高度变化对方法测量能力的影响,以及验证方法的形貌测量综合能力。标定过程中,实验使用边长为 70 像素的棋盘格标定板图案;测量阶段中,显示器显示周期为 32 像素的正弦横、纵条纹。实验采用相移法提取条纹相位。

#### 3.1 旋转测试

使用高精度转台多角度旋转平面镜,以评估被测梯度变化对方法测量精度的影响。旋转实验所采用的被测系统如图 3 所示,固定相机参数、显示器与相机位置后,使用高精度旋转台将平面镜旋转  $-5^\circ$ 、 $-10^\circ$ 、 $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $15^\circ$  和  $20^\circ$  (正角度方向为旋转台俯视视角下相对于参考位置顺时针旋转角度,负角度方向相反),选择图像中旋转轴附近边长为 500 像素的正方形作为测量区域,分别采用基础 PMD 与 TPMD 在相同的条纹周期等实验设置下,对各转角镜面进行三维形貌测量,从而得到测量区域内镜面三维形貌。

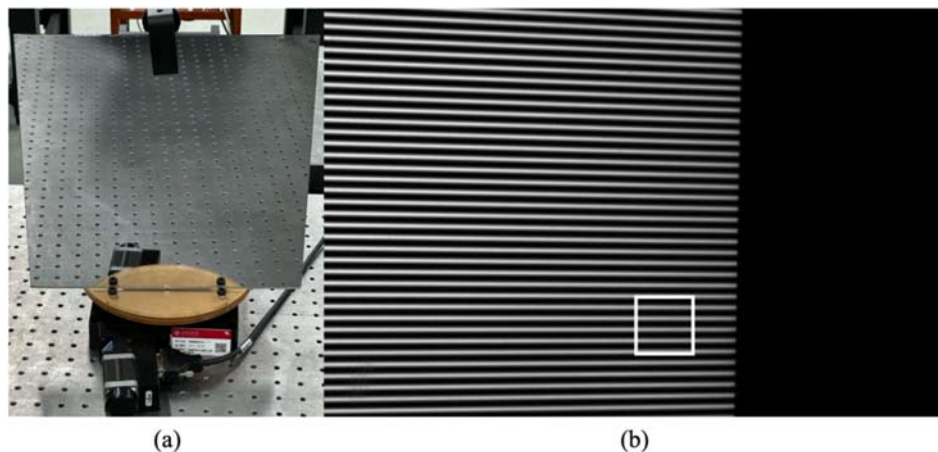


图 3 被测旋转平面镜:(a)实物图;(b)原始条纹图与感兴趣区域(方框)

Fig. 3 The measured rotated mirror: (a)shot picture; (b)original fringes pattern picture with region of interests (square)

以旋转  $20^\circ$  实验为例,图 4 为使用基础 PMD 与 TPMD 对平面镜形貌的测量结果,其中图 4(a)(b)分别为图像中同一像素区域对应的被测物体区域,由基础 PMD 与 TPMD 测量结果在参考坐标系下的被测平面镜三维形貌图,不同颜色表示不同大小的参考坐标系  $z$  坐标值。从整体形貌测量结果来看,虽然选取了同一像素区域,但是两方法测量结果存在差异;基础 PMD 假设被测镜面与参考平面仅存在梯度差异,取参考平面与相机光线交点的  $x$ 、 $y$  轴坐标代替实际被测点坐标,这一假设为测量结果带来了较大误差。从图 4(c)(d)所示的平面拟合残差直方图中可以看到,PMD 残差分布于  $(-0.0199 \text{ mm}, 0.0104 \text{ mm})$ ,TPMD 残差集中分布在  $(-0.0003 \text{ mm}, 0.0011 \text{ mm})$ ,这表明 TPMD 测量所得形貌更接近于平面。

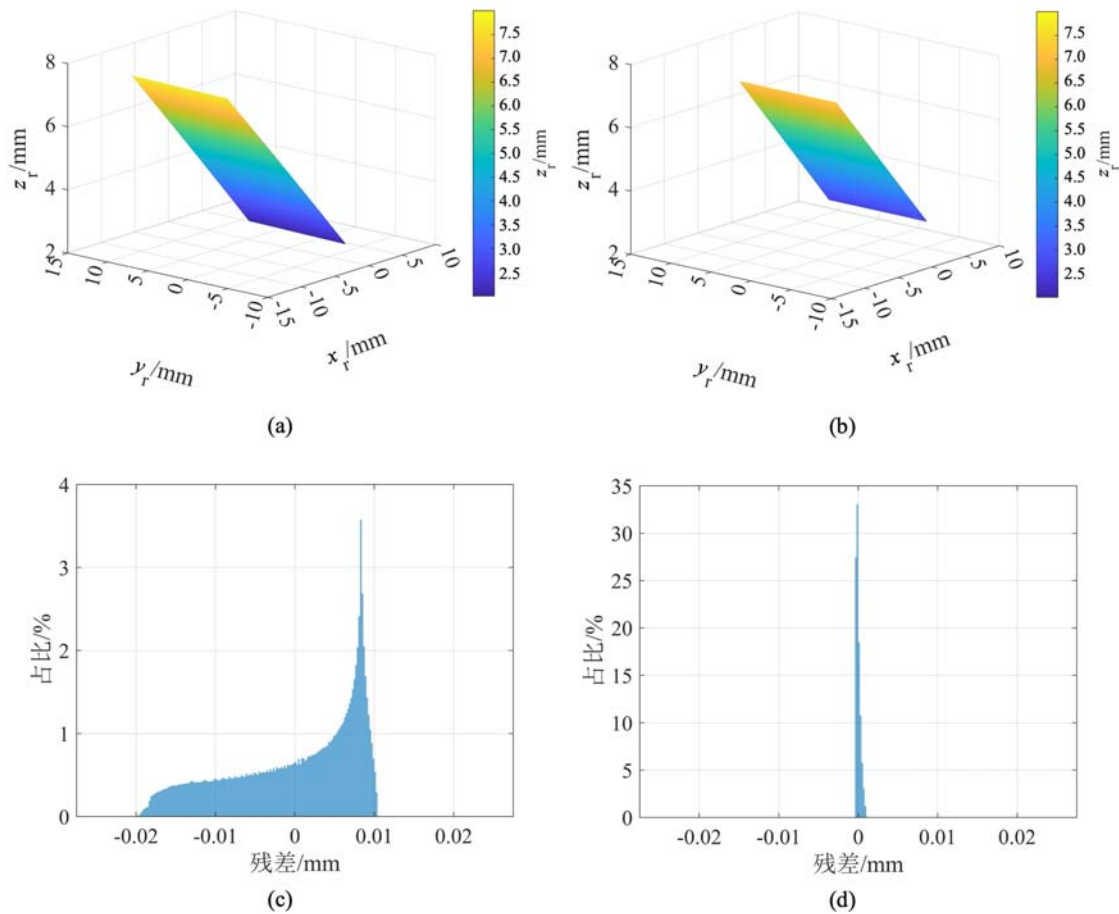


图4 20°平面镜测量结果与误差分析:(a)基础 PMD 三维形貌测量结果;  
(b)TPMD 三维形貌测量结果;(c)基础 PMD 平面拟合残差直方图;(d)TPMD 平面拟合残差直方图

Fig. 4 Measurement results and error analysis of 20° test: (a)morphology results of basic PMD;  
(b)morphology results of TPMD; (c)planer fitting residual histograms of basic PMD;  
(d)planer fitting residual histograms of TPMD

不同转角下各方法的测量效果如图 5 所示,本文主要采用了 2 类不同指标,综合评估 2 种方法对不同角度旋转平面镜的测量结果。从图 5 中数据可以看到,无论是平面拟合均方根误差还是还原转角,TPMD 的测量效果都显著优于基础 PMD;随着转角的不断增大,基础 PMD 测量结果的误差也不断增大,而 TPMD 的测量效果保持相对稳定。上述结果表明,在梯度测量中,TPMD 拥有更加稳定且良好的测量效果。当被测表面与参考平面发生较大偏离时,基础 PMD 因为不考虑高度对相位的影响,测量结果与实际情况会发生较大偏离;而 TPMD 拥有完整的相位-梯度-高度关系,模型上比基础 PMD 更加完备,TPMD 对多种测量对象都有更优秀的测量效果。

### 3.2 平移测试

平移测试使用高精度位移台平移平面镜评估高度变化对测量精度的影响。平移测试所采用的被测系统如图 6 所示,固定相机参数、显示器与相机位置后,将平面镜移动至距离参考平面 5 mm、10 mm、15 mm、20 mm、25 mm、30 mm 的位置,选择边长为 500 像素的正方形区域作为测量区域,在相同实验条件下,测试基础 PMD 和 TPMD 的形貌测量效果。

图 7 为平移 30 mm 的实验中分别使用基础 PMD 与 TPMD 对平面镜形貌的测量结果。与旋转测试相同,图 7(a)(b)为 2 种方法对同一像素区域的测量结果。由于基础 PMD 忽略了高度变化的影响,在只有高度变化的平移实验中,基础 PMD 将相位的变化完全归咎于梯度,故产生了倾斜的平面镜形貌测量结果,对被测点参考坐标系下的  $x$ 、 $y$  轴坐标测量存在较大误差;而 TPMD 考虑了完整相位-梯度-

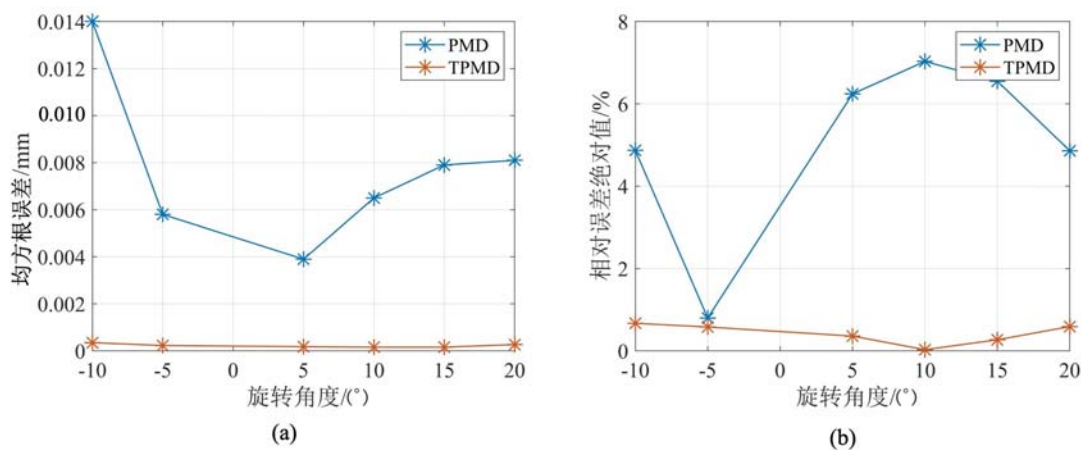


图 5 不同转角下各方法的测量效果:(a)平面拟合均方根误差;(b)还原转角相对误差的绝对值

Fig. 5 Evaluation of given methods under different angles: (a)RMSE of planer fitting;  
(b)absolute value of relative error for reconstructed angle

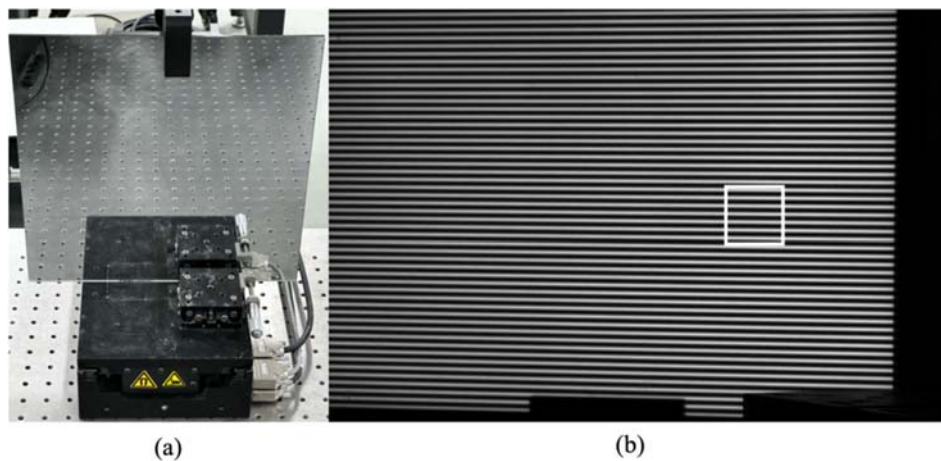


图 6 平移平面镜测试:(a)实物图;(b)原始条纹图与感兴趣区域(方框)

Fig. 6 The measured translated mirror: (a)shot picture; (b)original fringes pattern picture with region of interests (square)

高度关系,对被测点的定位与高度测量均保持了良好的测量效果。从图 7(c)(d)中可以看到,TPMD 结果拟合残差集中分布于 $(-0.0072 \text{ mm}, 0.0148 \text{ mm})$ ,而 PMD 结果的拟合残差分布于 $(-0.0001 \text{ mm}, 0.0002 \text{ mm})$ ,表明 TPMD 还原结果更接近所测量的平面镜。

不同平移距离测量效果如图 8 所示。随着平面镜相对参考平面平移距离的增加,基础 PMD 的测量结果逐渐偏离平面,且与参考平面形成夹角;而 TPMD 由于引入了高度变化对相位的影响,因此从理论模型上消除了因忽略高度变化引入的理论误差,从图 8(b)中可以看到其结果保持稳定,维持了较低的误差值。由图 8 可见,TPMD 在平移实验中对平面镜的形貌还原效果优于基础 PMD。

### 3.3 凹面镜测试

分别使用基础 PMD 与 TPMD 在相同实验条件下对球面凹面镜进行形貌测量,分析方法在曲面形貌测量中的可靠性,被测凹面镜如图 9 所示,测量结果如图 10 所示。实验中使用的凹面镜为球面镜,通过 2 种方法分别得到被测区域点云数据后,将坐标数据代入球面方程中,利用迭代算法优化球面方程参数,最终得到所拟合球面的球心与半径。被测形貌的标准半径为 50.80 mm,采用基础 PMD 测量结果曲率半径为 53.65 mm,TPMD 测量结果的曲率半径为 50.26 mm。由曲率半径计算结果可以发现,基础 PMD 的测量相对误差高达 5.6%,这是由于曲面与参考平面存在高度差异,而基础 PMD 忽略了被测物高度对条纹相位的影响,这一忽略在被测物为曲面时给系统带来了较大误差;相比之下,本文所提

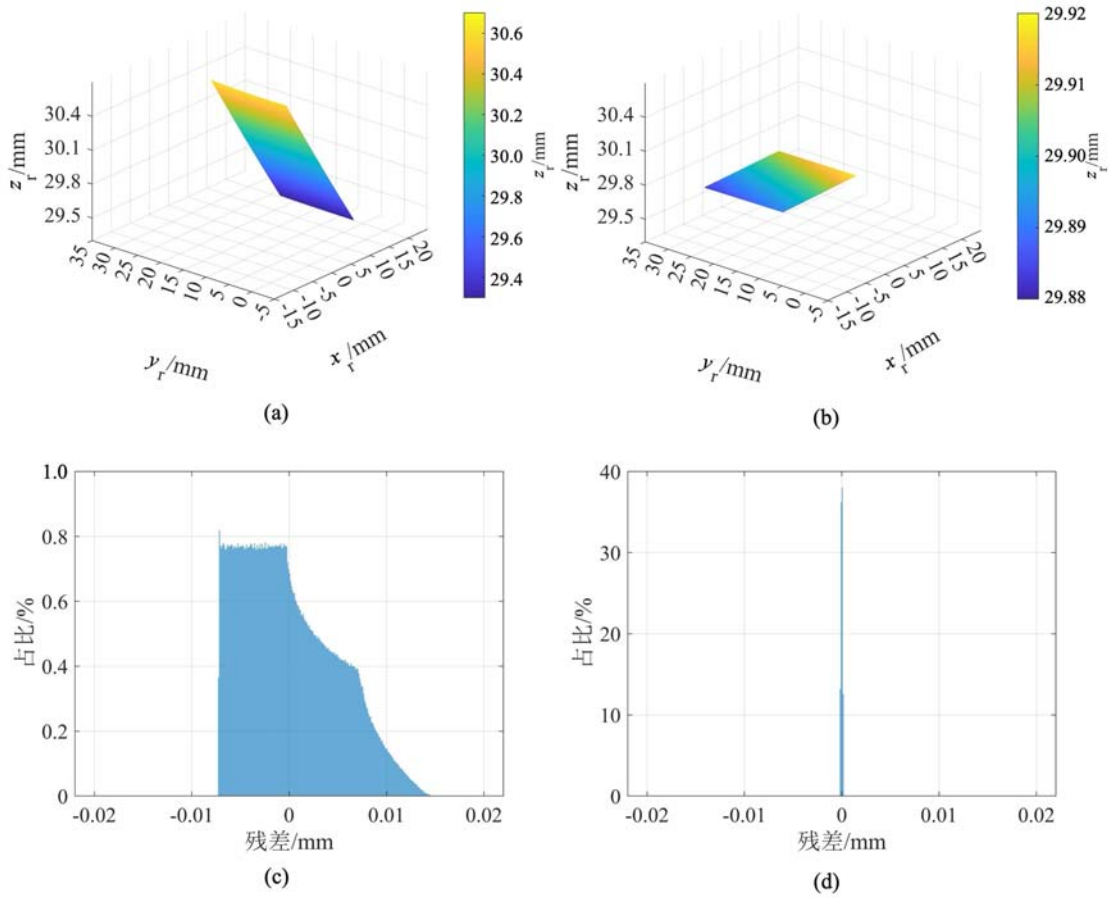


图7 平移 30 mm 实验下的结果与误差分析:(a)基础 PMD 三维形貌测量结果;  
 (b)TPMD 三维形貌测量结果;(c)基础 PMD 平面拟合残差直方图;(d)TPMD 平面拟合残差直方图  
 Fig.7 Measurement results and error analysis of 30 mm test: (a)morphology results of basic PMD;  
 (b)morphology results of TPMD; (c)planer fitting residual histograms of basic PMD;  
 (d)planer fitting residual histograms of TPMD

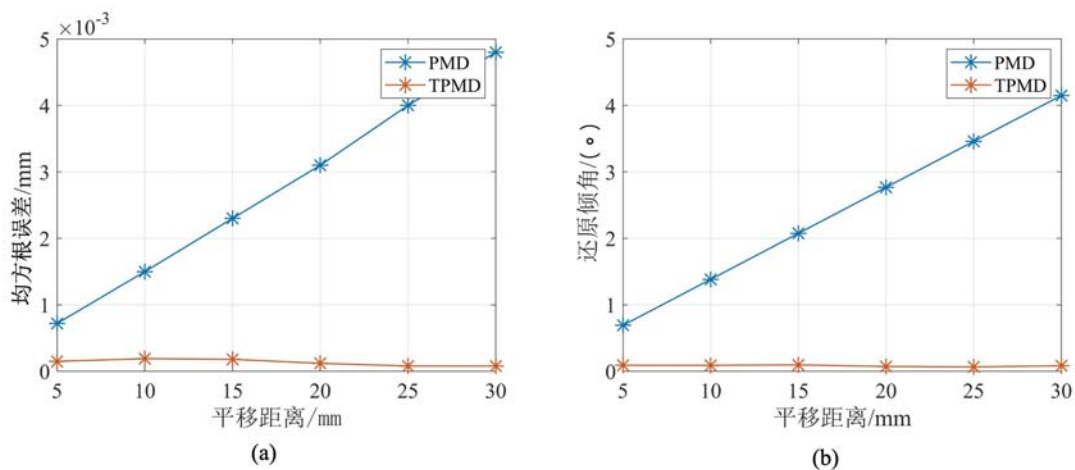


图8 不同平移距离下不同方法的测量效果:(a)平面拟合 RMSE;(b)还原倾角

Fig.8 Evaluation of given methods under different displacement: (a)RMSE of planer fitting; (b)reconstructed angle  
 出的 TPMD 相对误差仅为 1.1%。图 10(c)(d)给出了 2 种方法球面拟合残差分布直方图,由图可以看到,TPMD 的测量数据残差更小,形貌结果更接近球面。综合图 10(c)(d)与曲率半径计算结果可知,TPMD 具备更加优秀的形貌综合测量能力。

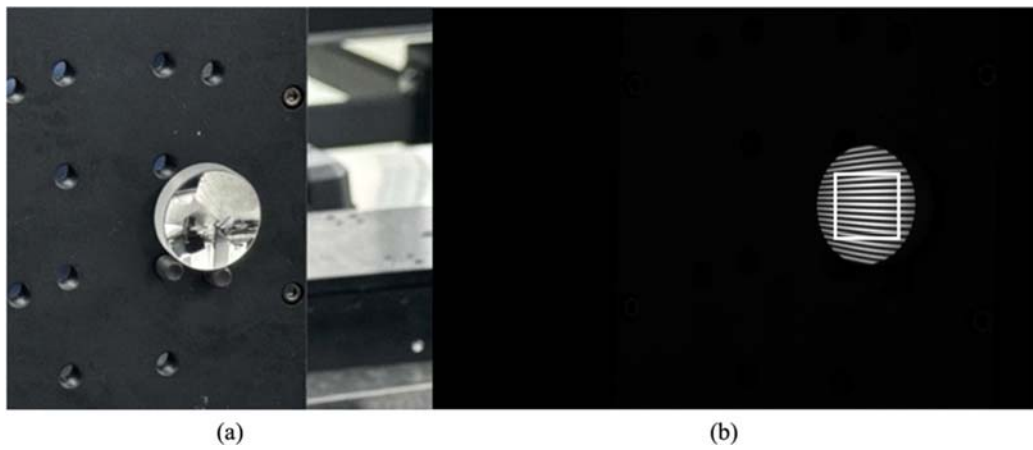


图 9 被测凹面镜：(a)实物图；(b)原始条纹图与感兴趣区域(方框)  
 Fig. 9 The measured concave mirror: (a)shot picture; (b)original fringes pattern picture with region of interests (square)

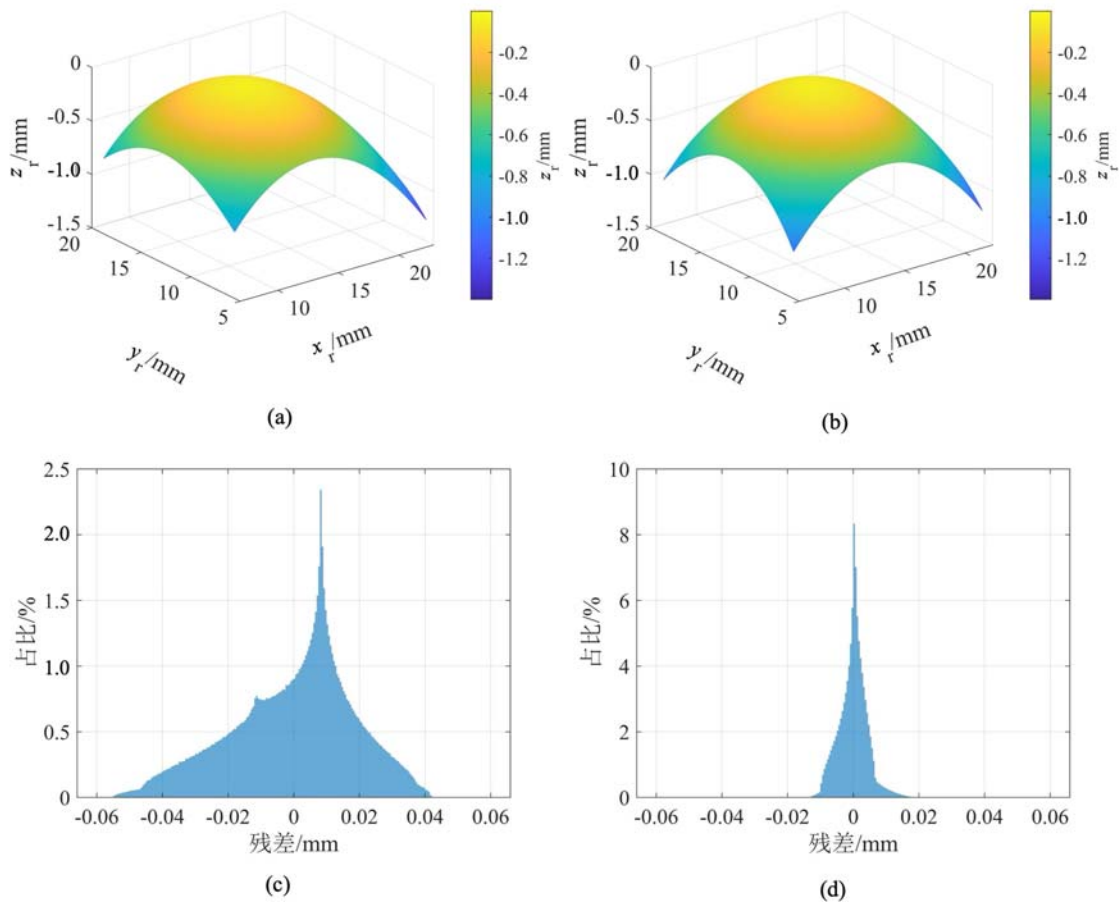


图 10 凹面镜测量结果与误差分析：(a)基础 PMD 三维形貌测量结果；  
 (b)TPMD 三维形貌测量结果；(c)基础 PMD 球面拟合残差直方图；(d)TPMD 球面拟合残差直方图  
 Fig. 10 Measurement results and error analysis of the measured concave mirror: (a)morphology results of basic PMD; (b)morphology results of TPMD; (c)spherical fitting residual histograms of basic PMD; (d)spherical fitting residual histograms of TPMD

#### 4 结论

本文提出了一种用于测量镜面形貌的移动相位偏折术(TPMD),在单目单屏的硬件设置下,采集显

示器位于任意两位置下的条纹相位信息,通过完整的相位-梯度-高度关系与连续表面假设,求得被测面形貌。相比基础的单目单屏 PMD,TPMD 在保持了简洁的硬件设置与实验操作的同时,通过引入高度对相位的影响解决了二义性问题带来的误差与局限,将测试范围拓宽至任意自由形状。在实验操作中,本文方法不需要对显示器移动的方向与距离进行严格控制,相比其他平移显示器的 PMD 更易操作。多组实验表明,TPMD 相较于基础的单目单屏 PMD,具有更加稳定且更高精准确度的测量能力,在科学研究与生产实践中,具有进一步发展与应用潜力。

#### 参考文献:

- [1] 赵国强, 赵毅. 晶圆级集成技术研究进展[J]. 功能材料与器件学报, 2023, 29(1):12-21 (ZHAO Guoqiang, ZHAO Yi. Research progress of wafer-level integration technology[J]. Journal of Functional Materials and Devices, 2023, 29(1):12-21 (in Chinese))
- [2] DONG Z H, LIN Y W. Ultra-thin wafer technology and applications: A review[J]. Materials Science in Semiconductor Processing, 2020, 105:104681.
- [3] 鹿芝荣. 大口径拼接式空间望远镜曲率半径非一致性检测研究[D]. 长春:中国科学院大学(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所), 2023 (LU Zhirong. Research on curvature mismatch detection of large aperture segmented space telescopes[D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences (Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics), 2023 (in Chinese))
- [4] 杨丽丽. 拼接型望远镜主镜面形干涉检测技术研究[D]. 济南:山东大学, 2023 (YANG Lili. Research on the interferometric detection technology for the surface shape of the primary mirror of the segmented telescope[D]. Jinan: Shandong University, 2023 (in Chinese))
- [5] 李亚冉. 亚微米分辨率 Wolter 显微镜的设计[J]. 光学学报, 2023, 43(3):0334002 (LI Yaran. Design of submicron resolution wolter microscope[J]. Acta Optica Sinica, 2023, 43(3):0334002 (in Chinese))
- [6] 缪正宇, 张青川, 伍小平, 等. 光机械式红外探测器中镜面弯曲对探测灵敏度的影响[J]. 实验力学, 2007(增刊): 350-358 (MIAO Zhengyu, ZHANG Qingchuan, WU Xiaoping, et al. The influence of mirror curvature on optical detection sensitivity in optomechanical uncooled IR detectors[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2007 (Suppl.):350-358 (in Chinese))
- [7] 王文荣, 徐苏华, 刘婧群, 等. 美国 FDA 医疗器械监管科学研究项目简介(第三部分:医学影像和光学器械)[J]. 中国药事, 2022, 36(2):225-234 (WANG Wenrong, XU Suhua, LIU Jingqun, et al. A brief introduction to scientific research project on FDA medical device regulation (part 3: Medical imaging and optical device)[J]. Chinese Pharmaceutical Affairs, 2022, 36(2):225-234 (in Chinese))
- [8] 阮亮, 耿远明. 半导体激光治疗设备的临床应用与发展前景[J]. 中国激光医学杂志, 2022, 31(2):107-111 (RUAN Liang, GENG Yuanming. Clinical application and development prospect of semiconductor laser therapy equipment[J]. Chinese Journal of Laser Medicine & Surgery, 2022, 31(2):107-111 (in Chinese))
- [9] 夏方园, 汪勃, 张国亭, 等. 激光星间链路终端技术发展展望[J]. 光学技术, 2023, 49(2):175-183 (XIA Fangyuan, WANG Bo, ZHANG Guoting, et al. Recent development and prospective of inter-satellite laser links terminal technology[J]. Optical Technique, 2023, 49(2):175-183 (in Chinese))
- [10] 姜会林, 安岩, 张雅琳, 等. 空间激光通信现状、发展趋势及关键技术分析[J]. 飞行器测控学报, 2015, 34(3): 207-217 (JIANG Huilin, AN Yan, ZHANG Yalin, et al. Analysis of the status quo, development trend and key technologies of space laser communication[J]. Journal of Spacecraft TT&C Technology, 2015, 34(3):207-217 (in Chinese))
- [11] 梅雪松, 李凯林, 赵万芹, 等. 激光自身空间维度加工系统综述[J]. 机械工程学报, 2023, 59(19):375-388 (MEI Xuesong, LI Kailin, ZHAO Wanqin, et al. Overview of laser self spatial dimensional processing systems [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(19):375-388 (in Chinese))
- [12] 伍小平. 近 40 年光力学进展的回顾[J]. 实验力学, 2010, 25(5):491-508 (WU Xiaoping. A brief review of photomechanics progress in recent 40 years[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2010, 25(5):491-508 (in Chinese))
- [13] 梁子健, 杨甬英, 赵宏洋, 等. 非球面光学元件面型检测技术研究进展与最新应用[J]. 中国光学, 2022, 15(2):

- 161-186 (LIANG Zijian, YANG Yongying, ZHAO Hongyang, et al. Advances in research and applications of optical aspheric surface metrology[J]. Chinese Optics, 2022, 15(2):161-186 (in Chinese))
- [14] 傅愉, 陈冰, 阎可宇, 等. 综述: 面向工程应用的激光干涉动态测量[J]. 实验力学, 2021, 36(1):1-16 (FU Yu, CHEN Bing, YAN Keyu, et al. Engineering-oriented laser interferometric dynamic measurement: A review[J]. Journal of Experimental Mechanics, 2021, 36(1):1-16 (in Chinese))
- [15] 罗群. 相位差波前探测技术及其在拼接镜共相检测中的应用研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2014 (LUO Qun. Studies on the phase diversity wavefront sensor and co-phasing measurement for segmented mirrors[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2014 (in Chinese))
- [16] HUANG L, IDIR M, ZUO C, et al. Review of phase measuring deflectometry[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 107:247-257.
- [17] BURKE J, PAK A, HÖEFER S, et al. Deflectometry for specular surfaces: An overview[J]. Advanced Optical Technologies, 2023, 12:1237687.
- [18] ZHANG Z H, CHANG C X, LIU X H, et al. Phase measuring deflectometry for obtaining 3D shape of specular surface: A review of the state-of-the-art[J]. Optical Engineering, 2021, 60(2):17.
- [19] 刘东, 严天亮, 王道档, 等. 条纹投影与相位偏折测量技术研究进展[J]. 红外与激光工程, 2017, 46(9):193-202 (LIU Dong, YAN Tianliang, WANG Daodang, et al. Review of fringe-projection profilometry and phase measuring deflectometry[J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 46(9):193-202 (in Chinese))
- [20] KNAUER M C, KAMINSKI J, HAUSLER G. Phase measuring deflectometry: A new approach to measure specular free-form surfaces[C]//Optical Metrology in Production Engineering. SPIE, 2004:366.
- [21] 韩浩. 基于相位测量偏折术的高光表面三维重建技术研究[D]. 武汉: 武汉科技大学, 2023 (HAN Hao. Research on 3D reconstruction of specular surface based on phase measuring deflectometry[D]. Wuhan: Wuhan University of Science and Technology, 2023 (in Chinese))
- [22] 成先明, 王婷婷, 史柏迪, 等. 基于相位偏折术和图像处理的表面缺陷检测[J]. 计算机测量与控制, 2021, 29(5):64-69. (CHENG Xianming, WANG Tingting, SHI Baidi, et al. Surface defect detection based on phase deflection and image processing[J]. Computer Measurement & Control, 2021, 29(5):64-69 (in Chinese))
- [23] 陈超. 基于相位偏折术的掠入射镜面形检测[D]. 苏州: 苏州大学, 2021 (CHEN Chao. Shape measurement of grazing incidence mirror based on phase measuring deflectometry[D]. Suzhou: Suzhou University, 2021 (in Chinese))
- [24] LIU Y, HUANG S J, ZHANG Z H, et al. Full-field 3D shape measurement of discontinuous specular objects by direct phase measuring deflectometry[J]. Scientific Reports, 2017, 7:10293.
- [25] ZHANG Z H, GAO N, LIU X H. Three-dimensional shape measurement of specular object with discontinuous surfaces by direct phase measuring deflectometry[C]//Dimensional Optical Metrology and Inspection for Practical Applications VIII. SPIE, 2019:9.
- [26] LI W S, SANDNER M, GESIERICH A, et al. Absolute optical surface measurement with deflectometry[C]//Interferometry XVI: Applications. SPIE, 2012:84940G.
- [27] PETZ M, TUTSCH R. Reflection grating photogrammetry: A technique for absolute shape measurement of specular free-form surfaces[C]//Optical Manufacturing and Testing VI. SPIE, 2005:58691D.
- [28] GUO H W, FENG P, TAO T. Specular surface measurement by using least squares light tracking technique[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2010, 48(2):166-171.
- [29] TANG Y, SU X Y, LIU Y K, et al. 3D shape measurement of the aspheric mirror by advanced phase measuring deflectometry[J]. Optics Express, 2008, 16(19):15090-15096.
- [30] WANG Y M, XU Y J, ZHANG Z H, et al. 3D measurement of structured specular surfaces using stereo direct phase measurement deflectometry[J]. Machines, 2021, 9(8):170.
- [31] HUANG L, WANG T Y, AUSTIN C, et al. Collimated phase measuring deflectometry[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2024, 172:107882.
- [32] QIAO G, HUANG Y Y, SONG Y P, et al. A single-shot phase retrieval method for phase measuring deflectometry based on deep learning[J]. Optics Communications, 2020, 476:126303.
- [33] NGUYEN M T, GHIM Y S, RHEE H G. DYnet++: A deep learning based single-shot phase-measuring

deflectometry for the 3-D measurement of complex free-form surfaces [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2024, 71(2):2112-2121.

## Full-field 3D morphology measurement of continuous specular objects by translational phase measuring deflectometry

SHOU Chengyi, TAN Xinyun, SUN Chen, CHEN Jubing

(School of Ocean and Civil Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

**Abstract:** High-precision full-field morphology measurement of specular structures is an indispensable step in numerous high-end manufacturing fields. This paper proposes Translational Phase Measuring Deflectometry to achieve high-precision measurement of specular surfaces. Based on a monoscopic single-screen setup, the method establishes a complete model of the relationship between fringe phase, surface gradient, and height, and establishes basic constraints in the model through the assumption of surface continuity. A method for solving model parameters is proposed, addressing the ambiguity issue present in traditional phase measuring deflectometry. This method allows for the measurement of the morphology and pose of the structure under test through simple and arbitrary movements of the screen. A series of validation experiments are conducted to discuss the influence of surface gradient and height variation on the method's ability to measure morphology and validate its comprehensive measurement capability. Experimental results demonstrate a significant improvement in measurement accuracy compared to traditional methods in the measurement of specular structures' morphology.

**Keywords:** specular measurement; full-field 3D morphology; phase measuring deflectometry; single-camera single-screen; fringe